

УДК 62

**ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК  
ОПТИМАЛЬНОГО ПО БЫСТРОДЕЙСТВИЮ ЭЛЕКТРОПРИВОДА  
ПРИ МАЛЫХ ПЕРЕМЕЩЕНИЯХ ЕГО ИСПОЛНИТЕЛЬНОГО ОРГАНА**



**INVESTIGATION OF THE DYNAMIC CHARACTERISTICS  
OF AN ELECTRIC DRIVE OPTIMAL IN TERMS OF SPEED  
WITH SMALL MOVEMENTS OF ITS EXECUTIVE BODY**

**Добробаба Юрий Петрович**

кандидат технических наук, доцент, доцент  
кафедры электроснабжения промышленных предприятий,  
Кубанский государственный технологический университет

**Мурлина Владислава Анатольевна**

кандидат технических наук, доцент, доцент  
кафедры информационных систем и программирования,  
Кубанский государственный технологический университет

**Пшеничников Евгений Александрович**

студент,  
Кубанский государственный технологический университет

**Асланян Ярослав Вадимович**

студент,  
Кубанский государственный технологический университет

**Аннотация.** Предложена оптимальная по быстродействию диаграмма при больших перемещениях исполнительного органа электропривода (с ограничениями по максимальному току и второй производной скорости). Диаграмма состоит из четырех этапов. Определены аналитические зависимости для определения параметров диаграммы при больших перемещениях исполнительного органа электропривода.

**Ключевые слова:** оптимальная по быстродействию диаграмма, параметры диаграммы, граничное значение угла поворота.

**Dobrobaba Yury Petrovich**

Candidate of Technical Sciences,  
Associate professor, Associate Professor  
of the Department of Power Supply  
Industrial Enterprises,  
Kuban State Technological University

**Murlina Vladislava Anatolievna**

Candidate of Technical Sciences,  
Associate professor, Associate Professor  
of the Department of Information Systems  
and Programming,  
Kuban State Technological University

**Pshenichnov Evgeny Aleksandrovich**

Student,  
Kuban State Technological University

**Aslanyan Yaroslav Vadimovich**

Student,  
Kuban State Technological University

**Annotation.** An optimal performance diagram is proposed for large displacements of the actuator (with restrictions on the maximum current and the second derivative of the speed). The diagram consists of four stages. The analytical dependences for determining the parameters of the diagram for large movements of the executive body of the electric drive are determined.

**Keywords:** optimal performance diagram, diagram parameters, boundary value of the rotation angle.

**В** данной статье исследуются динамические характеристики оптимального по быстродействию электропривода (с ограничениями по максимальному значению тока и второй производной скорости) при малых перемещениях его исполнительного органа.

На рисунке 1 представлена оптимальная по быстродействию диаграмма при малых перемещениях исполнительного органа электропривода (механические координаты). На рисунке приняты следующие обозначения:

$\varphi$  – угол поворота исполнительного органа электропривода, рад;

$\omega$  – угловая скорость исполнительного органа электропривода, рад/с;

$\omega^{(1)}$  – первая производная угловой скорости исполнительного органа электропривода, рад/с<sup>2</sup>;

$\omega^{(2)}$  – вторая производная угловой скорости исполнительного органа электропривода, рад/с<sup>3</sup>;

$t$  – время, с;

$\varphi_{нач}$  – начальное значение угла поворота исполнительного органа электропривода, рад;

$\varphi_{\text{кон}}$  – конечное значение угла поворота исполнительного органа электропривода, рад;

$\omega_{\text{max}}$  – максимальное значение угловой скорости исполнительного органа электропривода, рад/с;

$\omega_{\text{max}}^{(1)}$  – максимальное значение первой производной угловой скорости исполнительного органа электропривода, рад/с<sup>2</sup>;

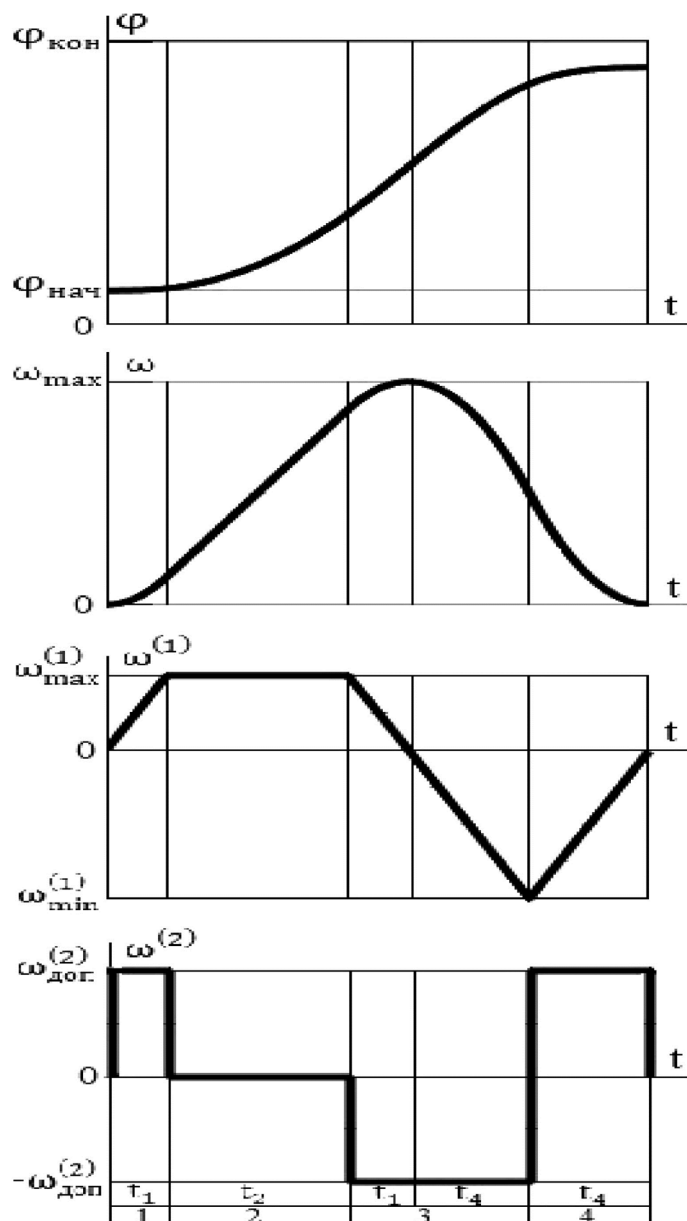
$\omega_{\text{min}}^{(1)}$  – минимальное значение первой производной угловой скорости исполнительного органа электропривода, рад/с<sup>2</sup>;

$\omega_{\text{доп}}^{(2)}$  – допустимое значение второй производной угловой скорости исполнительного органа электропривода, рад/с<sup>2</sup>;

$t_1$  – длительность первого и части третьего этапов, с;

$t_2$  – длительность второго этапа, с;

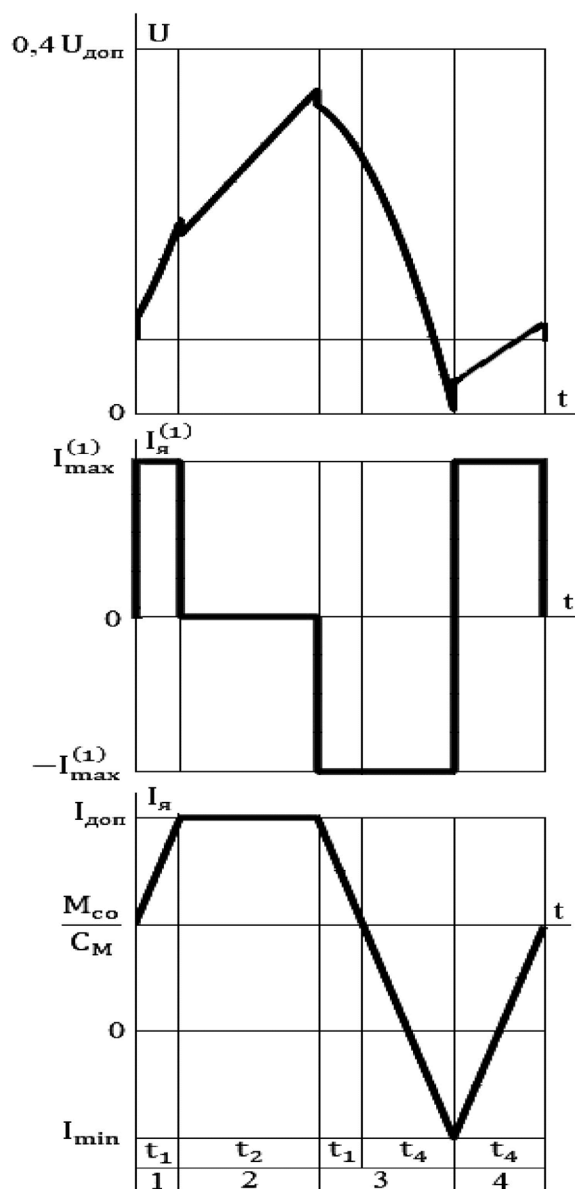
$t_4$  – длительность части третьего и четвертого этапов, с.



**Рисунок 1** – Оптимальная по быстродействию диаграмма при малых перемещениях исполнительного органа электропривода (механические координаты)

На рисунке 2 представлены оптимальная по быстродействию диаграмма при малых перемещениях исполнительного органа электропривода (электрические координаты).

На рисунке приняты следующие обозначения:  
 $U$  – напряжение, приложенное к якорной цепи электропривода, В;  
 $I_{я}$  – ток якорной цепи электропривода, А;  
 $U_{доп}$  – допустимое значение напряжения, приложенного к якорной цепи электропривода, В;  
 $R_{я}$  – сопротивление якорной цепи электропривода, Ом;  
 $I_{доп}$  – допустимое значение тока якорной цепи электропривода, А;  
 $C_M$  – коэффициент пропорциональности между током и моментом двигателя, В·с;  
 $M_{со}$  – момент сопротивления электропривода, Н·м.



**Рисунок 2** – Оптимальная по быстродействию диаграмма при малых перемещениях исполнительного органа электропривода (электрические координаты)

Для данного электропривода справедливо соотношение:

$$C_M I_{доп} = M_{со} + J \omega_{max}^{(1)};$$

$$\omega_{max}^{(1)} = \omega_{доп}^{(2)} \cdot t_1;$$

$$\omega_{min}^{(1)} = -\omega_{доп}^{(2)} \cdot t_4;$$

$$\begin{aligned}\omega_{\max} &= \omega_{\max}^{(1)} \cdot (t_1 + t_2); \\ \omega_{\max} &= -\omega_{\min}^{(1)} \cdot t_4; \\ (\varphi_{\text{кон}} - \varphi_{\text{нач}}) &= \omega_{\max} \cdot \left(t_1 + \frac{1}{2} \cdot t_2 + t_4\right); \\ T_{\text{ц}} &= 2t_1 + t_2 + 2t_4.\end{aligned}$$

где  $J$  – момент инерции исполнительного органа электропривода, кг·м<sup>2</sup>;  
 $T_{\text{ц}}$  – время цикла, с.

Из данных соотношений определяется параметры оптимальной по быстродействию диаграммы при малых перемещениях исполнительного органа электропривода:

$$\begin{aligned}\omega_{\max}^{(1)} &= \frac{C_M I_{\text{доп}} - M_{\text{со}}}{J}; \\ t_1 &= \frac{C_M I_{\text{доп}} - M_{\text{со}}}{J \omega_{\text{доп}}^{(2)}}; \\ t_2 &= \frac{J \omega_{\text{доп}}^{(2)}}{C_M I_{\text{доп}} - M_{\text{со}}} \cdot t_4^2 - \frac{C_M I_{\text{доп}} - M_{\text{со}}}{J \omega_{\text{доп}}^{(2)}}; \\ t_4 &= \frac{C_M I_{\text{доп}} + M_{\text{со}}}{J \omega_{\text{доп}}^{(2)}}; \\ \omega_{\max} &= \omega_{\text{доп}}^{(2)} \cdot t_4^2; \\ \omega_{\min}^{(1)} &= -\omega_{\text{доп}}^{(2)} \cdot t_4; \\ T_{\text{ц}} &= \frac{J \omega_{\text{доп}}^{(2)}}{C_M I_{\text{доп}} - M_{\text{со}}} \cdot t_4 + \frac{C_M I_{\text{доп}} - M_{\text{со}}}{J \omega_{\text{доп}}^{(2)}} + 2t_4.\end{aligned}$$

Если  $t_2 = 0$ , то  $(\varphi_{\text{кон}} - \varphi_{\text{нач}}) = \varphi_{\text{гр.1}}$ . При этом первое граничное значение угла поворота исполнительного органа электропривода определяется по формуле

$$\varphi_{\text{гр.1}} = 2 \cdot \frac{(C_M I_{\text{доп}} - M_{\text{со}})^3}{J^3 \cdot [\omega_{\text{доп}}^{(2)}]^2}.$$

Если  $\omega_{\min} = -\frac{C_M I_{\text{доп}} + M_{\text{со}}}{J}$ , то  $(\varphi_{\text{кон}} - \varphi_{\text{нач}}) = \varphi_{\text{гр.2}}$ . При этом второе граничное значение угла поворота исполнительного органа электропривода определяется по формуле

$$\varphi_{\text{гр.2}} = 2 \cdot \frac{C_M^2 I_{\text{доп}}^2 \cdot (C_M I_{\text{доп}} + M_{\text{со}})^2}{(C_M I_{\text{доп}} - M_{\text{со}}) \cdot J^3 \cdot [\omega_{\text{доп}}^{(2)}]^2}.$$

Предлагаемая диаграмма перемещения применима при выполнении условия  $\varphi_{\text{гр.1}} \leq (\varphi_{\text{кон}} - \varphi_{\text{нач}}) \leq \varphi_{\text{гр.2}}$ .

В работе рассматривается электропривод, имеющий следующие параметры:  $C_e = 1,25 \frac{\text{В} \cdot \text{с}}{\text{рад}}$ ;  $C_M = 1,25 \text{ В} \cdot \text{с}$ ;  $R_{\text{я}} = 5 \text{ Ом}$ ;  $L_{\text{я}} = 0,1 \text{ Гн}$ ;  $J = 0,05 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ , где  $C_e$  – коэффициент пропорциональности между угловой скоростью электродвигателя и его ЭДС,  $\frac{\text{В} \cdot \text{с}}{\text{рад}}$ ;  
 $L_{\text{я}}$  – индуктивность якорной цепи электродвигателя, Гн;

На контролируемые координаты электропривода наложены ограничения:  $U_{\text{доп}} = 250 \text{ В}$ ;  $I_{\text{доп}} = 8 \text{ А}$ ;  $\omega_{\text{доп}} = 160 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$ .

Момент сопротивления равен  $M_{\text{со}} = 5 \text{ Н} \cdot \text{м}$ .

При этом вторая производная угловой скорости электродвигателя равна  $\omega_{\text{доп}}^{(2)} = 1000 \frac{\text{рад}}{\text{с}^3}$ .

Остальные параметры диаграммы:

$$\omega_{\max}^{(1)} = 100 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}; t_1 = 0,1 \text{ с}.$$

В работе выполнены численные эксперименты, результаты которых представлены в таблицах № 1, № 2, № 3, № 4, № 5, с целью доказать эффективность предлагаемой диаграммы для малых перемещений исполнительного органа электропривода при различных значениях момента сопротивления.

При  $M_{C0} = 5 \text{ Н} \cdot \text{м}$ ,  $\varphi_{гр.1} = 2 \text{ рад}$  и  $\varphi_{гр.2} = 72 \text{ рад}$ .

Таблица 1 – Результаты первого численного эксперимента

$(\varphi_{\text{кон}} - \varphi_{\text{нач}}), \text{ рад}$	$t_4, \text{ с}$	$t_2, \text{ с}$	$T_{ц}, \text{ с}$	$\omega_{\text{max}}, \frac{\text{рад}}{\text{с}}$	$\omega_{\text{min}}^{(1)}, \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$
2	0,1	0	0,4	10	-100
3,4848	0,12	0,044	0,484	14,4	-120
5,6448	0,14	0,096	0,576	19,6	-140
8,6528	0,16	0,156	0,676	25,6	-160
12,7008	0,18	0,224	0,784	32,4	-180
18	0,2	0,3	0,9	40	-200
24,7808	0,22	0,384	1,024	48,4	-220
33,2928	0,24	0,476	1,156	57,6	-240
43,8048	0,26	0,576	1,296	67,6	-260
56,6048	0,28	0,684	1,444	78,4	-280
72	0,3	0,8	1,6	90	-300

Остальные параметры диаграммы:

$$\omega_{\text{max}}^{(1)} = 100 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}; t_1 = 0,1 \text{ с.}$$

При  $M_{C0} = 3,75 \text{ Н} \cdot \text{м}$ ,  $\varphi_{гр.1} = 3,90625 \text{ рад}$  и  $\varphi_{гр.2} = 48,4 \text{ рад}$ .

Таблица 2 – Результаты второго численного эксперимента

$(\varphi_{\text{кон}} - \varphi_{\text{нач}}), \text{ рад}$	$t_4, \text{ с}$	$t_2, \text{ с}$	$T_{ц}, \text{ с}$	$\omega_{\text{max}}, \frac{\text{рад}}{\text{с}}$	$\omega_{\text{min}}^{(1)}, \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$
3,90625	0,125	0	0,5	15,625	-125
6,80625	0,15	0,055	0,605	22,5	-150
11,025	0,175	0,12	0,72	30,625	-175
16,9	0,2	0,195	0,845	40	-200
24,80625	0,225	0,28	0,98	50,625	-225
35,15625	0,25	0,375	1,125	62,5	-250
48,4	0,275	0,48	1,28	75,625	-275

Остальные параметры диаграммы:

$$\omega_{\text{max}}^{(1)} = 125 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}; t_1 = 0,125 \text{ с.}$$

При  $M_{C0} = 2,5 \text{ Н} \cdot \text{м}$ ,  $\varphi_{гр.1} = 6,75 \text{ рад}$  и  $\varphi_{гр.2} = 33 \frac{1}{3} \text{ рад}$ .

Таблица 3 – Результаты третьего численного эксперимента

$(\varphi_{\text{кон}} - \varphi_{\text{нач}}), \text{ рад}$	$t_4, \text{ с}$	$t_2, \text{ с}$	$T_{ц}, \text{ с}$	$\omega_{\text{max}}, \frac{\text{рад}}{\text{с}}$	$\omega_{\text{min}}^{(1)}, \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$
6,75	0,15	0	0,6	22,5	-150
9,00466875	0,165	0,0315	0,6615	27,225	-165
11,7612	0,18	0,066	0,726	32,4	-180
15,08641875	0,195	0,1035	0,7435	38,025	-195
19,0512	0,21	0,144	0,864	44,1	-210
23,73046875	0,225	0,1875	0,9375	50,625	-225
29,2032	0,24	0,234	1,014	57,6	240
$33 \frac{1}{3}$	0,25	$\frac{4}{15}$	$1 \frac{1}{15}$	62,5	-250

Остальные параметры диаграммы:

$$\omega_{\text{max}}^{(1)} = 150 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}; t_1 = 0,15 \text{ с.}$$

При  $M_{C0} = 1,25 \text{ Н} \cdot \text{м}$ ,  $\varphi_{гр.1} = 10,71875 \text{ рад}$  и  $\varphi_{гр.2} = 23 \frac{1}{7} \text{ рад}$ .

Таблица 4 – Результаты четвертого численного эксперимента

$(\varphi_{кон} - \varphi_{нач}), \text{ рад}$	$t_4, \text{ с}$	$t_2, \text{ с}$	$T_{ц}, \text{ с}$	$\omega_{max}, \frac{\text{рад}}{\text{с}}$	$\omega_{min}^{(1)}, \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$
10,71875	0,175	0	0,7	30,625	-175
12,06177336	0,182	0,01428	0,72828	33,124	-182
13,52254176	0,189	0,02912	0,75712	35,721	-189
15,10747616	0,196	0,04452	0,78652	38,416	-196
16,82316216	0,203	0,06048	0,81648	41,209	-203
18,67635	0,210	0,077	0,847	44,1	-210
20,67395456	0,217	0,09408	0,87808	47,089	-217
22,82305536	0,224	0,11172	0,90972	50,176	-224
$23 \frac{1}{7}$	0,225	$\frac{4}{35}$	$\frac{32}{35}$	50,625	-225

Остальные параметры диаграммы:

$$\omega_{max}^{(1)} = 175 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}; t_1 = 0,175 \text{ с.}$$

При  $M_{C0} = 0 \text{ Н} \cdot \text{м}$ ,  $\varphi_{гр.1} = \varphi_{гр.2} = 16 \text{ рад}$ .

Таблица 5 – Результаты пятого численного эксперимента

$(\varphi_{кон} - \varphi_{нач}), \text{ рад}$	$t_4, \text{ с}$	$t_2, \text{ с}$	$T_{ц}, \text{ с}$	$\omega_{max}, \frac{\text{рад}}{\text{с}}$	$\omega_{min}^{(1)}, \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$
16	0,2	0	0,8	40	-200

Остальные параметры диаграммы:

$$\omega_{max}^{(1)} = 200 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}; t_1 = 0,2 \text{ с.}$$

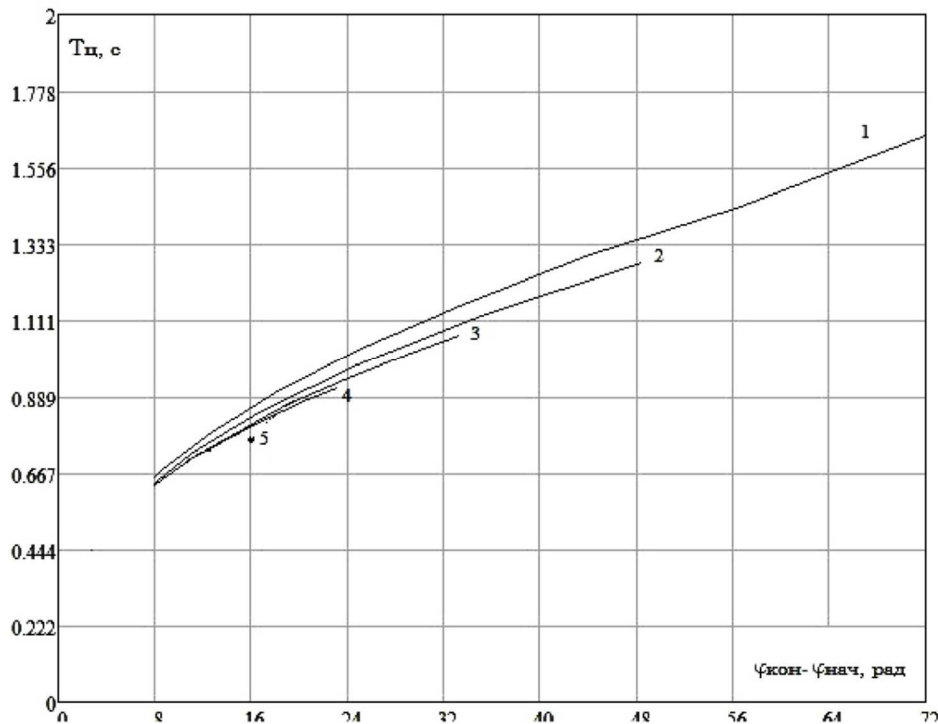


Рисунок 3 – Зависимость длительности цикла  $T_{ц}$  от заданного перемещения исполнительного органа электропривода  $\Delta\varphi = (\varphi_{кон} - \varphi_{нач})$ : 1) для  $M_{C0} = 5 \text{ Н} \cdot \text{м}$ ; 2) для  $M_{C0} = 3,75 \text{ Н} \cdot \text{м}$ ; 3) для  $M_{C0} = 2,5 \text{ Н} \cdot \text{м}$ ; 4) для  $M_{C0} = 1,25 \text{ Н} \cdot \text{м}$ ; 5) для  $M_{C0} = 0 \text{ Н} \cdot \text{м}$

### Выводы

Электропривод в соответствии с оптимальной по быстродействию диаграммой при ограничениях по первой и второй производным скорости при номинальной нагрузке  $M_{CO} = 5 \text{ Н} \cdot \text{м}$  перемещает свой исполнительный орган на 18 радиан за 0,954400374 секунды [1].

При перемещении исполнительного органа электропривода на 18 радиан в соответствии с оптимальной по быстродействию диаграммой с ограничениями по максимальному току и второй производной при номинальной загрузке  $M_{CO} = 5 \text{ Н} \cdot \text{м}$  необходимо всего 0,9 секунды. При уменьшении момента сопротивления электропривода по сравнению с номинальным временем цикла  $T_{ц}$  дополнительно уменьшается.

### Литература

1. Добробаба Ю.П., Хорцев А.Л. Особо точный позиционный электропривод постоянного тока: монография. – Краснодар : Изд-во ФГБОУ ВО «КубГТУ», 2014. – 104 с.

### References

1. Dobrobaba Yu.P., Khortsev A.L. Particularly accurate positional direct current electric drive: monograph. – Krasnodar : Publishing house of FGBOU VO «KubGTU», 2014. – 104 p.