

УДК 62

**ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ПАРАМЕТРОВ
ИСТОЧНИКА ПИТАНИЯ ВТОРОГО ВИДА
НА ДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЭЛЕКТРОПРИВОДА**



**RESEARCH OF THE INFLUENCE OF THE PARAMETERS
OF THE POWER SUPPLY OF THE SECOND TYPE
ON THE DYNAMIC CHARACTERISTICS OF THE ELECTRIC DRIVE**

Добробаба Юрий Петрович

кандидат технических наук, доцент, доцент
кафедры электроснабжения промышленных предприятий,
Кубанский государственный технологический университет

Мурлин Алексей Георгиевич

кандидат технических наук, доцент, доцент
кафедры информационных систем и программирования,
Кубанский государственный технологический университет

Шкерета Эдуард Денисович

студент,
Кубанский государственный технологический университет

Ефремов Елисей Александрович

студент,
Кубанский государственный технологический университет

Аннотация. В данной статье рассматривается электропривод с двигателем постоянного тока независимого возбуждения и источником питания второго вида (источник питания имеет индуктивность и фильтр, состоящий из ёмкости), представленный системой четвёртого порядка. Определены параметры данной системы, при которых обеспечивается предельное или близкое к предельному быстродействие переходных процессов без перерегулирования.

Ключевые слова: параметры источника питания, динамические характеристики, якорная цепь, импульсные преобразователи, фильтр.

Dobrobaba Yury Petrovich

Candidate of Technical Sciences,
Associate professor, Associate Professor
of the Department of Power Supply
Industrial Enterprises,
Kuban State Technological University

Murlin Alexey Georgievich

Candidate of Technical Sciences,
Associate professor, Associate Professor
of the Department of Information Systems
and Programming,
Kuban State Technological University

Shkereda Eduard Denisovich

Student,
Kuban State Technological University

Efremov Elisey Alexandrovich

Student,
Kuban State Technological University

Annotation. This article discusses an electric drive with a DC motor of independent excitation and a power supply of the second type (the power supply has an inductance and a filter consisting of a capacitance), represented by a fourth-order system. The parameters of this system are determined, at which the limiting or close to the limiting speed of transient processes without overshoot is provided.

Keywords: power supply parameters, dynamic characteristics, anchor circuit, pulse converters, filter.

В работе [1] доказано, что система четвёртого порядка с четырьмя кратными корнями обеспечивает предельное быстродействие переходных процессов без перерегулирования. В работе [2] доказано, что система с тремя кратными корнями характеристического уравнения обеспечивает близкое к предельному быстродействие переходных процессов без перерегулирования. В работе [3] доказано, что система с двумя парами кратных корней характеристического уравнения обеспечивает близкое к предельному быстродействие переходных процессов без перерегулирования, но уступает системе, имеющей три кратных корня.

Целью работы является определение параметров системы, состоящей из электропривода с двигателем постоянного тока независимого возбуждения и источника питания второго вида, при которых передаточная функция системы имеет следующий расклад корней характеристического уравнения: четыре кратных корня, три кратных корня, а также две пары кратных корней характеристического уравнения.

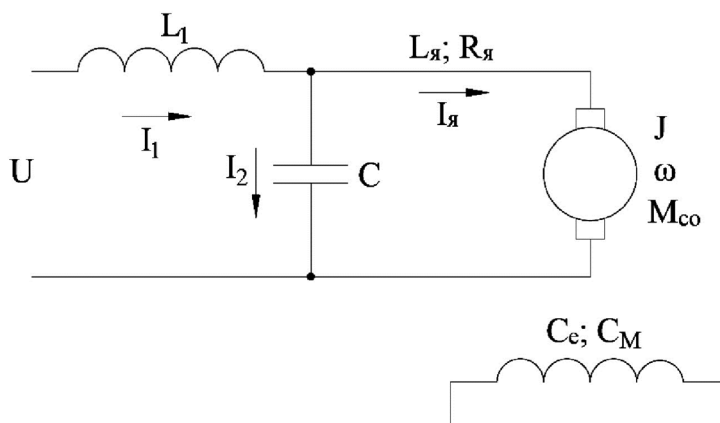


Рисунок 1 – Принципиальная схема электропривода с источником питания второго вида

На рисунке 1 приняты следующие обозначения: U – напряжение, приложенное к якорной цепи электродвигателя, В; I_1 – ток, протекающий через индуктивность источника питания, А; I_2 – ток, протекающий через ёмкость фильтра источника питания, А; $I_я$ – ток якорной цепи электродвигателя, А; ω – угловая скорость исполнительного органа электропривода, (рад)/с; M_{co} – момент сопротивления электропривода, Н · м; L_1 – индуктивность источника питания, Гн; C – ёмкость фильтраисточника питания, Ф; $L_я$ – индуктивность якорной цепи электропривода, Гн; $R_я$ – сопротивление якорной цепи электропривода, Ом; J – момент инерции исполнительного органа электропривода, кг · м²; C_e – коэффициент пропорциональности между угловой скоростью исполнительного органа электродвигателя и его ЭДС, $\frac{В \cdot с}{рад}$; C_M – коэффициент пропорциональности между током якорной цепи электродвигателя и его моментом, В · с.

Математическая модель системы:

$$\begin{cases} U = L_1 p I_1 + \frac{1}{C_p} \cdot I_2; \\ U = L_1 p I_1 + C_e \omega + L_я p I_я + R_я I_я; \\ I_1 = I_2 + I_я; \\ C_M I_я = M_{co} + J p \omega. \end{cases}$$

После преобразования система представима в виде:

$$\frac{U}{C_e} = \left[\frac{L_я L_1 C J}{C_e C_M} \cdot p^4 + \frac{R_я L_1 C J}{C_e C_M} \cdot p^3 + \frac{L_я J}{C_e C_M} \cdot p^2 + \frac{L_1 J}{C_e C_M} \cdot p^2 + L_1 C \cdot p^2 + \frac{R_я J}{C_e C_M} \cdot p + 1 \right] \cdot \omega + \frac{R_я}{C_e C_M} \cdot \left[\frac{L_я L_1 C}{R_я} \cdot p^3 + L_1 C \cdot p^2 + \frac{L_я}{R_я} \cdot p + \frac{L_1}{R_я} \cdot p + 1 \right] \cdot M_{co}.$$

Рассмотрим вариант первый. Система имеет четыре кратных корня характеристического уравнения

$$(Tp + 1)^4 = 0.$$

При этом справедлива система из четырёх уравнений:

$$\begin{cases} \frac{L_я J}{C_e C_M} \cdot L_1 C = T^4; \\ \frac{R_я J}{C_e C_M} \cdot L_1 C = 4T^3; \\ \frac{L_я J}{C_e C_M} + \frac{L_1 J}{C_e C_M} + L_1 C = 6T^2; \\ \frac{R_я J}{C_e C_M} = 4T. \end{cases}$$

Из системы четырёх уравнений следует:

$$\frac{L_я}{R_я} = \frac{1}{4} T;$$

$$\begin{aligned}
 T &= \frac{1}{4} \cdot \frac{R_{яJ}}{C_e C_M}; \\
 \frac{L_{я}}{R_{я}} &= \frac{1}{16} \cdot \frac{R_{яJ}}{C_e C_M}; \\
 \frac{R_{яJ}}{C_e C_M} \cdot L_1 C &= \frac{1}{16} \cdot \frac{R_{я}^3 J^3}{C_e^3 C_M^3}; \\
 L_1 C &= \frac{1}{16} \cdot \frac{R_{я}^2 J^2}{C_e^2 C_M^2}; \\
 \frac{1}{16} \cdot \frac{R_{я}^2 J^2}{C_e^2 C_M^2} + \frac{L_1 J}{C_e C_M} + \frac{1}{16} \cdot \frac{R_{я}^2 J^2}{C_e^2 C_M^2} &= \frac{3}{8} \cdot \frac{R_{я}^2 J^2}{C_e^2 C_M^2}; \\
 \frac{L_1 J}{C_e C_M} &= \frac{1}{4} \cdot \frac{R_{я}^2 J^2}{C_e^2 C_M^2}; \\
 L_1 &= \frac{1}{4} \cdot \frac{R_{я}^2 J}{C_e C_M}; \\
 \frac{1}{4} \cdot \frac{R_{я}^2 J}{C_e C_M} \cdot C &= \frac{1}{16} \cdot \frac{R_{я}^2 J^2}{C_e^2 C_M^2}; \\
 C &= \frac{1}{4} \cdot \frac{J}{C_e C_M}.
 \end{aligned}$$

В данной работе рассматривается электропривод, имеющий следующие параметры: $C_e = 1,25 \frac{\text{В} \cdot \text{с}}{\text{рад}}$; $C_M = 1,25 \text{ В} \cdot \text{с}$; $R_{я} = 5 \text{ Ом}$; $J = 0,1 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$.

При этом $L_{я} = 0,1 \text{ Гн}$; $L_1 = 0,4 \text{ Гн}$; $C = 0,016 \text{ Ф}$; $T = 0,08 \text{ с}$.

Рассмотрим вариант второй. Система имеет три кратных корня характеристического уравнения

$$(T_1 p + 1)^3 \cdot (T_2 p + 1) = 0.$$

При этом справедлива система из четырёх уравнений:

$$\begin{cases}
 \frac{L_{яJ}}{C_e C_M} \cdot L_1 C = T_1^3 T_2; \\
 \frac{R_{яJ}}{C_e C_M} \cdot L_1 C = T_1^3 + 3T_1^2 T_2; \\
 \frac{L_{яJ}}{C_e C_M} + \frac{L_1 J}{C_e C_M} + L_1 C = 3T_1^2 + 3T_1 T_2; \\
 \frac{R_{яJ}}{C_e C_M} = 3T_1 + T_2.
 \end{cases}$$

Из четвёртого уравнения системы определяется постоянная времени T_2 :

$$T_2 = \frac{R_{яJ}}{C_e C_M} - 3T_1.$$

После подстановки постоянной времени T_2 в три первых уравнения системы:

$$\begin{cases}
 \frac{L_{яJ}}{C_e C_M} \cdot L_1 C = \frac{R_{яJ}}{C_e C_M} \cdot T_1^3 - 3T_1^4; \\
 \frac{R_{яJ}}{C_e C_M} \cdot L_1 C = 3 \cdot \frac{R_{яJ}}{C_e C_M} \cdot T_1^2 - 8T_1^3; \\
 \frac{L_{яJ}}{C_e C_M} + \frac{L_1 J}{C_e C_M} + L_1 C = 3 \cdot \frac{R_{яJ}}{C_e C_M} \cdot T_1 - 6T_1^2.
 \end{cases}$$

Из второго уравнения следует, что

$$L_1 C = 3T_1^2 - 8 \cdot \frac{C_e C_M}{R_{яJ}} \cdot T_1^3.$$

После подстановки параметра $L_1 C$ в первое и третье уравнения системы:

$$\begin{cases}
 \frac{L_{яJ}}{C_e C_M} \cdot \left(3 - 8 \cdot \frac{C_e C_M}{R_{яJ}} \cdot T_1 \right) = \frac{R_{яJ}}{C_e C_M} \cdot T_1 - 3T_1^2; \\
 \frac{L_{яJ}}{C_e C_M} + \frac{L_1 J}{C_e C_M} = 8 \cdot \frac{C_e C_M}{R_{яJ}} \cdot T_1^3 - 9T_1^2 + 3 \cdot \frac{R_{яJ}}{C_e C_M} \cdot T_1.
 \end{cases}$$

Из последнего уравнения определяется индуктивность L_1 источника питания, а затем определяется ёмкость фильтра источника питания:

$$L_1 = 8 \cdot \frac{C_e^2 C_M^2}{R_J J^2} \cdot T_1^3 - 9 \cdot \frac{C_e C_M}{J} \cdot T_1^2 + 3R_J T_1 - L_J.$$

$$C = \frac{3T_1^2 - 8 \cdot \frac{C_e C_M}{R_J} \cdot T_1^3}{8 \cdot \frac{C_e^2 C_M^2}{R_J J^2} \cdot T_1^3 - 9 \cdot \frac{C_e C_M}{J} \cdot T_1^2 + 3R_J T_1 - L_J}.$$

Таким образом, для постоянной времени T_1 справедливо уравнение

$$T_1^2 - \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{R_J J}{C_e C_M} + 8 \cdot \frac{L_J}{R_J} \right) \cdot T_1 + \frac{L_J J}{C_e C_M} = 0;$$

$$T_1 = \frac{1}{6} \cdot \left[\left(\frac{R_J J}{C_e C_M} + 8 \cdot \frac{L_J}{R_J} \right) \pm \sqrt{\frac{R_J^2 J^2}{C_e^2 C_M^2} - 20 \cdot \frac{L_J J}{C_e C_M} + 64 \cdot \frac{L_J^2}{R_J^2}} \right].$$

Для второго варианта характеристического уравнения выполнен численный эксперимент, результаты которого, при выполнении условия $T_1 \geq T_2$, приведены в таблице 1, а результаты при $T_1 \leq T_2$ приведены в таблице 2.

Таблица 1 – Результаты первой серии численного эксперимента при $T_1 \geq T_2$

L_J , Гн	T_1 , с	T_2 , с	L_1 , Гн	C , Ф
0,1	0,08	0,08	0,4	0,016
0,095	0,089080332	0,052759004	0,401427501	0,01528028
0,09	0,092180704	0,043457888	0,403751132	0,014637011
0,085	0,094330302	0,037009094	0,40652341	0,014046807
0,08	0,096	0,032	0,4096	0,0135
0,075	0,097370341	0,027888977	0,412903782	0,012990399
0,07	0,098532998	0,024401006	0,416386298	0,012513488
0,065	0,099541877	0,021374369	0,420014278	0,012064723
0,06	0,100431743	0,018704771	0,423763523	0,011644225
0,055	0,101226495	0,016320515	0,427615705	0,01124657
0,05	0,10194335	0,01416995	0,431556517	0,010870694

Таблица 2 – Результаты первой серии численного эксперимента при $T_1 \leq T_2$

L_J , Гн	T_1 , с	T_2 , с	L_1 , Гн	C , Ф
0,1	0,08	0,08	0,4	0,016
0,095	0,068253	0,115240999	0,397898425	0,015145948
0,09	0,062485962	0,132542115	0,393522942	0,014266214
0,085	0,057669697	0,146990908	0,387276591	0,013381763
0,08	0,053333333	0,16	0,379259259	0,0125
0,075	0,049296325	0,172111026	0,369503627	0,011624984
0,07	0,045467002	0,183598995	0,358013702	0,01075924
0,065	0,041791456	0,194625631	0,344778314	0,009904425
0,06	0,038234923	0,20529523	0,329777217	0,009061658
0,055	0,034773505	0,215679486	0,312984295	0,00823169
0,05	0,031389983	0,225830052	0,29436941	0,00741502

Рассмотрим вариант третий. Система имеет две пары кратных корней характеристического уравнения

$$(T_1 p + 1)^2 \cdot (T_2 p + 1)^2 = 0;$$

$$T_1^2 T_2^2 p^4 + 2T_1 T_2 \cdot (T_1 + T_2) \cdot p^3 + (T_1^2 + 4T_1 T_2 + T_2^2) \cdot p^2 + 2 \cdot (T_1 + T_2) \cdot p + 1 = 0.$$

При этом справедлива система из четырёх уравнений:

$$\begin{cases} \frac{L_{яJ}}{C_e C_M} \cdot L_1 C = T_1^2 T_2^2; \\ \frac{R_{яJ}}{C_e C_M} \cdot L_1 C = 2 T_1 T_2 \cdot (T_1 + T_2); \\ \frac{L_{яJ}}{C_e C_M} + \frac{L_1 J}{C_e C_M} + L_1 C = T_1^2 + 4 T_1 T_2 + T_2^2; \\ \frac{R_{яJ}}{C_e C_M} = 2 \cdot (T_1 + T_2). \end{cases}$$

Из второго и четвёртого уравнения системы следует, что

$$\begin{aligned} \frac{R_{яJ}}{C_e C_M} \cdot L_1 C &= \frac{R_{яJ}}{C_e C_M} \cdot T_1 T_2; \\ L_1 C &= T_1 T_2. \end{aligned}$$

Подставляя параметр $L_1 C$ в первое уравнение системы, получим

$$\begin{aligned} \frac{L_{яJ}}{C_e C_M} \cdot T_1 T_2 &= T_1^2 T_2^2; \\ \frac{L_{яJ}}{C_e C_M} &= T_1 T_2. \end{aligned}$$

Подставляя параметры $L_1 C$ и $\frac{L_{яJ}}{C_e C_M}$ в третье уравнение системы, получим

$$\begin{aligned} T_1 T_2 + \frac{L_1 J}{C_e C_M} + T_1 T_2 &= T_1^2 + 4 T_1 T_2 + T_2^2; \\ \frac{L_1 J}{C_e C_M} &= (T_1 + T_2)^2. \end{aligned}$$

Из четвёртого уравнения системы следует, что

$$(T_1 + T_2) = \frac{1}{2} \cdot \frac{R_{яJ}}{C_e C_M}.$$

Из двух последних уравнений определяются индуктивность L_1 источника питания, а затем определяется ёмкость C фильтра источника питания:

$$\begin{aligned} \frac{L_1 J}{C_e C_M} &= \frac{1}{4} \cdot \frac{R_{я}^2 J^2}{C_e^2 C_M^2}; \\ L_1 &= \frac{1}{4} \cdot \frac{R_{я}^2 J}{C_e C_M}; \\ L_1 C &= \frac{L_{яJ}}{C_e C_M}; \\ \frac{1}{4} \cdot \frac{R_{я}^2 J}{C_e C_M} \cdot C &= \frac{L_{яJ}}{C_e C_M}; \\ C &= 4 \cdot \frac{L_{я}}{R_{я}^2}. \end{aligned}$$

Таким образом, для постоянной времени T_1 справедливо уравнение

$$T_1^2 - \frac{1}{2} \cdot \frac{R_{яJ}}{C_e C_M} \cdot T_1 + \frac{L_{яJ}}{C_e C_M} = 0.$$

Если выполняется условие

$$L_{я} \leq \frac{1}{16} \cdot \frac{R_{я}^2 J}{C_e C_M},$$

то постоянные времени T_1 и T_2 определяются по формулам:

$$\begin{aligned} T_1 &= \frac{1}{4} \cdot \frac{R_{яJ}}{C_e C_M} + \sqrt{\frac{1}{16} \cdot \frac{R_{я}^2 J^2}{C_e^2 C_M^2} - \frac{L_{яJ}}{C_e C_M}}; \\ T_2 &= \frac{1}{4} \cdot \frac{R_{яJ}}{C_e C_M} - \sqrt{\frac{1}{16} \cdot \frac{R_{я}^2 J^2}{C_e^2 C_M^2} - \frac{L_{яJ}}{C_e C_M}}. \end{aligned}$$

$$\text{Если } L_{я} = \frac{1}{16} \cdot \frac{R_{я}^2 J}{C_e C_M}, \text{ то } T_1 = T_2 = \frac{1}{4} \cdot \frac{R_{я} J}{C_e C_M}; L_1 = \frac{1}{4} \cdot \frac{R_{я}^2 J}{C_e C_M}; C = \frac{1}{4} \cdot \frac{J}{C_e C_M}.$$

Для третьего варианта характеристического уравнения выполнен численный эксперимент, результаты которого приведены в таблице 3.

Таблица 3 – Результаты третьей серии численного эксперимента

$L_{я}, \text{Гн}$	$T_1, \text{с}$	$T_2, \text{с}$	$L_1, \text{Гн}$	C, Φ
0,1	0,08	0,08	0,4	0,016
0,095	0,097888543	0,062111457		0,0152
0,09	0,105298221	0,054701779		0,0144
0,085	0,110983866	0,049016134		0,0136
0,08	0,115777087	0,044222913		0,0128
0,075	0,12	0,04		0,012
0,07	0,123817804	0,036182196		0,0112
0,065	0,127328638	0,032671362		0,0104
0,06	0,130596442	0,029403558		0,0096
0,055	0,133665631	0,026334369		0,0088
0,05	0,136568542	0,023431458		0,008

На рисунках 2–4 кривые, изображённые сплошной линией, построены на основе таблиц № 1 и № 2, а кривые, изображённые пунктиром, построены на основе таблицы № 3, что соответствует второму и третьему вариантам характеристического уравнения системы соответственно.

По результатам численного эксперимента на рисунке 2 представлены зависимости постоянных времени T_1 и T_2 от индуктивности якорной цепи электропривода $L_{я}$. Так как длительность цикла переходного процесса определяется значением большей постоянной времени, то из рисунка видно, что система, имеющая три кратных корня характеристического уравнения при $T_1 \geq T_2$, обладает лучшим быстродействием, по сравнению с системой, имеющей три кратных корня при $T_1 \leq T_2$, и системой, имеющей две пары кратных корней характеристического уравнения. То есть кривая $T_1 = f(L_{я})$ при втором варианте характеристического уравнения при $T_1 \geq T_2$, лежит ниже кривой $T_2 = f(L_{я})$, соответствующей второму варианту характеристического уравнения при $T_1 \leq T_2$. А также кривая $T_1 = f(L_{я})$ при втором варианте характеристического уравнения и при $T_1 \geq T_2$ лежит ниже кривой $T_1 = f(L_{я})$, соответствующей третьему варианту характеристического уравнения.

На рисунках 3 и 4 представлены зависимости индуктивности L_1 и ёмкости C фильтра источника питания от индуктивности якорной цепи электропривода $L_{я}$ для систем, имеющих три кратных корня и две пары кратных корней характеристического уравнения соответственно.

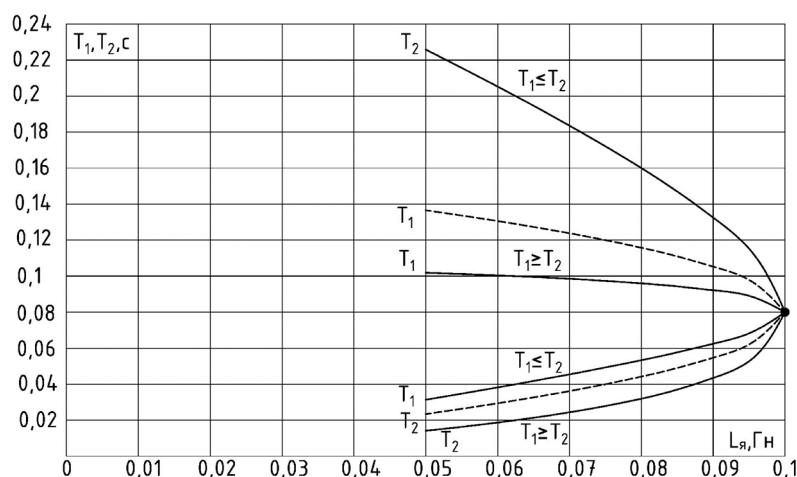


Рисунок 2 – Зависимость T_1, T_2 от $L_{я}$ при втором и третьем вариантах характеристического уравнения

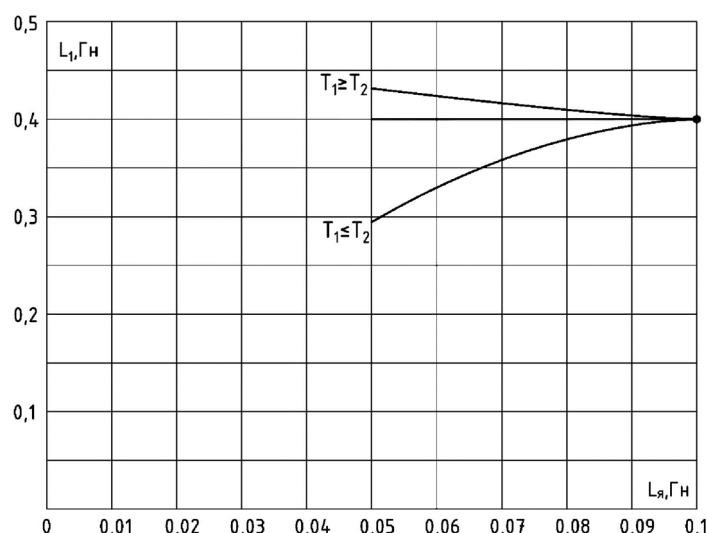


Рисунок 3 – Зависимость L_1 от $L_{\text{я}}$ при втором и третьем вариантах характеристического уравнения

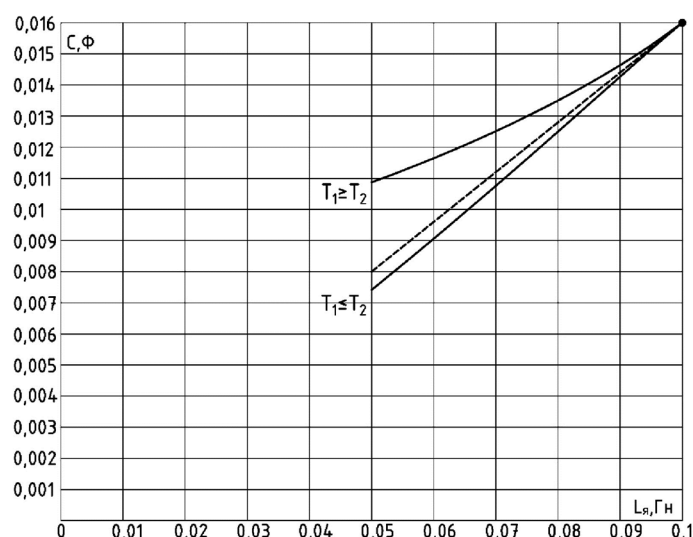


Рисунок 4 – Зависимость C от $L_{\text{я}}$ при втором и третьем вариантах характеристического уравнения

Выводы:

Разработан алгоритм определения параметров системы, состоящей из электропривода с двигателем постоянного тока независимого возбуждения и источника питания второго вида, при которых системе соответствует передаточная функция с четырьмя или тремя кратными корнями характеристического уравнения, а также двумя парами кратных корней.

Литература

1. Дობробаба Ю.П., Мурлин А.Г., Серкин А.Д., Анализ переходных характеристик систем четвертого порядка с кратными корнями характеристического уравнения // Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). – 2019. – № 1. – С. 417–422.
2. Дობробаба Ю.П., Мурлина В.А., Щелканов Г.В. Анализ переходных характеристик систем четвертого порядка с тремя кратными корнями характеристического уравнения // Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). – 2020. – № 1. – С. 421–430.
3. Дობробаба Ю.П., Мурлина В.А., Щелканов Г.В. Анализ переходных характеристик систем четвертого порядка с двумя парами кратных корней характеристического уравнения // Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). – 2020. – № 1. – С. 414–420.

References

1. Dobrobaba Yu.P., Murlin A.G., Serkin A.D. The analysis of transitional features of the system of the fourth order with multiple roots of the characteristic equation // Science. Engineering. Technology (polytechnical bulletin). – 2019. – № 1. – P. 417–422.
2. Dobrobaba Yu.P., Murlina V.A., Shchelkanov G.V. Analysis of transient characteristics of fourth-order systems with three multiple roots of the characteristic equation // Science. Engineering. Technology (polytechnical bulletin). – 2020. – № 1. – P. 421–430.
3. Dobrobaba Yu.P., Murlina V.A., Shchelkanov G.V. Analysis of transient characteristics of fourth-order systems with two pairs of multiple roots of the characteristic equation // Science. Engineering. Technology (polytechnical bulletin). – 2020. – № 1. – P. 414–420.