

УДК 62

## СИНТЕЗ ДВУХДВИГАТЕЛЬНОГО ЭЛЕКТРОПРИВОДА ПОСТОЯННОГО ТОКА С УПРУГИМИ ВАЛОПРОВОДАМИ



### SYNTHESIS OF A TWO-MOTOR DC ELECTRIC DRIVE WITH ELASTIC SHAFT GUIDES

**Добробаба Юрий Петрович**

кандидат технических наук, доцент,  
доцент кафедры электроснабжения  
промышленных предприятий,  
Кубанский государственный  
технологический университет

**Чупышев Михаил Алексеевич**

студент,  
Кубанский государственный  
технологический университет  
artluценk@yandex.ru

**Аннотация.** Разработана математическая модель двухдвигательного электропривода постоянного тока с упругими валопроводами. Определены передаточные функции электропривода по каналам управления и возмущения. Получены аналитические зависимости для вычисления параметров электропривода, обеспечивающих максимальное возможное быстродействие системы при отсутствии перерегулирования по каналу управления.

**Ключевые слова:** двухдвигательный электропривод, передаточная функция, максимальное возможное быстродействие системы при отсутствии перерегулирования по каналу управления

**Dobrobaba Yury Petrovich**

Candidate of Technical Sciences,  
Associate Professor,  
Associate Professor of Department  
of Power Supply Industrial Enterprises,  
Kuban State Technological University

**Chupyshev Mikhail Alekseevich**

Student,  
Kuban State Technological University  
artluценk@yandex.ru

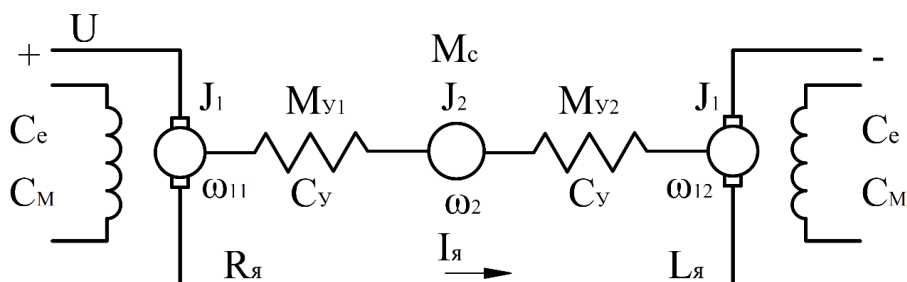
**Annotation.** A mathematical model of a two-motor DC electric drive with elastic shafting has been developed. The transfer functions of the electric drive are determined for the control and disturbance channels. Analytical dependences are obtained for calculating the parameters of an electric drive that provide the maximum possible speed of the system in the absence of overshoot in the control channel.

**Keywords:** two-motor electric drive, transfer function, maximum possible speed of the system in the absence of overshoot in the control channel.

В монографии [1] Ключев В.И. выполнил анализ двухдвигательного электропривода постоянного тока с упругими валопроводами при последовательном соединении двигателей без учета влияния индуктивности якорной цепи.

В данной работе анализируется и синтезируется двухдвигательный электропривод постоянного тока при последовательном соединении двигателей с учетом влияния индуктивности якорной цепи.

На рисунке 1 представлена расчетная схема двухдвигательного электропривода постоянного тока с упругими валопроводами при последовательном соединении двигателей.



**Рисунок 1** – Расчетная схема двухдвигательного электропривода постоянного тока при последовательном соединении двигателей

На рисунке 1 приняты следующие обозначения:

$U$  – напряжение, приложенное к якорной цепи электропривода, В;

$I_{\text{я}}$  – ток якорной цепи электропривода, А;

$\omega_{11}$  – угловая скорость якоря первого двигателя,  $\frac{\text{рад.}}{\text{с}}$ ;

$\omega_{12}$  – угловая скорость якоря второго двигателя,  $\frac{\text{рад.}}{\text{с}}$ ;

$\omega_2$  – угловая скорость исполнительного органа механизма,  $\frac{\text{рад.}}{\text{с}}$ ;

$M_{y1}$  – первый упругий момент, Н·м;

$M_{y2}$  – второй упругий момент, Н·м;

$M_c$  – момент сопротивления электропривода, Н·м;

$R_{\text{я}}$  – сопротивление якорной цепи электропривода, Ом;

$L_{\text{я}}$  – индуктивность якорной цепи электропривода, Гн;

$C_e$  – коэффициент пропорциональности между угловой скоростью электродвигателя и его ЭДС,  $\frac{\text{В}\cdot\text{с.}}{\text{рад.}}$ ;

$C_M$  – коэффициент пропорциональности между током и моментом двигателя, В·с;

$J_1$  – момент инерции якоря двигателя, кг · м<sup>2</sup>;

$J_2$  – момент инерции исполнительного органа механизма, кг · м<sup>2</sup>;

$C_y$  – жесткость валопровода,  $\frac{\text{Н}\cdot\text{м}}{\text{рад}}$ .

Математическая модель электропривода представлена шестью уравнениями:

$$\begin{cases} U = C_e \omega_{11} + C_e \omega_{12} + R_{\text{я}} I_{\text{я}} + L_{\text{я}} p I_{\text{я}}; \\ C_M I_{\text{я}} = M_{y1} + J_1 p \omega_{11}; \\ C_M I_{\text{я}} = M_{y2} + J_1 p \omega_{12}; \\ M_{y1} + M_{y2} = M_c + J_2 p \omega_2; \\ M_{y1} = \frac{C_y}{p} \cdot (\omega_{11} - \omega_2); \\ M_{y2} = \frac{C_y}{p} \cdot (\omega_{12} - \omega_2). \end{cases}$$

При избавлении от упругих моментов:

$$\begin{cases} U = C_e \omega_{11} + C_e \omega_{12} + R_{\text{я}} I_{\text{я}} + L_{\text{я}} p I_{\text{я}}; \\ C_M I_{\text{я}} = \frac{C_y}{p} \cdot (\omega_{11} - \omega_2) + J_1 p \omega_{11}; \\ C_M I_{\text{я}} = \frac{C_y}{p} \cdot (\omega_{12} - \omega_2) + J_1 p \omega_{12}; \\ \frac{C_y}{p} \cdot (\omega_{11} - \omega_2) + \frac{C_y}{p} \cdot (\omega_{12} - \omega_2) = M_c + J_2 p \omega_2. \end{cases}$$

После преобразования система принимает вид:

$$\begin{cases} U = C_e \omega_{11} + C_e \omega_{12} + R_{\text{я}} I_{\text{я}} + L_{\text{я}} p I_{\text{я}}; \\ \omega_{11} = \frac{1}{\frac{J_1}{C_y} p^2 + 1} \cdot \omega_2 + \frac{\frac{C_M}{C_y} p}{\frac{J_1}{C_y} p^2 + 1} \cdot M_c; \\ \omega_{12} = \frac{1}{\frac{J_1}{C_y} p^2 + 1} \cdot \omega_2 + \frac{\frac{C_M}{C_y} p}{\frac{J_1}{C_y} p^2 + 1} \cdot M_c; \\ \frac{C_y}{p} \cdot \omega_{11} - \frac{C_y}{p} \cdot \omega_2 + \frac{C_y}{p} \cdot \omega_{12} - \frac{C_y}{p} \cdot \omega_2 = M_c + J_2 p \omega_2. \end{cases}$$

После избавления от угловых скоростей якорей двигателей:

$$\begin{cases} U = \frac{2C_e}{\frac{J_1}{C_y} p^2 + 1} \cdot \omega_2 + \frac{2 \cdot \frac{C_e C_M}{C_y} p}{\frac{J_1}{C_y} p^2 + 1} \cdot I_{\text{я}} + R_{\text{я}} I_{\text{я}} + L_{\text{я}} p I_{\text{я}}; \\ \frac{2 \cdot \frac{C_y}{p}}{\frac{J_1}{C_y} p^2 + 1} \cdot \omega_2 + \frac{2C_M}{\frac{J_1}{C_y} p^2 + 1} \cdot I_{\text{я}} = M_c + J_2 p \omega_2 + 2 \cdot \frac{C_y}{p} \cdot \omega_2. \end{cases}$$

Из второго уравнения системы следует, что

$$I_{\text{Я}} = \frac{1}{2C_M} \cdot \left[ \frac{J_1 J_2}{C_y} \cdot p^3 + (2J_1 + J_2) \cdot p \right] \cdot \omega_2 + \frac{1}{2C_M} \cdot \left( \frac{J_1}{C_y} \cdot p^2 + 1 \right) \cdot M_c.$$

Подставим полученную зависимость в первое уравнение системы:

$$\begin{aligned} & \left( \frac{J_1}{C_y} \cdot p^2 + 1 \right) \cdot \frac{1}{2C_e} \cdot U = \omega_2 + \frac{p}{2C_y} \cdot \left[ \frac{J_1 J_2}{C_y} \cdot p^3 + (2J_1 + J_2) \cdot p \right] \cdot \omega_2 + \\ & + \frac{p}{2C_y} \cdot \left( \frac{J_1}{C_y} \cdot p^2 + 1 \right) \cdot M_c + \frac{R_{\text{Я}}}{2C_e} \cdot \left( \frac{J_1}{C_y} \cdot p^2 + 1 \right) \cdot \frac{1}{2C_M} \cdot \left[ \frac{J_1 J_2}{C_y} \cdot p^3 + (2J_1 + J_2) \cdot p \right] \cdot \omega_2 + \\ & + \frac{R_{\text{Я}}}{2C_e} \cdot \left( \frac{J_1}{C_y} \cdot p^2 + 1 \right)^2 \cdot \frac{1}{2C_M} \cdot M_c + \frac{L_{\text{Я}}}{2C_e} \cdot p \cdot \left( \frac{J_1}{C_y} \cdot p^2 + 1 \right) \cdot \frac{1}{2C_M} \cdot \left[ \frac{J_1 J_2}{C_y} \cdot p^3 + (2J_1 + J_2) \cdot p \right] \cdot \omega_2 + \\ & + \frac{L_{\text{Я}}}{2C_e} \cdot p \cdot \left( \frac{J_1}{C_y} \cdot p^2 + 1 \right)^2 \cdot \frac{1}{2C_M} \cdot M_c. \end{aligned}$$

После преобразования:

$$\begin{aligned} & \left\{ \frac{L_{\text{Я}} J_1 J_2}{4C_e C_M C_y} \cdot p^4 + \frac{R_{\text{Я}} J_1 J_2}{4C_e C_M C_y} \cdot p^3 + \left[ \frac{L_{\text{Я}} (2J_1 + J_2)}{4C_e C_M} + \frac{J_2}{2C_y} \right] \cdot p^2 + \frac{R_{\text{Я}} (2J_1 + J_2)}{4C_e C_M} \cdot p + 1 \right\} \cdot \omega_2 = \\ & = \frac{1}{2C_e} \cdot U - \frac{R_{\text{Я}}}{4C_e C_M} \cdot \left[ \frac{L_{\text{Я}}}{R_{\text{Я}}} \cdot \frac{J_1}{C_y} \cdot p^3 + \frac{J_1}{C_y} \cdot p^2 \left( \frac{L_{\text{Я}}}{R_{\text{Я}}} + 2 \cdot \frac{C_e C_M}{R_{\text{Я}} C_y} \right) \cdot p + 1 \right] \cdot M_c. \end{aligned}$$

Передаточные функции двухдвигательного электропривода постоянного с упругими валопроводами соответственно по каналам управления и возмущения имеют вид:

$$\begin{aligned} \frac{\omega_2(p)}{U(p)} &= \frac{1}{2C_e} \cdot \frac{1}{\frac{L_{\text{Я}} J_1 J_2}{4C_e C_M C_y} \cdot p^4 + \frac{R_{\text{Я}} J_1 J_2}{4C_e C_M C_y} \cdot p^3 + \left[ \frac{L_{\text{Я}} (2J_1 + J_2)}{4C_e C_M} + \frac{J_2}{2C_y} \right] \cdot p^2 + \frac{R_{\text{Я}} (2J_1 + J_2)}{4C_e C_M} \cdot p + 1}; \\ \frac{\omega_2(p)}{M_c(p)} &= \frac{R_{\text{Я}}}{4C_e C_M} \cdot \frac{\frac{L_{\text{Я}}}{R_{\text{Я}}} \cdot \frac{J_1}{C_y} \cdot p^3 + \frac{J_1}{C_y} \cdot p^2 \left( \frac{L_{\text{Я}}}{R_{\text{Я}}} + 2 \cdot \frac{C_e C_M}{R_{\text{Я}} C_y} \right) \cdot p + 1}{\frac{L_{\text{Я}} J_1 J_2}{4C_e C_M C_y} \cdot p^4 + \frac{R_{\text{Я}} J_1 J_2}{4C_e C_M C_y} \cdot p^3 + \left[ \frac{L_{\text{Я}} (2J_1 + J_2)}{4C_e C_M} + \frac{J_2}{2C_y} \right] \cdot p^2 + \frac{R_{\text{Я}} (2J_1 + J_2)}{4C_e C_M} \cdot p + 1}. \end{aligned}$$

### Вариант 1

Если параметры электропривода равны:

$$J_1 = \frac{1}{8} J_2; L_{\text{Я}} = \frac{5}{256} \cdot \frac{R_{\text{Я}}^2 J_2}{C_e C_M}; C_y = \frac{2048}{125} \cdot \frac{C_e^2 C_M^2}{R_{\text{Я}}^2 J_2},$$

то передаточная функция двухдвигательного электропривода постоянного тока с упругими валопроводами по каналу управления имеет вид:

$$\frac{\omega_2(p)}{U(p)} = \frac{1}{2C_e} \cdot \frac{1}{\left( \frac{1}{4} T p + 1 \right)^4},$$

где  $T = \frac{5}{16} \cdot \frac{R_{\text{Я}} J_2}{C_e C_M}.$

При этом переходная характеристика электропривода имеет вид:

$$h(t) = \frac{1}{2C_e} \cdot \left[ 1 - \left( 1 + 4 \cdot \frac{t}{T} + 8 \frac{t^2}{T^2} + \frac{32}{3} \cdot \frac{t^3}{T^3} \right) \cdot e^{-4 \frac{t}{T}} \right].$$

Если  $C_e = 1,25 \frac{\text{В} \cdot \text{с}}{\text{рад}}; C_M = 1,25 \text{ В} \cdot \text{с}; R_{\text{Я}} = 10 \text{ Ом}; J_2 = 0,2 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ , то

$$J_1 = 0,025 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; L_{\text{Я}} = 0,25 \text{ Гн}; C_y = 2 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{рад}}; T = 0,4 \text{ с}.$$

$$h_1(1) = \frac{2}{5} \cdot \left[ 1 - \left( 1 + 10 \cdot t + 50 \cdot t^2 + \frac{500}{3} \cdot t^3 \right) \cdot e^{-10 \cdot t} \right].$$

При этом обеспечивается максимально возможное быстродействие системы при отсутствии перерегулирования по каналу управления.

### Вариант 2.1

Если параметры электропривода равны:

$$J_1 = 0,024 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; L_{\text{Я}} = \frac{744}{3125} = 0,23808 \text{ Гн}; C_y = \frac{1953125}{953312} \approx 2,0487783 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{рад}}, \text{ то переда-}$$

точная функция двухдвигательного электропривода постоянного тока с упругим валопроводом по каналу управления имеет вид:

$$\frac{\omega_2(p)}{U(p)} = \frac{1}{2C_e} \cdot \frac{1}{(T_1 p + 1)^2 \cdot (T_2 p + 1)^2}$$

где  $T_1 = \frac{372}{3125} = 0,11904$  с;  $T_2 = \frac{248}{3125} = 0,07936$  с.

$$h_2(t) = \frac{1}{2C_e} \cdot \left\{ 1 + \left[ \frac{3T_2 - T_1}{(T_1 - T_2)^3} \cdot T_1^2 - \frac{T_1}{(T_1 - T_2)^2} \cdot t \right] \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} + \left[ \frac{T_2 - 3T_1}{(T_1 - T_2)^3} \cdot T_2^2 - \frac{T_2}{(T_1 - T_2)^2} \cdot t \right] \cdot e^{-\frac{t}{T_2}} \right\}.$$

### Вариант 2.2

Если параметры электропривода равны:

$$J_1 = 0,021 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; L_{\text{я}} = \frac{2541}{12500} = 0,20328 \text{ Гн}; C_y = \frac{3906250}{1771561} \approx 2,204976289 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{рад}},$$

$$\text{то } T_1 = \frac{847}{6250} = 0,13552 \text{ с}; T_2 = \frac{363}{6250} = 0,05808 \text{ с}.$$

### Вариант 2.3

Если параметры электропривода равны:

$$J_1 = 0,01875 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; L_{\text{я}} = \frac{57}{320} = 0,178125 \text{ Гн}; C_y = \frac{16000}{6859} \approx 2,33270156 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{рад}},$$

$$\text{то } T_1 = \frac{57}{400} = 0,1425 \text{ с}; T_2 = \frac{19}{400} = 0,0475 \text{ с}.$$

### Вариант 2.4

Если параметры электропривода равны:

$$J_1 = 0,016 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; L_{\text{я}} = \frac{464}{3125} = 0,14848 \text{ Гн}; C_y = \frac{62500000}{624974336} \approx 2,522569037 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{рад}},$$

$$\text{то } T_1 = \frac{464}{3125} = 0,14848 \text{ с}; T_2 = \frac{116}{3125} = 0,03712 \text{ с}.$$

Анализ полученных результатов вычислений показывает: при уменьшении значений моментов инерции двигателей и выборе значений индуктивности якорной цепи электропривода и жесткости валопроводов, обеспечивающих наличие двух пар кратных корней характеристического уравнения системы, одна постоянная времени характеристического уравнения увеличивается, а вторая уменьшается. При этом увеличивается длительность переходного процесса в системе.

### Вывод

Для обеспечения максимально возможного быстродействия при отсутствии перерегулирования по каналу управления в двухдвигательном электроприводе постоянного тока с упругими валопроводами рекомендуется – выбирать значения моментов инерции двигателей, индуктивности якорной цепи электропривода и жесткости валопроводов, при которых характеристическое уравнение системы имеет четыре кратных корня.

### Литература

1. Ключев В.И. Ограничение динамических нагрузок электропривода. – М. : Энергия, 1971. – 320 с.

### References

1. Klyuchev V.I. Ogranichenie dinamicheskikh nagruzok elektroprivoda. – M. : Energiya, 1971. – 320 p.