

ПОСТРОЕНИЕ И ИССЛЕДОВАНИЕ ВРАЩАТЕЛЬНОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ МАШИН РЕАЛЬНЫМИ ЗАКОНАМИ МЕХАНИКИ



CONSTRUCTION AND RESEARCH OF A ROTATIONAL DYNAMIC MODEL OF MACHINES BY REAL LAWS OF MECHANICS

Смелягин Анатолий Игоревич

доктор технических наук,
профессор кафедры
наземного транспорта и механики,
Кубанский государственный
технологический университет
asmelyagin@yandex.ru

Аннотация. При разработке и создании новых машин обязательно проводят их динамический анализ. Обычно динамический анализ машин проводится с помощью законов, теорем и методов классической или аналитической механики. Основы современной классической и аналитической механики построены на законах-Аксиомах И. Ньютона. Анализ законов-Аксиом И. Ньютона показывает, что они не являются ни законами, ни аксиомами. Это объясняется тем, что они точно описывают только движение не существующих в природе материальных точек. Следовательно, все полученные на их основе теоремы, принципы и уравнения для исследования движения материальных объектов являются приближенными. Более того, так как современные машины имеют обычно сложные кинематические цепи, то непосредственное применение для их исследования законов и теорем классической и аналитической механики является сложной и трудоёмкой задачей. Поэтому, опираясь на современные знания и понятия механики, в работе разрабатывается однозвенная вращательная динамическая модель машин и с её помощью проводится теоретическое исследование подъёмного устройства.

Ключевые слова: динамическая модель, механическое движение, сила, момент, масса, момент инерции, приведенный момент, приведенный момент инерции, закон движения, скорость, ускорение.

Smelyagin Anatoly Igorevich

Doctor of technical sciences,
Professor Department
of land transport and mechanics,
Kuban State Technological University
asmelyagin@yandex.ru

Annotation. When developing and creating new machines, they conduct a dynamic analysis in order to learn their capabilities. Usually, dynamic analysis of machines is performed using laws, theorems, and methods of classical or analytical mechanics. The foundations of modern classical and analytical mechanics are based on the laws-Axioms of I. Newton. The analysis of Newton's laws and axioms shows that they are neither laws nor axioms. This is because they accurately describe only the movement of material points that do not exist in nature. Consequently, all the theorems, principles, and equations obtained on their basis for studying the motion of material objects are approximate. Moreover, since modern machines usually have complex kinematic circuits, the direct application of the laws and theorems of classical and analytical mechanics to their research is a complex and time-consuming task. Therefore, based on modern knowledge and concepts of mechanics, we develop a single-link rotational dynamic model of machines and use it to conduct a theoretical study of the lifting device.

Keywords: dynamic model, mechanical motion, force, moment, mass, moment of inertia, reduced moment, reduced moment of inertia, law of motion, speed, acceleration.

Введение

Какими бы не были сложными машины они состоят только из звеньев и кинематических пар, которые в результате их соединения между собой образуют кинематические цепи [1–4].

При создании новых машин, с целью определения их выходных параметров и функциональных возможностей, проводят динамический анализ.

Наука, исследующая движения машин (механических систем) под действием силовых полей называется классической или теоретической механикой. Фундаментом классической механики являются труды Галилея, Ньютона, Эйлера [5–8], а также выведенные из них общие теоремы динамики и принципы [9–12].

Анализ классических законов-Аксиом И. Ньютона и современных их формулировок показывает, что они не являются ни законами и ни аксиомами. Это обусловлено тем, что так называемые законы Ньютона относятся только к не существующим материальным точкам [8, 12–16], используют несуществующую в природе сосредоточенную силу и, почему-то, учитывают только поступательное движение.

Следовательно, законы – аксиомы Ньютона и полученные на их основе теоремы, принципы, уравнения, как классической, так и аналитической механики, для исследования движения машин и материальных тел являются приближёнными. Более того, так как современные машины имеют чаще всего развитые и сложные кинематические цепи, то непосредственное применение этих законов, теорем и уравнений механики для их исследования является сложной и трудоёмкой задачей.

Поэтому в [17, 18] для механических систем и материальных тел были сформулированы новые:

- законы движения;
- условия равновесия;
- следствия.

Эти законы имеют вид.

Законы-Аксиомы движения

1. Взаимодействия материальных тел пары, равновелики и противоположно направлены:

$$I_1 = I_2. \quad (1)$$

2. Работы внешних и инерционных взаимодействий материальных тел на любом перемещении равны между собой:

$$\sum A_{ij} = \sum A_{\phi ij}. \quad (2)$$

2*. Суммарная работа внешних и инерционных взаимодействий материальных тел в любое мгновение равна нулю

$$\sum A_{\Sigma ij} = 0. \quad (3)$$

где $\sum A_{ij}$ – работа на исследуемом перемещении объекта, совершаемая всеми внешними (активными) взаимодействиями; $\sum A_{\phi ij}$ – работа инерционных взаимодействий при перемещении исследуемого объекта; $\sum A_{\Sigma ij}$ – суммарная работа внешних и инерционных взаимодействий на исследуемом перемещении объекта: i – число взаимодействий; j – число степеней свободы (подвижность).

Видно, что законы движения 2 и 2* полностью эквивалентны друг другу. Это следует из формул (2) и (3):

$$\sum A_{ij} + \sum A_{\phi ij} = \sum A_{\Sigma ij} = 0. \quad (4)$$

Целесообразность практического применения законов движения 2 и 2* определяется конфигурацией исследуемой механической системы.

Приведём на конкретных примерах практическое применение полученных законов движения для исследования машин и механических систем, а также докажем их достоверность.

Построение вращательной динамической модели машин

Современные машины и механические системы обычно имеют сложные разветвлённые кинематические цепи, а, значит, применение законов и теорем классической и аналитической механики для исследования их динамики является сложной и трудоёмкой процедурой. Поэтому, опираясь на современные знания реальных законов и понятий механики [17–18], и учитывая, что большинство машин и механизмов имеют вращательный привод, построим однозвенную вращательную динамическую модель машин [1–4].

Известно, что однозвенная динамическая модель большинства машин и механических систем представляет собой вращательную кинематическую пару А, которая соединена со стойкой и начальным механизмом 1 (рис. 1).

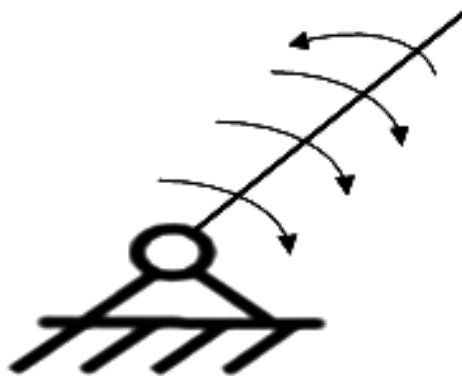


Рисунок 1 – Динамическая модель

Звено 1 вращается вокруг стойки под действием приложенных к нему приведенных моментов внешних сил M_n и сил инерции $M_{\Phi n}$ с угловой скоростью ω_1 и угловым ускорением ε_1 и имеет приведенный момент инерции I_n .

Найдём приведенные к начальному звену 1 динамической модели моменты внешних сил M_n , а также момент инерции I_n .

Для определения M_n и I_n воспользуемся вторым законом (2) движения, который утверждает, что работы внешних и инерционных взаимодействий материальных тел на любом перемещении равны между собой.

$$\sum A_i = \sum A_{\Phi i}. \quad (5)$$

Работы внешних и инерционных силовых воздействий, приложенных к звеньям (телам) машин и механических систем определяются:

$$\sum A_i = \int M_n d\varphi_1, \quad (6)$$

$$\sum A_{\Phi i} = \int M_{\Phi 1} d\varphi_1. \quad (7)$$

Известно [9–12], что момент сил инерции $M_{\Phi n}$ звена приведения 1 равен

$$M_{\Phi 1} = I_n \varepsilon_1. \quad (8)$$

С учетом (8) уравнение (7) примет вид

$$\sum A_{\Phi i} = \int I_n \varepsilon_1 d\varphi_1. \quad (9)$$

Продифференцируем уравнения (6) и (9), в результате получим:

$$\sum dA_i = M_n d\varphi_1, \quad (10)$$

$$\sum dA_{\Phi i} = I_n \varepsilon_1 d\varphi_1. \quad (11)$$

Разделим уравнения (10) и (11) на dt:

$$\sum \frac{dA_i}{dt} = M_n \frac{d\varphi_1}{dt}, \quad (12)$$

$$\sum \frac{dA_{\Phi i}}{dt} = I_n \varepsilon_1 \frac{d\varphi_1}{dt}. \quad (13)$$

Введём обозначения:

$$\frac{dA_i}{dt} = P_i, \quad (14)$$

$$\frac{dA_{\Phi i}}{dt} = P_{\Phi i}, \quad (15)$$

где P_i и $P_{\Phi i}$ – соответственно, мощности активных и инерционных взаимодействий.

С учётом принятых обозначений (14) и (15), уравнения (12) и (13) примут вид:

$$\sum P_i = M_n \omega_1, \quad (16)$$

$$\sum P_{\Phi i} = I_n \varepsilon_1 \omega_1. \quad (17)$$

Найдём мощности активных и инерционных взаимодействий для i-го звена (тела) машины и механической системы:

$$P_i = F_i V_i \cos(\widehat{F_i, V_i}) + M_i \omega_i, \quad (18)$$

$$P_{\Phi_k} = \Phi_i V_i \cos(\widehat{F_i, V_i}) + M_{\Phi_i} \omega_i, \quad (19)$$

где F_i и M_i – соответственно, внешние сила и момент сил, действующие на i -е звено машины;

$\Phi_i = m_i a_i$ – сила инерции, действующая на i -е звено машины;

$M_{\Phi_k} = I_i \varepsilon_i$ – момент сил инерции, действующий на i -е звено машины,

где V_i , ω_i , a_i и ε_i – соответственно, линейные и угловые скорости и ускорения i -го звена машины.

Поставим (18) и (19) в (16) и (17), в результате получим:

$$\sum [F_i V_i \cos(\widehat{F_i, V_i}) + M_i \omega_i] = M_{\Pi} \omega_1, \quad (20)$$

$$\sum [m_i a_i V_i \cos(\widehat{F_i, V_i}) + I_i \varepsilon_i \omega_i] = I_{\Pi} \varepsilon_1 \omega_1. \quad (21)$$

Из уравнения (20) найдём приведённый момент активных взаимодействий

$$M_{\Pi} = \sum \left[F_k \frac{V_i}{\omega_1} \cos(\widehat{F_i, V_i}) + M_i \frac{\omega_i}{\omega_1} \right]. \quad (22)$$

Установим, что представляют отношения скоростей $\frac{V_i}{\omega_1}$ и $\frac{\omega_i}{\omega_1}$ в формуле (22):

$$\frac{V_i}{\omega_1} = \frac{\frac{ds_i}{dt}}{\frac{d\varphi_1}{dt}} = \frac{ds_i}{d\varphi_1} = S'_{i\varphi_1}, \quad (23)$$

$$\frac{\omega_i}{\omega_1} = \frac{\frac{d\varphi_i}{dt}}{\frac{d\varphi_1}{dt}} = \frac{d\varphi_i}{d\varphi_1} = \varphi'_{i\varphi_1}, \quad (24)$$

где $S'_{i\varphi_1}$ и $\varphi'_{i\varphi_1}$ аналоги скоростей или передаточные отношения [2, 3, 19–21].

С учётом (23) и (24) приведённый к начальному звену момент активных взаимодействий определится

$$M_{\Pi} = \sum \left[F_i S'_{i\varphi_1} \cos(\widehat{F_i, V_i}) + M_i \varphi'_{i\varphi_1} \right]. \quad (25)$$

Теперь найдём приведённый к начальному звену динамической модели момент инерции I_{Π} , для чего запишем формулу (21)

$$\sum [m_i a_i V_i \cos(\widehat{F_i, V_i}) + I_i \varepsilon_i \omega_i] = I_{\Pi} \varepsilon_1 \omega_1. \quad (26)$$

Из уравнения (26) найдём приведённый момент инерции

$$I_{\Pi} = \sum \left[m_i \frac{a_i V_i}{\varepsilon_1 \omega_1} \cos(\widehat{F_i, V_i}) + I_k \frac{\varepsilon_i \omega_i}{\varepsilon_1 \omega_1} \right]. \quad (27)$$

Найдём отношения ускорений $\frac{a_i}{\varepsilon_1}$ и $\frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_1}$ в формулу (27), определяющей приведённый момент инерции:

$$\frac{a_i}{\varepsilon_1} = \frac{\frac{dV_i}{dt}}{\frac{d\omega_1}{dt}} = \frac{dV_i}{d\omega_1} = V'_{i\omega_1}, \quad (28)$$

$$\frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_1} = \frac{\frac{d\omega_i}{dt}}{\frac{d\omega_1}{dt}} = \frac{d\omega_i}{d\omega_1} = \omega'_{i\omega_1}, \quad (29)$$

где $V'_{i\omega_1}$ и $\omega'_{i\omega_1}$ аналоги ускорений или передаточные отношения.

С учётом (28) и (29) приведённый к начальному звену момент инерции определится

$$I_{\Pi} = \sum \left[m_i V'_{i\omega_1} S'_{i\varphi_1} \cos(\widehat{F_i, V_i}) + I_i \omega'_{i\omega_1} \varphi'_{i\varphi_1} \right]. \quad (30)$$

Рассмотрим на примере практическое применение построенной динамической модели и докажем её достоверность для машин.

Исследование грузоподъемного устройства

Исследуемое устройство (рис. 2) представляет собой, в соответствии с принятой устоявшейся терминологией, классический грузоподъемный механизм. Отметим, что правильнее это грузоподъемное устройство называть грузоподъемной машиной.

Механизмы не совершают полезной работы, они реализуют только необходимые законы движений звеньев, а машины – создаются именно для совершения полезной работы [1–4].

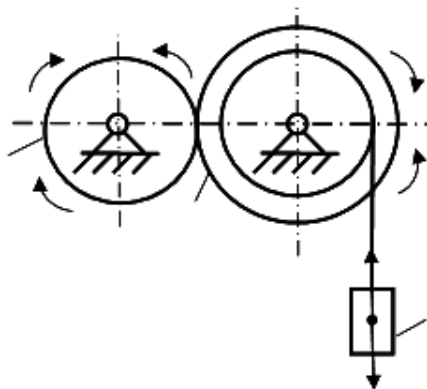


Рисунок 2 – Грузоподъемное устройство

Грузоподъемное устройство имеет вращательный привод, который приводит во вращение колесо 1 и связанный с ним барабан 2. При вращении барабана груз 3 поднимается.

При исследовании грузоподъемного устройства примем, что:

- колесо 1 имеет радиус R_1 , массу m_1 , момент инерции I_1 и вращается под действием моментов активных (внешних) сил M_1 и сил инерции $M_{\Phi 1}$;
- барабан 2 радиусами R_1 и R_2 имеет массу m_2 и момент инерции I_2 , к нему приложены моменты сил трения качения M_C и сил инерции $M_{\Phi 2}$;
- груз 3 массой m_3 имеет вес G_3 и на него действует сила инерции Φ_3 ;
- на него действуют постоянные внешние силы и моменты сил;
- движение объекта происходит при начальных нулевых условиях.

Необходимо найти закон движения поднимаемого груза 3.

Исследование грузоподъемного устройства будем проводить с помощью динамической модели (рис. 2).

Для построения динамической модели исследуемой подъемной машины найдём, приложенный к начальному звену 1 момент активных сил M_n и приведенный момент инерции I_n .

Приведенный момент внешних сил, приложенный к звену 1 определим по формуле (25).

Так как в (25) и (30) входят аналоги скоростей, то найдём их. Для этого свяжем перемещения барабана 2 и груза 3 с поворотом звена приведения 1:

$$\varphi_2 = \varphi_1 \frac{r_1}{R_2}, \quad (31)$$

$$S_3 = \varphi_1 \frac{r_1 r_2}{R_2}. \quad (32)$$

Дифференцируя (31) и (32) по времени t , найдём, выраженную через угловую скорость звена приведения, угловую скорость барабана 2 и скорость подъёма груза 3, соответственно:

$$\omega_2 = \omega_1 \frac{r_1}{R_2}, \quad (33)$$

$$V_3 = \omega_1 \frac{r_1 r_2}{R_2}. \quad (34)$$

В соответствии с (23) и (24), найдём аналоги скоростей для:

- начального диска

$$\frac{d\varphi_1}{d\varphi_1} = 1; \quad (35)$$

- барабана

$$\frac{d\varphi_2}{d\varphi_1} = \frac{r_1}{R_2}; \quad (36)$$

- груза

$$\frac{dS_3}{d\varphi_1} = \frac{r_1 r_2}{R_2}. \quad (37)$$

С учетом найденных аналогов скоростей (35–37), и в соответствии с (25), найдём приведенный момент сил, действующий на начальное звено грузоподъемника

$$M_{\Pi} = M_1 - M_C \frac{r_1}{R_2} - m_3 g \frac{r_1 r_2}{R_2}. \quad (38)$$

Приведенный момент инерции начального звена динамической модели найдём по формуле (30).

Так как в (30) кроме аналогов скоростей входят еще и аналоги ускорений, то найдём их.

Для определения аналогов ускорений продифференцируем (33) и (34) по времени t . В результате найдём ускорения барабана и груза:

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_1 \frac{r_1}{R_2}, \quad (39)$$

$$a_3 = \varepsilon_1 \frac{r_1 r_2}{R_2}. \quad (40)$$

В соответствии с формулами (28) и (29), найдём аналоги скоростей для:

- начального звена (колеса)

$$\frac{d\omega_1}{d\omega_1} = 1; \quad (41)$$

- барабана

$$\frac{d\omega_2}{d\omega_1} = \frac{r_1}{R_2}; \quad (42)$$

- груза

$$\frac{dV_3}{d\omega_1} = \frac{r_1 r_2}{R_2}. \quad (43)$$

С учетом найденных аналогов ускорений (41–43), и в соответствии с формулой (30), найдём приведенный момент инерции начального звена грузоподъемника

$$I_{\Pi} = I_1 + I_2 \left(\frac{r_1}{R_2}\right)^2 + m_3 \left(\frac{r_1 r_2}{R_2}\right)^2. \quad (44)$$

Итак, приведенные к начальному звену динамической модели момент инерции и моменты внешних сил, найдены. Перейдём к исследованию динамики грузоподъемной машины.

Для исследования динамической модели (грузоподъемника) воспользуемся вторым законом (2) движения материальных тел, который утверждает – работы инерционных и внешних взаимодействий тел на любом перемещении равны между собой

$$\sum A_{\Phi ij} = \sum A_{ij}. \quad (45)$$

Работы инерционных и внешних взаимодействий начального звена динамической модели определяются

$$I_{\Pi} \varepsilon_1 \varphi_1 = M_{\Pi} \varphi_1. \quad (46)$$

После преобразования (46), получим дифференциальное уравнение движения начального звена динамической модели

$$\frac{d\omega_1}{dt} = \frac{M_{\Pi}}{I_{\Pi}}. \quad (47)$$

Дважды интегрируя (47), найдем, соответственно, угловую скорость и ускорение звена приведения:

$$\omega_1 = \frac{M_{II}}{I_{II}} t + C_1, \quad (48)$$

$$\varphi_1 = \frac{M_{II}}{I_{II}} \frac{t^2}{2} + C_1 t + C_2, \quad (49)$$

где C_1 и C_2 – постоянные интегрирования.

При принятых начальных условиях, что при $t = 0$, $\varphi_{10} = 0$ и $\omega_{10} = 0$ (машина не работала), найдём, что

$$C_1 = C_2 = 0. \quad (50)$$

С учётом (50), (38) и (44), угловая скорость и ускорение звена приведения, соответственно, определяются:

$$\omega_1 = \frac{M_1 - M_C \frac{r_1}{R_2} - m_3 g \frac{r_1 r_2}{R_2}}{I_1 + I_2 \left(\frac{r_1}{R_2}\right)^2 + m_3 \left(\frac{r_1 r_2}{R_2}\right)^2} t, \quad (51)$$

$$\varphi_1 = \frac{M_1 - M_C \frac{r_1}{R_2} - m_3 g \frac{r_1 r_2}{R_2}}{I_1 + I_2 \left(\frac{r_1}{R_2}\right)^2 + m_3 \left(\frac{r_1 r_2}{R_2}\right)^2} \frac{t^2}{2}. \quad (52)$$

Для нахождения закона движения груза 3, подставим (51) и (52) в формулы (32) и (34). В результате найдём закон движения и скорость груза 3:

$$S_3 = \frac{M_1 - M_C \frac{r_1}{R_2} - m_3 g \frac{r_1 r_2}{R_2}}{I_1 + I_2 \left(\frac{r_1}{R_2}\right)^2 + m_3 \left(\frac{r_1 r_2}{R_2}\right)^2} \frac{r_1 r_2}{R_2} \frac{t^2}{2},$$

$$V_3 = \frac{M_1 - M_C \frac{r_1}{R_2} - m_3 g \frac{r_1 r_2}{R_2}}{I_1 + I_2 \left(\frac{r_1}{R_2}\right)^2 + m_3 \left(\frac{r_1 r_2}{R_2}\right)^2} \frac{r_1 r_2}{R_2} t.$$

Из полученных результатов и рассмотренного примера следует, что исследование динамики многозвенных машин и механических систем с помощью динамических моделей значительно упрощается по сравнению с традиционными методами.

Выводы

По результатам работы можно заключить:

- с помощью новых динамических моделей машин и механических систем исследование их динамики значительно упрощается;
- найденные законы движения звеньев грузоподъемной машины соответствуют движению реального объекта, что свидетельствует об адекватности предлагаемых моделей реальным объектам;
- полученные результаты позволяют рекомендовать новые динамические модели к практическому использованию.

Литература

1. Смелягин А.И. Структура механизмов и машин. – М. : Высш. шк., 2014. – 304 с.
2. Смелягин А.И. Теория механизмов и машин. – М. – Новосибирск, ИНФРА-М, 2008. – 263 с.
3. Смелягин А.И. Теория механизмов и машин. Курсовое проектирование. – М. : ИНФРА-М, 2019. – 263 с.
4. Смелягин А.И. Структура машин, механизмов и конструкций. – М. : ИНФРА-М, 2019. – 387 с.
5. Галилео Галилей. Избранные труды в двух томах. – М. : Наука, 1964.
6. Ньютон Исаак. Математические начала натуральной философии. – М. : Наука, 1989. – 688 с.
7. Эйлер Л. Основы динамики точки. – М. – Ленинград : НТИ-НКТП СССР, 1938. – 500 с.
8. Харламов П.В. Очерки об основаниях механики. Мифы, заблуждения и ошибки. – Киев : Наук, думка, 1995. – 407 с.
9. Никитин Н.Н. Курс теоретической механики. – М. : Высш. шк., 1990. – 607 с.
10. Голубев Ю.Ф. Основы теоретической механики. – М. : Изд-во МГУ, 2000. – 2-е изд. – 720 с.
11. Кузьмичев В.Е. Законы и формулы физики. – Киев : Наук. Думка, 1989. – 864 с.

12. Ишлинский А.Ю. Механика: идеи, задачи, приложения. – М. : Наука, 1985. – 624 с.
13. Смелягин А.И. Аксиомы или законы движения сформулировал и. Ньютон // Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). – 2014. – № 2. – С. 11–16.
14. Смелягин А.И. Законы и понятия классической механики // Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). – 2019. – № 3. – С. 21–27.
15. Смелягин А.И. Основные, первичные понятия механики // Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). – 2014. – № 2. – С. 17–26.
16. Смелягин А.И. Объекты, для которых сформулированы аксиомы или законы классической механики // Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). – 2014. – № 1. – С. 21–25.
17. Смелягин А.И. Об основных понятиях и законах классической механики // Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). – 2020. – № 2. – С. 25–38.
18. Смелягин А.И. О реальных законах движения // Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). – 2020. – № 3. – С. 11–16.
19. Смелягин А.И. Применение аналогов скоростей для исследования механических систем вращательного движения // Электронный сетевой политехнический журнал «Научные труды КубГТУ». – 2016. – № 10. – С. 125–139.
20. Смелягин А.И. Применение аналогов скоростей и ускорений для исследования движений механических систем с помощью новых аксиом и теорем // Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). – 2016. – № 2. – С. 21–29.
21. Смелягин А.И. Об аналогах скоростей и ускорений // Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). – 2019. – № 4. – С. 19–25.

References

1. Smelyagin A.I. Structure of mechanisms and machines. – M. : Higher school, 2014. – 304 p.
2. Smelyagin A.I. Theory of mechanisms and machines. – M. – Novosibirsk, INFRA-M, 2008. – 263 p.
3. Smelyagin A.I. Theory of mechanisms and machines. Course design. – M. : INFRA-M, 2019. – 263 p.
4. Smelyagin A.I. Structure of machines, mechanisms and structures. – M. : INFRA-M, 2019. – 387 p.
5. Galileo Galilei. Selected works in two volumes. – M. : Nauka, 1964.
6. Newton Isaac. Mathematical principles of natural philosophy. – M. : Nauka, 1989. – 688 p.
7. Euler L. Basics of point dynamics. – M. – Leningrad : NTI-NKTP of the USSR, 1938. – 500 p.
8. Kharlamov P.V. Essays on the foundations of mechanics. Myths, misconceptions, and mistakes. – Kiev : Nauk, Dumka, 1995. – 407 p.
9. Nikitin N.N. Course of theoretical mechanics. – M. : Higher school, 1990. – 607 p.
10. Golubev Yu.F. Fundamentals of theoretical mechanics. – M. : MSU Publishing house, 2000. – 2nd ed. – 720 p.
11. Kuzmichev V.E. Laws and formulas of physics. – Kiev : Nauk. Dumka, 1989. – 864 p.
12. Ishlinsky A.Yu. Mechanics: ideas, problems, applications. – M. : Nauka, 1985. – 624 p.
13. Smelyagin A.I. Axioms or laws of motion formulated by I. Newton // Science. Engineering. Technology (polytechnical bulletin). – 2014. – № 2. – P. 11–16.
14. Smelyagin A.I. Laws and concepts of classical mechanics // Science. Engineering. Technology (polytechnical bulletin). – 2019. – № 3. – P. 21–27.
15. Smolyagin A.I. the Basic and primary concepts of mechanics // Science. Engineering. Technology (polytechnical bulletin). – 2014. – № 2. – P. 17–26.
16. Smelyagin A.I. Objects for which axioms or laws of classical mechanics are formulated // Science. Engineering. Technology (polytechnical bulletin). – 2014. – № 1. – P. 21–25.
17. Smelyagin A.I. On the basic concepts and laws of classical mechanics // Science. Engineering. Technology (polytechnical bulletin). – 2020. № 2. – P. 25–38.
18. Smelyagin A.I. Dynamic analysis of the simplest movements of bodies with the help of new laws // Science. Engineering. Technology (polytechnical bulletin). – 2020. – № 3. – P. 11–16.
19. Smelyagin A.I. Application of analogs of speeds for the study of mechanical systems of rotary motion // Electronic network polythematic journal «Scientific works of lubGTU». – 2016. – № 10. – P. 125–139.
20. Smelyagin A.I. Application of analogs of speeds and accelerations to study the movements of mechanical systems using new axioms and theorems // The science. Technics. Technologies (polytechnic bulletin). – 2016. – № 2. – P. 21–29.
21. Smelyagin A.I. About analogs of speeds and accelerations // The science. Technics. Technologies (polytechnic bulletin). – 2019. – № 4. – P. 19–25.