

621.01

ДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПРОСТЕЙШИХ ДВИЖЕНИЙ ТЕЛ С ПОМОЩЬЮ НОВЫХ ЗАКОНОВ



DYNAMIC ANALYSIS OF THE SIMPLEST MOVEMENTS OF BODIES USING NEW LAWS

Смелягин Анатолий Игоревич

доктор технических наук, профессор
кафедры наземного транспорта и механики,
Кубанского государственного
технологического университета
asmelyagin@yandex.ru

Smelyagin Anatoly Igorevich

Doctor of technical sciences,
Professor Department
of land transport and mechanics,
Kuban state technological university
asmelyagin@yandex.ru

Аннотация. Используя новые законы и уравнения движения материальных объектов проведено исследование поступательного, вращательного и плоскопараллельного движения материальных тел. Результаты исследования доказывают адекватность полученных ранее моделей реальным материальным объектам. Это позволяет рекомендовать новые законы и уравнения механики к широкому практическому применению.

Annotation. Using new laws and equations of motion of material objects, a study is made of the translational, rotational and plane-parallel motion of material bodies. The results of the study prove the adequacy of previously obtained models to real material objects. This allows us to recommend new laws and equations of mechanics for wide practical application.

Ключевые слова: законы, поступательное движение, вращательное движение, плоскопараллельное движение, сила, момент, работа, кинематические характеристики, закон движения, скорость, ускорение, масса, момент инерции.

Keywords: laws, translational motion, rotational motion, plane-parallel motion, force, moment, work, kinematic characteristics, law of motion, speed, acceleration, mass, moment of inertia.

Введение

Наука, изучающая механические движения, взаимодействия и равновесие материальных тел, называется Механикой [1–3].

Фундамент современной классической механики построен на трудах Галилея, Ньютона, Эйлера [4–6] и выведенных из них общих теорем динамики, принципа Даламбера, уравнений Лагранжа и таких понятиях, как материальное тело, материальная точка, масса, движение, покой, пространство, время, кинематические характеристики движения, меры движения, взаимодействие, связь, меры взаимодействия (равновесие) [1–8].

Анализ законов-аксиом И. Ньютона показывает, что, строго говоря, они не являются ни законами и ни аксиомами. Это обусловлено тем, что они описывают движение только не существующих в природе объектов, а именно материальных точек [7–12]. Поэтому в [13] были:

- проанализированы, уточнены и сформулированы основные понятия классической механики;
- сформулированы реальные законы движения материальных тел и точек;
- сформулированы законы равновесия материальных тел.

Приведём на конкретных примерах практическое применение полученных в [13] законов и докажем их достоверность.

При исследовании движения тел примем, что на тела действуют постоянные внешние силы и моменты сил. Движение тел происходит при нулевых начальных условиях.

Поступательное движение материальных тел

Пусть материальное тело (рис. 1) массой m совершает поступательное движение S под действием силы F . Также на тело действуют сила трения $F_{\text{тр}}$ и сила инерции F . Необходимо найти закон движения тела и его скорость.

Так как тело совершает поступательное движение, то его исследование будем определять по движению центра масс.

Приложим к центру масс все действующие на тело силы и кинематические параметры (рис. 1).

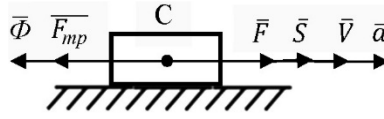


Рисунок 1 – Поступательно движущееся тело

Для исследования движения тела воспользуемся законом движения материальных тел, полученным в [13].

Работа внешних и инерционных взаимодействий материальных тел в любое мгновение равны между собой.

$$\sum A_{ij} = \sum A_{\phi ij}. \quad (1)$$

где A_{ij} – работа на исследуемом перемещении объекта, совершаемая всеми внешними (активными) взаимодействиями; $A_{\phi ij}$ – работа на исследуемом, перемещении объекта, совершаемая всеми инерционными взаимодействиями; i – число взаимодействий; j – число степеней свободы у объекта.

Следовательно, если исследуемый объект Вселенной имеет несколько степеней свободы, то для изучения его движения необходимо записывать столько уравнений (1), сколько у него степеней свободы.

Найдём число степеней свободы (подвижность W) исследуемого тела.

В соответствии с [14–17] подвижность исследуемого тела определится по формуле:

$$W = \Pi n - \sum_{i=1}^{\Pi-1} (\Pi - i)p_i, \quad (2)$$

где Π – подвижность пространства в котором существует исследуемый объект; n – число тел из которых состоит объект; $i = 1, 2, 3, \dots$ – целочисленный индекс; p – число кинематических пар i – той подвижности.

Исследуемый объект существует в одномерном ($M = 1$) и одноподвижном ($\Pi = 1$) пространстве [14–17] и имеет одно материальное тело (звено) и одну одноподвижную кинематическую пару.

После подстановки начальных условий в (2), найдём, что подвижность исследуемого объекта будет равна $W = 1$.

С учётом того, что исследуемый объект имеет одну степень свободы, уравнение (1) примет вид:

$$\sum A_i = \sum A_{\phi i}. \quad (3)$$

Раскроем (3) для поступательно движущегося тела (рис. 1):

$$F \cdot S - F_{\text{тр}} \cdot S = \Phi \cdot S. \quad (4)$$

Известно [1–3], что силы, соответственно, определяются следующим образом:

- трения скольжения:

$$F_{\text{тр}} = fmg, \quad (5)$$

- инерции:

$$\Phi = ma, \quad (6)$$

где f – коэффициент трения скольжения.

С учётом (5) и (6) уравнение (4) примет вид:

$$ma = F - fmg. \quad (7)$$

После преобразования (7) получим:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{F - fmg}{m}. \quad (8)$$

После двукратного интегрирования (8) и, учитывая принятые начальные условия, найдем скорость и закон движения исследуемого объекта

$$V = \frac{F - fmg}{m} t, \quad (9)$$

$$S = \frac{F - fmg}{m} \frac{t^2}{2}. \quad (10)$$

Видно, что (9) и (10) полностью совпадают с ранее известными формулами, что свидетельствует об адекватности моделей реальным объектам.

Вращательное движение материальных тел

Пусть материальное тело (рис. 2) с моментом инерции I совершает вращательное движение φ под действием момента силы M . Так же на тело действуют момент сил трения $M_{тр}$ и момент сил инерции M_{Φ} . Необходимо найти закон движения тела и угловую скорость ω .

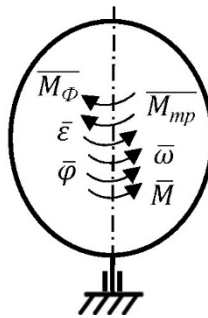


Рисунок 2 – Вращательно движущееся тело

Приложим к телу все действующие на него моменты сил и кинематические параметры (рис. 2).

Для исследования движения тела воспользуемся законом движения материальных тел (1).

Найдём число степеней свободы (подвижность W) исследуемого тела по формуле (2).

Исследуемый объект существует в одномерном ($M = 1$) и одноподвижном ($\Pi = 1$) пространстве и имеет одно материальное тело (звено) и одну одноподвижную кинематическую пару.

После подстановки начальных условий в (2), найдём, что подвижность исследуемого объекта будет равна $W = 1$.

С учётом того, что исследуемый объект имеет одну степень свободы раскроем (3) для вращающегося тела (рис. 2):

$$M \cdot \varphi - M_{тр} \cdot \varphi = M_{\Phi} \cdot \varphi. \quad (11)$$

Известно [1–3], что моменты сил, соответственно, определяются следующим образом:

- трения:

$$M_{тр} = \mu mg, \quad (12)$$

- инерции:

$$M_{\Phi} = I\varepsilon, \quad (13)$$

где μ – коэффициент трения качения; ε – угловое ускорение.

С учётом (12) и (13) уравнение (11) примет вид:

$$I\varepsilon = M - \mu mg. \quad (14)$$

После преобразования (14) получим:

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{M - \mu mg}{I}. \quad (15)$$

После двукратного интегрирования (15) и, учитывая принятые начальные условия, найдем скорость и закон движения исследуемого объекта:

$$\omega = \frac{M - \mu mg}{I} t, \quad (16)$$

$$\varphi = \frac{M - \mu mg}{I} \cdot \frac{t^2}{2}. \quad (17)$$

Видно, что (16) и (17) полностью совпадают с ранее известными формулами, что свидетельствует об адекватности моделей реальным объектам.

Плоскопараллельное движение материальных тел

Пусть колесо радиусом R (рис. 3) массой m с моментом инерции $I = mR^2$ совершает плоскопараллельное движение под действием момента силы M . Так же на колесо действуют: момент сил трения M_c ; момент сил инерции M_Φ ; сила сопротивления F ; сила инерции Φ .

Необходимо найти закон движения колеса и его основные кинематические параметры.

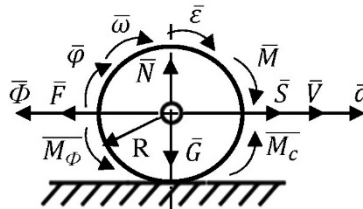


Рисунок 3 – Катящееся колесо

Приложим к телу все действующие на него силы, моменты сил и кинематические параметры (рис. 3).

Для исследования движения колеса воспользуемся законом движения материальных тел (1).

Найдём число степеней свободы (подвижность W) исследуемого колеса по формуле (2).

Исследуемый объект существует в двумерном ($M = 2$) и двухподвижном ($\Pi = 2$) пространстве. Тогда, подвижность колеса в соответствии с (2) определится по формуле:

$$W = \Pi n - p_1. \quad (18)$$

Колесо (рис. 3) имеет одно материальное тело ($n = 1$) и одну одноподвижную кинематическую пару ($p_1 = 1$).

Подставив эти начальные условия в (18), найдём, что подвижность исследуемого объекта определится:

$$W = 2 \cdot 1 - 1 = 1. \quad (19)$$

Из (19) следует, что изучаемый объект имеет одну степень свободы, поэтому для его исследования воспользуемся формулой (3).

Раскроем (3) для катящегося колеса (рис. 3):

$$M \cdot \varphi - M_c \cdot \varphi - F \cdot S = M_\Phi \cdot \varphi + \Phi \cdot S. \quad (20)$$

Свяжем между собой линейные и угловые кинематические параметры

$$S = \varphi R. \quad (21)$$

$$\varphi = \frac{S}{R}. \quad (22)$$

$$S' = \varphi' R. \quad (23)$$

$$\varphi' = \frac{S'}{R}. \quad (24)$$

$$S'' = \varphi'' R. \quad (25)$$

$$\varphi'' = \frac{S''}{R}. \quad (26)$$

Подставив (21–26) в уравнение (20) и учитывая, (6), (12) и (13), получим:

$$M \frac{S}{R} - \mu mg \frac{S}{R} - FS = I \frac{S''}{R} + mS''S. \quad (27)$$

Преобразуем (27):

$$S'' = \frac{\frac{M}{R} - \frac{\mu mg}{R} - F}{2m}. \quad (28)$$

После двукратного интегрирования (28) и, учитывая принятые начальные условия, найдем скорость и закон движения колеса:

$$S' = \frac{\frac{M}{R} - \frac{\mu mg}{R} - F}{2m} t, \quad (29)$$

$$S = \frac{\frac{M}{R} - \frac{\mu mg}{R} - F}{2m} t^2. \quad (30)$$

Видно, что (29) и (30) полностью совпадают с ранее известными формулами, что свидетельствует об адекватности моделей реальным объектам.

Выводы

Подводя итоги отмеченному выше, можно заключить:

- с помощью новых законов движения материальных тел исследованы поступательное, вращательное и плоскопараллельное движения тел;
- найденные законы движения исследованных тел полностью совпадают с ранее изученными;
- это свидетельствует об адекватности предлагаемых законов реальным объектам.

Полученные результаты позволяют рекомендовать новые законы и уравнения механики к широкому практическому применению.

Литература

1. Никитин Н.Н. Курс теоретической механики. – М. : Высш. шк., 1990. – 607 с.
2. Голубев Ю.Ф. Основы теоретической механики. – М. : Изд-во МГУ, 2000. – 2-е изд. – 720 с.
3. Кузьмичев В.Е. Законы и формулы физики. – Киев : Наук. Думка, 1989. – 864 с.
4. Галилео Галилей. Избранные труды в двух томах. – М. : Наука, 1964.
5. Ньютон Исаак. Математические начала натуральной философии. – М. : Наука, 1989. – 688 с.
6. Эйлер Л. Основы динамики точки. – Москва-Ленинград: НТИ-НКТП СССР, 1938. – 500 с.
7. Харламов П.В. Очерки об основаниях механики. Мифы, заблуждения и ошибки. – Киев : Наук, думка, 1995. – 407 с.
8. Ишлинский А.Ю. Механика: идеи, задачи, приложения. – М. : Наука, 1985. – 624 с.
9. Смелягин А.И. Аксиомы или законы движения сформулировал И. Ньютон // Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). – Краснодар : Издательский Дом – Юг, 2014. – № 2. – С. 11–16.
10. Смелягин А.И. Законы и понятия классической механики // Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). – Краснодар : Издательский Дом – Юг, 2019. – № 3. – С. 21–27.
11. Смелягин А.И. Основные, первичные понятия механики // Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). – Краснодар : Издательский Дом – Юг, 2014. – № 2. – С. 17–26.
12. Смелягин А.И. Объекты, для которых сформулированы аксиомы или законы классической механики // Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). – Краснодар : Издательский Дом – Юг, 2014. – № 1. – С. 21–25.
13. Смелягин А.И. Об основных понятиях и законах классической механики // Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). – Краснодар : Издательский Дом – Юг, 2020. – № 2. – С. 11–16.

14. Смелягин А.И. Теория механизмов и машин. – Москва-Новосибирск : ИНФРА-М, 2008. – 263 с.
15. Смелягин А.И. Теория механизмов и машин. Курсовое проектирование. – М. : ИНФРА-М, 2019. – 263 с.
16. Смелягин А.И. Структура механизмов и машин. – М. : Высш. шк., 2014. – 304 с.
17. Структура машин, механизмов и конструкций. – М. : ИНФРА-М, 2019. – 387 с.

References

1. Nikitin N.N. The course of theoretical mechanics. – M. : Higher. school., 1990. – 607 p.
2. Golubev Yu. F. Fundamentals of theoretical mechanics. – M. : Publishing House of Moscow State University, 2000. – 2nd ed. – 720 p.
3. Kuzmichev V.E. Laws and formulas of physics. – Kiev : Science. Dumka, 1989. – 864 p.
4. Galileo Galilei. Selected works in two volumes. – M. : Science, 1964.
5. Newton Isaac. Mathematical principles of natural philosophy. – M. : Nauka, 1989. – 688 p.
6. Euler L. Fundamentals of the dynamics of a point. – Moscow-Leningrad: NTI-NKTP USSR, 1938. – 500 p.
7. Kharlamov P.V. Essays on the foundations of mechanics. Myths, fallacies and mistakes. – Kiev : Science, Dumka, 1995. – 407 p.
8. Ishlinsky A. Yu. Mechanics: ideas, tasks, applications. – M. : Nauka, 1985. – 624 p.
9. Smelyagin A.I. Axioms or laws of motion are formulated I. Newton // Science. Technics. Technology (Polytechnic Bulletin). – Krasnodar : Publishing House – South, 2014. – № 2. – P. 11–16.
10. Smelyagin A.I. Laws and concepts of classical mechanics // Science. Technics. Technology (Polytechnic Bulletin). – Krasnodar : Publishing House – South, 2019. – № 3. – P. 21–27.
11. Smelyagin A.I. Basic, primary concepts of mechanics // Science. Technics. Technology (Polytechnic Bulletin). – Krasnodar : Publishing House – South, 2014. – № 2. – P. 17–26.
12. Smelyagin A.I. Objects for which axioms or laws of classical mechanics are formulated // Science. Technics. Technology (Polytechnic Bulletin). – Krasnodar : Publishing House – South, 2014. – № 1. – P. 21–25.
13. Smelyagin A.I. On the basic concepts and laws of classical mechanics // Science. Technics. Technology (Polytechnic Bulletin). – Krasnodar : Publishing House – South, 2020. – № 2. – P. 11–16.
14. Smelyagin A.I. Theory of mechanisms and machines. – Moscow-Novosibirsk, INFRA-M, 2008. – 263 p.
15. Smelyagin A.I. Theory of mechanisms and machines. Course design. – M. : INFRA-M, 2019. – 263 p.
16. Smelyagin A.I. The structure of mechanisms and machines. – M. : Higher. school., 2014. – 304 p.
17. The structure of machines, mechanisms and structures. – M. : INFRA-M, 2019. – 387 p.