УДК 62

АНАЛИЗ ПЕРЕХОДНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК СИСТЕМЫ ШЕСТОГО ПОРЯДКА С ОДНИМ КОРНЕМ КРАТНОСТЬЮ ТРИ, С ОДНИМ КОРНЕМ КРАТНОСТЬЮ ДВА И С ОДНИМ КОРНЕМ КРАТНОСТЬЮ ОДИН ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

♦♦♦♦♦

THE ANALYSIS OF TRANSIENT CHARACTERISTICS OF A SIXTH ORDER SYSTEM WITH TRIPLE SOLUTION, DOUBLE SOLUTION AND ONE-TIME SOLUTION OF THE CHARACTERISTIC EQUATION

Добробаба Юрий Петрович
кандидат технических наук, доцент,
доцент кафедры электроснабжения
промышленных предприятий,
Кубанский государственный
технологический университет

Мурлин Алексей Георгиевич
кандидат технических наук, доцент,
доцент кафедры информационных систем
и программирования,
Кубанский государственный
технологический университет

Печёнкин Олег Андреевич
студент,
Кубанский государственный
технологический университет
pchn257@mail.ru

Dobrobaba Yuriy Petrovich
Candidate of Technical Sciences,
Associate Professor,
Associate Professor of the Department
of Power Supply of Industrial Enterprises,
Kuban State Technological University

Murlin Aleksey Georgievich
Candidate of technical sciences,
Associate Professor,
Associate Professor of department
of information systems and programming,
Kuban state technological university

Pechonkin Oleg Andreevich
Student,
Kuban state technological university
pchn257@mail.ru

Аннотация. В статьях выполнен анализ переходных характеристик систем шестого порядка: с одним корнем кратности шесть характеристического уравнения [1]; с одним корнем кратностью пять и с одним корнем кратностью один характеристического уравнения [2]; с одним корнем кратностью четыре и с одним корнем кратностью два характеристического уравнения [3]; с одним корнем кратностью четыре и с двумя корнями кратностью один [4]. В данной статье анализируются переходные характеристики системы шестого порядка с двумя корнями кратностью три характеристического уравнения.
Найдены переходные характеристики систем шестого порядка с одним корнем кратностью три, с одним корнем кратностью два и с одним корнем кратностью один характеристического уравнения с полиномом нулевой степени и с полиномом первой степени в числителе передаточной функции.

Ключевые слова: переходная характеристика, характеристическое уравнение системы шестого порядка, корни характеристического уравнения.

Annotation. Articles analyze the transient characteristics of a sixth order systems: with six-time solution of the characteristic equation [1]; with five-time solution and one-time solutions of the characteristic equation [2]; with four-time solution and double solution of the characteristic equation [3]; with four-time solution and two one-time solutions of the characteristic equation [4]. This article analyzes the transient characteristics of a sixth order system with two triple solutions of the characteristic equation.
Transitional characteristics of sixth order systems with triple solution, double solution and one-time solution of the characteristic equation with a zero degree polynomial and a first degree polynomial in numerator of transfer function are found.

Keywords: transition characteristic, sixth order characteristic equation system, the solution of the characteristic equation.

Передаточная функция системы шестого порядка с одним корнем кратностью три, с одним корнем кратностью два и с одним корнем кратностью один характеристического уравнения имеет вид:

$$W_{60}(p) = \frac{1}{(T_1 p + 1)^3 \cdot (T_2 p + 1)^2 \cdot (T_3 p + 1)},$$

где T_1, T_2 и T_3 – постоянные времени полинома знаменателя передаточной функции шестого порядка.

Корни характеристического уравнения системы шестого порядка с одним корнем кратностью три, с одним корнем кратностью два и с одним корнем кратностью один характеристического уравнения:

$$p_{1\div 3} = -\frac{1}{T_1},$$

$$p_{4\div 5} = -\frac{1}{T_2},$$

$$p_6 = -\frac{1}{T_3}.$$

Переходная характеристика системы шестого порядка с одним корнем кратностью три, с одним корнем кратностью два и с одним корнем кратностью один характеристического уравнения и её первых пяти производных соответственно равны:

$$h_{60}(t) = K_1 \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} + K_2 \cdot t \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} + K_3 \cdot t^2 \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} + K_4 \cdot e^{-\frac{t}{T_2}} + K_5 \cdot t \cdot e^{-\frac{t}{T_2}} +$$

$$+K_6 \cdot e^{-\frac{t}{T_3}} + K_7\,;$$

$$h_{60}^{(1)}(t) = \left(-\frac{K_1}{T_1} + K_2\right) \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} + \left(-\frac{K_2}{T_1} + 2K_3\right) \cdot t \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} -$$

$$-\frac{K_3}{T_1} \cdot t^2 \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} + \left(-\frac{K_4}{T_2} + K_5\right) \cdot e^{-\frac{t}{T_2}} - \frac{K_5}{T_2} \cdot t \cdot e^{-\frac{t}{T_2}} - \frac{K_6}{T_3} \cdot e^{-\frac{t}{T_3}};$$

$$h_{60}^{(2)}(t) = \left(\frac{K_1}{T_1^2} - 2 \cdot \frac{K_2}{T_1} + 2K_3\right) \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} + \left(\frac{K_2}{T_1^2} - 4 \cdot \frac{K_3}{T_1}\right) \cdot t \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} +$$

$$+\frac{K_3}{T_1^2} \cdot t^2 \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} + \left(\frac{K_4}{T_2^2} - 2 \cdot \frac{K_5}{T_2}\right) \cdot e^{-\frac{t}{T_2}} + \frac{K_5}{T_2^2} \cdot t \cdot e^{-\frac{t}{T_2}} + \frac{K_6}{T_3^2} \cdot e^{-\frac{t}{T_3}};$$

$$h_{60}^{(3)}(t) = \left(-\frac{K_1}{T_1^3} + 3 \cdot \frac{K_2}{T_1^2} - 6 \cdot \frac{K_3}{T_1}\right) \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} + \left(-\frac{K_2}{T_1^3} + 6 \cdot \frac{K_3}{T_1^2}\right) \cdot t \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} -$$

$$-\frac{K_3}{T_1^3} \cdot t^2 \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} + \left(-\frac{K_4}{T_2^3} + 3 \cdot \frac{K_5}{T_2^2}\right) \cdot e^{-\frac{t}{T_2}} - \frac{K_5}{T_2^3} \cdot t \cdot e^{-\frac{t}{T_2}} - \frac{K_6}{T_3^3} \cdot e^{-\frac{t}{T_3}};$$

$$h_{60}^{(4)}(t) = \left(\frac{K_1}{T_1^4} - 4 \cdot \frac{K_2}{T_1^3} + 12 \cdot \frac{K_3}{T_1^2}\right) \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} + \left(\frac{K_2}{T_1^4} - 8 \cdot \frac{K_3}{T_1^3}\right) \cdot t \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} +$$

$$+\frac{K_3}{T_1^4} \cdot t^2 \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} + \left(\frac{K_4}{T_2^4} - 4 \cdot \frac{K_5}{T_2^4}\right) \cdot e^{-\frac{t}{T_2}} + \frac{K_5}{T_2^4} \cdot t \cdot e^{-\frac{t}{T_2}} + \frac{K_6}{T_3^4} \cdot e^{-\frac{t}{T_3}};$$

$$h_{60}^{(5)}(t) = \left(-\frac{K_1}{T_1^5} + 5 \cdot \frac{K_2}{T_1^4} - 20 \cdot \frac{K_3}{T_1^3}\right) \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} + \left(-\frac{K_2}{T_1^5} + 10 \cdot \frac{K_3}{T_1^4}\right) \cdot t \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} -$$

$$-\frac{K_3}{T_1^5} \cdot t^2 \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} + \left(-\frac{K_4}{T_2^5} + 5 \cdot \frac{K_5}{T_2^5}\right) \cdot e^{-\frac{t}{T_2}} - \frac{K_5}{T_2^5} \cdot t \cdot e^{-\frac{t}{T_2}} - \frac{K_6}{T_3^5} \cdot e^{-\frac{t}{T_3}}.$$

Так как начальные и конечные значения системы шестого порядка (с точки зрения физики) имеют вид:

$$h_{60}(0) = 0;\ h_{60}^{(1)}(0) = 0;\ h_{60}^{(2)}(0) = 0;\ h_{60}^{(3)}(0) = 0;\ h_{60}^{(4)}(0) = 0;\ h_{60}^{(5)}(0) = 0;\ h_{60}(\infty) = 1,$$

а начальные и конечные значения системы шестого порядка (с точки зрения математики) имеют вид:

$$h_{60}(0) = K_1 + K_4 + K_6 + K_7;$$

$$h_{60}^{(1)}(0) = -\frac{K_1}{T_1} + K_2 - \frac{K_4}{T_2} + K_5 - \frac{K_6}{T_3};$$

$h_{60}^{(2)}(0) = \frac{K_1}{T_1^2} - 2 \cdot \frac{K_2}{T_1} + 2K_3 + \frac{K_4}{T_2^2} - 2 \cdot \frac{K_5}{T_2} + \frac{K_6}{T_3^2};$

$h_{60}^{(3)}(0) = -\frac{K_1}{T_1^3} + 3 \cdot \frac{K_2}{T_1^2} - 6 \cdot \frac{K_3}{T_1} - \frac{K_4}{T_2^3} + 3 \cdot \frac{K_2}{T_2^2} - \frac{K_6}{T_3^3};$

$h_{60}^{(4)}(0) = \frac{K_1}{T_1^4} - 4 \cdot \frac{K_2}{T_1^3} + 12 \cdot \frac{K_3}{T_1^2} + \frac{K_4}{T_2^4} - 4 \cdot \frac{K_5}{T_2^3} + \frac{K_6}{T_3^4};$

$h_{60}^{(5)}(0) = -\frac{K_1}{T_1^5} + 5 \cdot \frac{K_2}{T_1^4} - 20 \cdot \frac{K_3}{T_1^3} - \frac{K_4}{T_2^5} + 5 \cdot \frac{K_5}{T_2^4} - \frac{K_6}{T_3^5};$

$h_{60}(\infty) = K_7,$

то справедлива зависимость:

$K_7 = 1.$

При этом справедлива система уравнений:

$$K_1 + K_4 + K_6 + 1 = 0; \quad (1)$$

$$-\frac{K_1}{T_1} + K_2 - \frac{K_4}{T_2} + K_5 - \frac{K_6}{T_3} = 0; \quad (2)$$

$$\frac{K_1}{T_1^2} - 2 \cdot \frac{K_2}{T_1} + 2K_3 + \frac{K_4}{T_2^2} - 2 \cdot \frac{K_5}{T_2} + \frac{K_6}{T_3^2} = 0; \quad (3)$$

$$-\frac{K_1}{T_1^3} + 3 \cdot \frac{K_2}{T_1^2} - 6 \cdot \frac{K_3}{T_1} - \frac{K_4}{T_2^3} + 3 \cdot \frac{K_2}{T_2^2} - \frac{K_6}{T_3^3} = 0; \quad (4)$$

$$\frac{K_1}{T_1^4} - 4 \cdot \frac{K_2}{T_1^3} + 12 \cdot \frac{K_3}{T_1^2} + \frac{K_4}{T_2^4} - 4 \cdot \frac{K_5}{T_2^3} + \frac{K_6}{T_3^4} = 0; \quad (5)$$

$$-\frac{K_1}{T_1^5} + 5 \cdot \frac{K_2}{T_1^4} - 20 \cdot \frac{K_3}{T_1^3} - \frac{K_4}{T_2^5} + 5 \cdot \frac{K_5}{T_2^4} - \frac{K_6}{T_3^5} = 0. \quad (6)$$

Из уравнения (2) следует, что:

$$K_2 = \frac{K_1}{T_1} + \frac{K_4}{T_2} - K_5 + \frac{K_6}{T_3}. \quad (7)$$

Из уравнений (3) и (7) следует, что:

$$2K_3 = \frac{K_1}{T_1^2} - \frac{T_1 - 2T_2}{T_1} \cdot \frac{K_4}{T_2^2} + 2 \cdot \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot \frac{K_5}{T_2} - \frac{T_1 - 2T_3}{T_1} \cdot \frac{K_6}{T_3^2}. \quad (8)$$

Из уравнений (4), (7) и (8) следует, что:

$$K_1 = -\frac{T_1}{T_2} \cdot \frac{T_1^2 - 3T_1T_2 + 3T_2^2}{T_2^2} \cdot K_4 + 3T_1 \cdot \frac{T_1^2 - 2T_1T_2 + T_2^2}{T_2^2} \cdot K_5 -$$

$$-\frac{T_1}{T_3} \cdot \frac{T_1^2 - 3T_1T_3 + 3T_3^2}{T_3^2} \cdot K_6. \quad (9)$$

Из уравнений (5), (7), (8), и (9) следует, что:

$$K_4 = T_2 \cdot \frac{4T_1 - T_2}{T_1 - T_2} \cdot K_5 - \frac{T_2^4}{T_3^4} \cdot \frac{(T_1 - T_3)^3}{(T_1 - T_2)^3} \cdot K_6. \quad (10)$$

Из уравнений (6), (7), (8), (9) и (10) следует, что:

$$K_5 = \frac{T_2^3}{T_3^3} \cdot \frac{(T_1 - T_3)^3}{(T_1 - T_2)^3} \cdot \frac{T_2 - T_3}{T_3} \cdot \frac{K_6}{T_3}. \quad (11)$$

Из уравнений (1), (7), (8), (9), (10) и (11) следует, что:

$$K_6 = \frac{T_3^5}{(T_1 - T_3)^3 (T_2 - T_3)^2};$$

$$K_5 = \frac{T_2^3}{(T_1 - T_2)^3 \cdot (T_2 - T_3)};$$

$$K_4 = \frac{T_2^4}{(T_1 - T_2)^4} \cdot \frac{4T_1 - T_2}{T_2 - T_3} - \frac{T_2^4 T_3}{(T_1 - T_2)^3 \cdot (T_2 - T_3)^2};$$

$$K_3 = -\frac{1}{2} \cdot \frac{T_1}{(T_1 - T_2)^2 \cdot (T_1 - T_3)};$$

$$K_2 = -\frac{T_1 T_2 \cdot (T_1 - 3T_2)}{(T_1 - T_2)^3 \cdot (T_2 - T_3)} + \frac{T_2 T_3 \cdot (T_1 - 2T_2)}{(T_1 - T_2)^2 \cdot (T_2 - T_3)^2} -$$
$$- \frac{T_3^2 \cdot (T_1 - 2T_3)}{(T_1 - T_3)^2 \cdot (T_2 - T_3)^2};$$

$$K_1 = -\frac{T_1 T_2 \cdot (T_1^2 - 3T_1 T_2 + 3T_2^2)}{(T_1 - T_2)^4} \cdot \frac{4T_1 - T_2}{T_2 - T_3} + 3 \cdot \frac{T_1 T_2}{(T_1 - T_2) \cdot (T_2 - T_3)} +$$
$$+ \frac{T_1 T_2 T_3}{(T_1 - T_2)^3} \cdot \frac{T_1^2 - 3T_1 T_2 + 3T_2^2}{(T_2 - T_3)^2} - \frac{T_1 T_3^2}{(T_1 - T_3)^3} \cdot \frac{T_1^2 - 3T_1 T_3 + 3T_3^2}{(T_2 - T_3)^2}.$$

Таким образом, переходная характеристика системы шестого порядка с одним корнем кратностью три, с одним корнем кратностью два и с одним корнем кратностью один характеристического уравнения и её первая производная соответственно равны:

$$h_{60}(t) = \left[-\frac{T_1 T_2 \cdot (T_1^2 - 3T_1 T_2 + 3T_2^2)}{(T_1 - T_2)^4} \cdot \frac{4T_1 - T_2}{T_2 - T_3} + 3 \cdot \frac{T_1 T_2}{(T_1 - T_2) \cdot (T_2 - T_3)} + \right.$$
$$\left. + \frac{T_1 T_2 T_3}{(T_1 - T_2)^3} \cdot \frac{T_1^2 - 3T_1 T_2 + 3T_2^2}{(T_2 - T_3)^2} - \frac{T_1 T_3^2}{(T_1 - T_3)^3} \cdot \frac{T_1^2 - T_1 T_3 + 3T_3^2}{(T_2 - T_3)^2} \right] \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} +$$
$$+ \left[-\frac{T_1 T_2 \cdot (T_1 - 3T_2)}{(T_1 - T_2)^3 \cdot (T_2 - T_3)} + \frac{T_2 T_3 \cdot (T_1 - 2T_2)}{(T_1 - T_2)^2 \cdot (T_2 - T_3)^2} - \right.$$
$$\left. - \frac{T_3^2 \cdot (T_1 - 2T_3)}{(T_1 - T_3)^2 \cdot (T_2 - T_3)^2} \right] \cdot t \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} - \frac{1}{2} \cdot \frac{T_1}{(T_1 - T_2)^2 \cdot (T_1 - T_3)} \cdot t^2 \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} +$$
$$+ \left[\frac{T_2^4}{(T_1 - T_2)^4} \cdot \frac{4T_1 - T_2}{T_2 - T_3} - \frac{T_2^4 T_3}{(T_1 - T_2)^3 \cdot (T_2 - T_3)^2} \right] \cdot e^{-\frac{t}{T_2}} +$$
$$+ \frac{T_2^3}{(T_1 - T_2)^3 \cdot (T_2 - T_3)} \cdot t \cdot e^{-\frac{t}{T_2}} + \frac{T_3^5}{(T_1 - T_3)^3 (T_2 - T_3)^2} \cdot e^{-\frac{t}{T_3}} + 1;$$

$$h_{60}^{(1)}(t) = \left[\frac{3T_2 \cdot (T_1^3 - 3T_1^2 T_2 + 4T_1 T_2^2 - T_2^3)}{(T_1 - T_2)^4 \cdot (T_2 - T_3)} - \frac{3T_2}{(T_1 - T_2) \cdot (T_2 - T_3)} - \right.$$
$$\left. - \frac{T_2^3 T_3}{(T_1 - T_2)^3 (T_2 - T_3)^2} + \frac{T_3^4}{(T_1 - T_3)^3 (T_2 - T_3)^2} \right] \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} +$$
$$+ \left[\frac{T_2 \cdot (T_1 - 3T_2)}{(T_1 - T_2)^3 \cdot (T_2 - T_3)} - \frac{T_2 T_3 \cdot (T_1 - 2T_2)}{T_1 \cdot (T_1 - T_2)^2 \cdot (T_2 - T_3)^2} + \right.$$
$$\left. + \frac{T_3^2 \cdot (T_1 - 2T_3)}{T_1 \cdot (T_1 - T_3)^2 \cdot (T_2 - T_3)^2} - \frac{T_1}{(T_1 - T_2)^2 \cdot (T_1 - T_3)} \right] \cdot t \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} +$$
$$+ \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{(T_1 - T_2)^2 \cdot (T_1 - T_3)} \cdot t^2 \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} + \left[-\frac{T_2^3}{(T_1 - T_2)^4} \cdot \frac{4T_1 - T_2}{T_2 - T_3} + \right.$$
$$\left. + \frac{T_2^4}{(T_1 - T_2)^3 \cdot (T_2 - T_3)^2} \right] \cdot e^{-\frac{t}{T_2}} - \frac{T_2^2}{(T_1 - T_2)^3 \cdot (T_2 - T_3)} \cdot t \cdot e^{-\frac{t}{T_2}} -$$
$$- \frac{T_3^4}{(T_1 - T_3)^3 \cdot (T_2 - T_3)^2} \cdot e^{-\frac{t}{T_3}}.$$

Передаточная функция системы шестого порядка с одним корнем кратностью три, с одним корнем кратностью два и с одним корнем кратностью один характеристического уравнения с полиномом первой степени в числителе передаточной функции имеет вид:

$$W_{61}(p)=\frac{\tau p+1}{(T_1p+1)^3\cdot(T_2p+1)^2\cdot(T_3p+1)},$$

где τ – постоянная времени полинома числителя передаточной функции шестого порядка.

Переходная характеристика системы шестого порядка с одним корнем кратностью три, с одним корнем кратностью два и с одним корнем кратностью один характеристического уравнения с полиномом первой степени в числителе передаточной функции принимает вид:

$$h_{61}(t)=\left[-\frac{T_1T_2\cdot(T_1^2-3T_1T_2+3T_2^2)}{(T_1-T_2)^4}\cdot\frac{4T_1-T_2}{T_2-T_3}+3\cdot\frac{T_1T_2}{(T_1-T_2)\cdot(T_2-T_3)}+\right.$$
$$+\frac{T_1T_2T_3}{(T_1-T_3)^3}\cdot\frac{T_1^2-3T_1T_2+3T_2^2}{(T_1-T_3)^2}-\frac{T_1T_3^2}{(T_1-T_3)^3}\cdot\frac{T_1^2-3T_1T_3+3T_3^2}{(T_2-T_3)^2}+$$
$$+\frac{3T_2\cdot(T_1^3-3T_1^2T_2+4T_1T_2^2-T_2^3)\cdot\tau}{(T_1-T_2)^4\cdot(T_2-T_3)}-3\cdot\frac{T_2\tau}{(T_1-T_2)\cdot(T_2-T_3)}-$$
$$\left.-\frac{T_2^3T_3\tau}{(T_1-T_2)^3\cdot(T_2-T_3)^2}+\frac{T_3^4\tau}{(T_1-T_3)^3\cdot(T_2-T_3)^2}\right]\cdot e^{-\frac{t}{T_1}}+$$
$$+\left[-\frac{T_1T_2\cdot(T_1-3T_2)}{(T_1-T_2)^3\cdot(T_2-T_3)}+\frac{T_2T_3\cdot(T_1-2T_2)}{(T_1-T_2)^2\cdot(T_2-T_3)^2}-\frac{T_3^2\cdot(T_1-2T_3)}{(T_1-T_3)^2\cdot(T_2-T_3)^2}+\right.$$
$$+\frac{T_2\cdot(T_1-3T_2)\cdot\tau}{(T_1-T_2)^3\cdot(T_2-T_3)}-\frac{T_2T_3\cdot(T_1-2T_2)\cdot\tau}{T_1\cdot(T_1-T_2)^2\cdot(T_2-T_3)^2}+$$
$$\left.+\frac{T_3^2\cdot(T_1-2T_3)\cdot\tau}{T_1\cdot(T_1-T_3)^2\cdot(T_2-T_3)^2}-\frac{T_1\tau}{(T_1-T_2)^2\cdot(T_1-T_3)}\right]\cdot t\cdot e^{-\frac{t}{T_1}}+$$
$$+\left[-\frac{1}{2}\cdot\frac{T_1}{(T_1-T_2)^2\cdot(T_1-T_3)}+\frac{1}{2}\cdot\frac{\tau}{(T_1-T_2)^2\cdot(T_1-T_3)}\right]\cdot t^2\cdot e^{-\frac{t}{T_1}}+$$
$$+\left[\frac{T_2^4}{(T_1-T_2)^4}\cdot\frac{4T_1-T_2}{T_2-T_3}-\frac{T_2^4T_3}{(T_1-T_2)^3\cdot(T_2-T_3)^2}-\frac{T_2^3\tau}{(T_1-T_2)^4}\cdot\frac{4T_1-T_2}{T_2-T_3}+\right.$$
$$\left.+\frac{T_2^4\tau}{(T_1-T_2)^3\cdot(T_2-T_3)^2}\right]\cdot e^{-\frac{t}{T_2}}+\left[\frac{T_2^3}{(T_1-T_2)^3\cdot(T_2-T_3)}--\frac{T_2^2\tau}{(T_1-T_2)^3\cdot(T_2-T_3)^2}\right]\cdot t\cdot e^{-\frac{t}{T_2}}$$
$$+\left[\frac{T_3^5}{(T_1-T_3)^3\cdot(T_2-T_3)^2}-\right.$$
$$\left.-\frac{T_3^4\tau}{(T_1-T_3)^3\cdot(T_2-T_3)^2}\right]\cdot e^{-\frac{t}{T_3}}+1.$$

Для системы возможно три варианта.

Вариант первый справедлив для системы, если выполняются условия $T_1 > T_2$, $T_1 > T_3$.

При этом, если $\tau = T_1$, то:

$$h_{61}(t)=-\frac{T_1^2-3T_1T_2-2T_1T_3+4T_2T_3}{(T_1-T_2)^3\cdot(T_1-T_3)^2}\cdot T_1^3\cdot e^{-\frac{t}{T_1}}-$$
$$-\frac{T_1^2}{(T_1-T_2)^2\cdot(T_1-T_3)}\cdot t\cdot e^{-\frac{t}{T_1}}+\frac{T_2^2-3T_1T_2-2T_2T_3+4T_1T_3}{(T_1-T_2)^3\cdot(T_2-T_3)^2}\cdot T_2^3\cdot e^{-\frac{t}{T_2}}-$$
$$-\frac{T_2^2}{(T_1-T_2)^2\cdot(T_2-T_3)}\cdot t\cdot e^{-\frac{t}{T_2}}-\frac{T_3^4}{(T_1-T_3)^2\cdot(T_2-T_3)^2}\cdot e^{-\frac{t}{T_3}}+1.$$

Предположим $T_1 = 0{,}2\,T$, $T_2 = 0{,}15\,T$, а $T_3 = 0{,}1\,T$,
при τ = 0:

$$h_{61}(t) = -896 \cdot e^{-5\cdot\frac{t}{T}} + 960 \cdot \frac{t}{T} \cdot e^{-5\cdot\frac{t}{T}} - 400 \cdot \frac{t^2}{T^2} \cdot e^{-5\cdot\frac{t}{T}} + 891 \cdot e^{-\frac{20}{3}\cdot\frac{t}{T}} +$$

$$+540 \cdot \frac{t}{T} \cdot e^{-\frac{20}{3}\cdot\frac{t}{T}} + 4 \cdot e^{-10\cdot\frac{t}{T}} + 1\,,$$

при τ = T_1:

$$h_{61}(t) = 192 \cdot e^{-5\cdot\frac{t}{T}} - 160 \cdot \frac{t}{T} \cdot e^{-5\cdot\frac{t}{T}} - 189 \cdot e^{-\frac{20}{3}\cdot\frac{t}{T}} - 180 \cdot \frac{t}{T} \cdot e^{-\frac{20}{3}\cdot\frac{t}{T}} -$$

$$-4 \cdot e^{-10\cdot\frac{t}{T}} + 1\,,$$

при τ = $2T_1$:

$$h_{61}(t) = 1280 \cdot e^{-5\cdot\frac{t}{T}} - 1280 \cdot \frac{t}{T} \cdot e^{-5\cdot\frac{t}{T}} + 400 \cdot \frac{t^2}{T^2} \cdot e^{-5\cdot\frac{t}{T}} - 1269 \cdot e^{-\frac{20}{3}\cdot\frac{t}{T}} -$$

$$-900 \cdot \frac{t}{T} \cdot e^{-\frac{20}{3}\cdot\frac{t}{T}} - 12 \cdot e^{-10\cdot\frac{t}{T}} + 1\,.$$

Полученные зависимости изображены на рисунке 1 в относительных единицах.

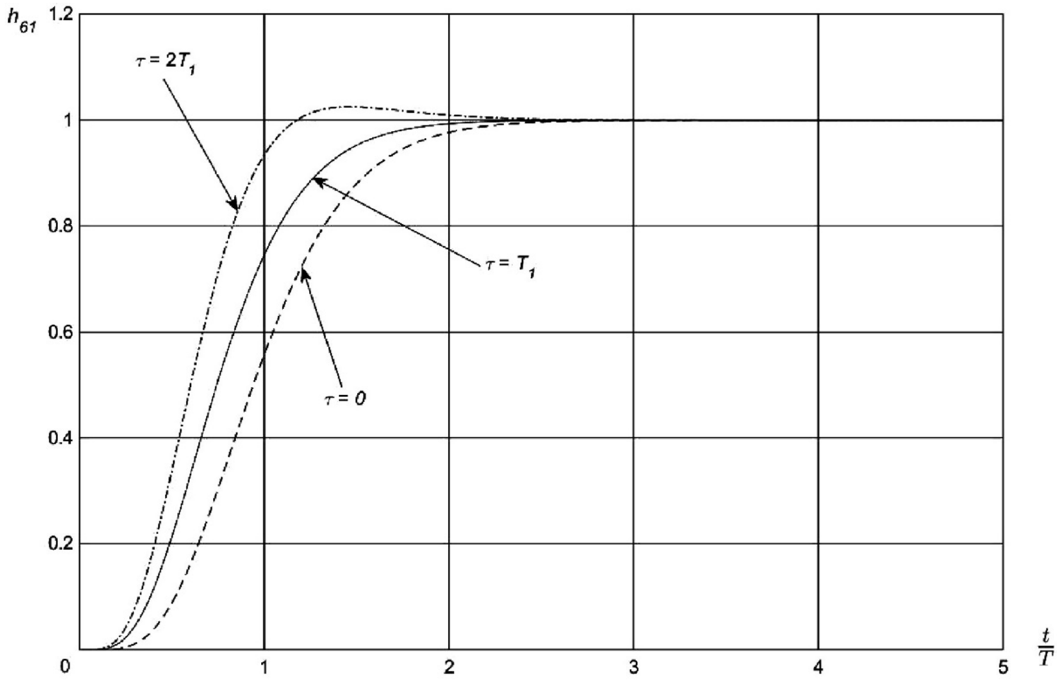

Рисунок 1 – Зависимость h_{61} от $\frac{t}{T}$ при различных τ

Вариант второй справедлив для системы, если выполняются условия $T_2 > T_1$, $T_2 > T_3$.

При этом, если τ = T_2, то:

$$h_{61}(t) = -\frac{T_1^2}{(T_1 - T_2)^3 \cdot (T_1 - T_3)^3}[T_1^4 - 3T_1^3 \cdot (T_2 + T_3) +$$

$$+3T_1^2 \cdot (T_2^2 + 3T_2T_3 + T_3^2) - 8T_1T_2T_3 \cdot (T_2 + T_3) + 6T_2^2T_3^2] \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} -$$

$$-\frac{T_1^2 - 2T_1(T_1 + T_2) + 3T_2T_3}{(T_1 - T_2)^2 \cdot (T_1 - T_3)^2} \cdot T_1 \cdot t \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{(T_1 - T_2) \cdot (T_1 - T_3)} \cdot t^2 \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} +$$

$$-\frac{T_2^4}{(T_1 - T_2)^3 \cdot (T_2 - T_3)} \cdot e^{-\frac{t}{T_2}} - \frac{T_3^4}{(T_1 - T_3)^3 \cdot (T_2 - T_3)} \cdot e^{-\frac{t}{T_3}} + 1.$$

Предположим $T_1 = 0{,}16\,T$, $T_2 = 0{,}2\,T$, а $T_3 = 0{,}12\,T$,

при τ = 0:

$$h_{61}(t) = -3968 \cdot e^{-\frac{25}{4}\cdot\frac{t}{T}} - 3200 \cdot \frac{t}{T} \cdot e^{-\frac{25}{4}\cdot\frac{t}{T}} - 1250 \cdot \frac{t^2}{T^2} \cdot e^{-\frac{25}{4}\cdot\frac{t}{T}} +$$

$$+\frac{15625}{4} \cdot e^{-5\cdot\frac{t}{T}} - \frac{3125}{2} \cdot \frac{t}{T} \cdot e^{-5\cdot\frac{t}{T}} + \frac{243}{4} \cdot e^{-\frac{25}{3}\cdot\frac{t}{T}} + 1,$$

при τ = T_2:

$$h_{61}(t) = 352 \cdot e^{-\frac{25}{4}\cdot\frac{t}{T}} + 300 \cdot \frac{t}{T} \cdot e^{-\frac{25}{4}\cdot\frac{t}{T}} + \frac{625}{2} \cdot \frac{t^2}{T^2} \cdot e^{-\frac{25}{4}\cdot\frac{t}{T}} - \frac{625}{2} \cdot e^{-5\cdot\frac{t}{T}} -$$

$$-\frac{81}{2} \cdot e^{-\frac{25}{3}\cdot\frac{t}{T}} + 1,$$

при τ = $2T_2$:

$$h_{61}(t) = 4672 \cdot e^{-\frac{25}{4}\cdot\frac{t}{T}} + 3800 \cdot \frac{t}{T} \cdot e^{-\frac{25}{4}\cdot\frac{t}{T}} + 1875 \cdot \frac{t^2}{T^2} \cdot e^{-\frac{25}{4}\cdot\frac{t}{T}} -$$

$$-\frac{18125}{4} \cdot e^{-5\cdot\frac{t}{T}} + \frac{3125}{2} \cdot \frac{t}{T} \cdot e^{-5\cdot\frac{t}{T}} - \frac{567}{4} \cdot e^{-\frac{25}{3}\cdot\frac{t}{T}} + 1.$$

Полученные зависимости изображены на рисунке 2 в относительных единицах.

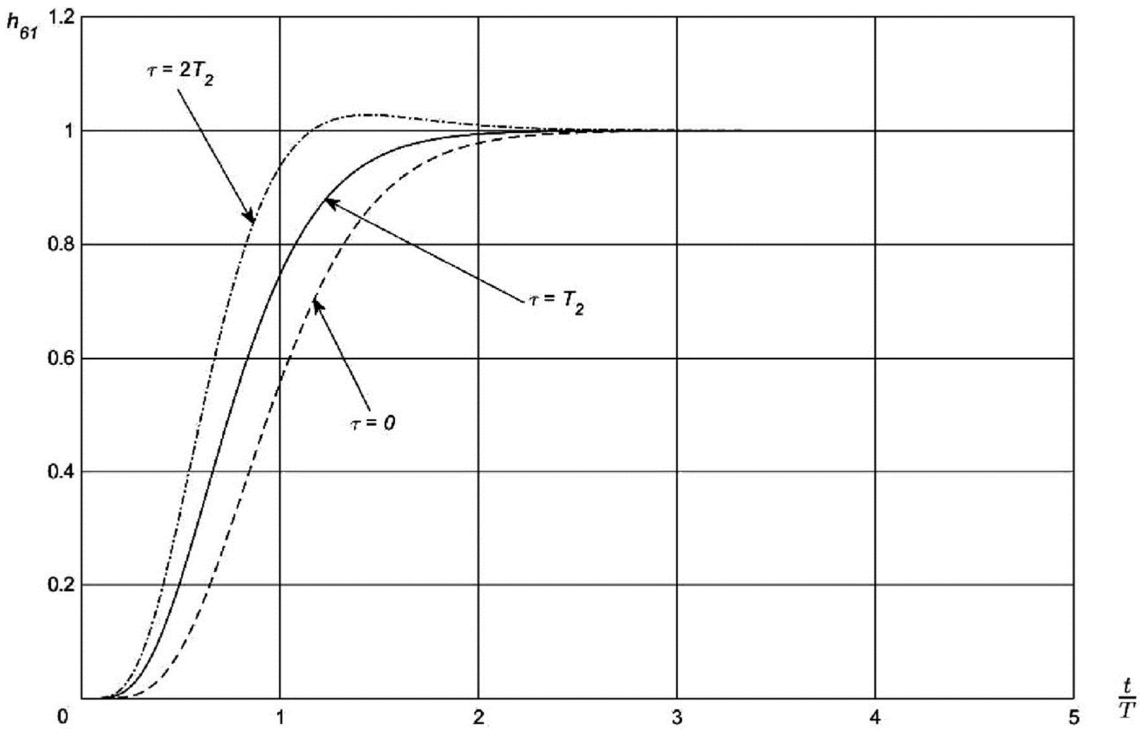

Рисунок 2 – Зависимость h_{61} от $\frac{t}{T}$ при различных τ

Вариант третий справедлив для системы, если выполняются условия $T_3 > T_1$, $T_3 > T_2$.

При этом, если $\tau = T_3$, то:

$$h_{61}(t) = -\frac{T_1^2 - 4T_1T_2 + 6T_2^2}{(T_1 - T_2)^4} \cdot T_1^2 \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} - \frac{T_1 - 3T_2}{(T_1 - T_2)^3} \cdot T_1 \cdot t \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} -$$

$$-\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{(T_1 - T_2)^2} \cdot t^2 \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} + \frac{4T_1 - T_2}{(T_1 - T_2)^4} \cdot e^{-\frac{t}{T_2}} + \frac{T_2^2}{(T_1 - T_2)^3} \cdot t \cdot e^{-\frac{t}{T_2}} + 1.$$

Предположим $T_1 = 0{,}12\,T$, $T_2 = 0{,}2\,T$, а $T_3 = 0{,}24\,T$,
при $\tau = 0$:

$$h_{61}(t) = \frac{1467}{16} \cdot e^{-\frac{25}{3}\cdot\frac{t}{T}} + 150 \cdot \frac{t}{T} \cdot e^{-\frac{25}{3}\cdot\frac{t}{T}} + \frac{625}{8} \cdot \frac{t^2}{T^2} \cdot e^{-\frac{25}{3}\cdot\frac{t}{T}} +$$
$$+\frac{3125}{16} \cdot e^{-5\cdot\frac{t}{T}} + \frac{3125}{8} \cdot \frac{t}{T} \cdot e^{-5\cdot\frac{t}{T}} - 288 \cdot e^{-\frac{25}{6}\cdot\frac{t}{T}} + 1,$$

при $\tau = T_3$:

$$h_{61}(t) = -\frac{891}{16} \cdot e^{-\frac{25}{3}\cdot\frac{t}{T}} - \frac{225}{2} \cdot \frac{t}{T} \cdot e^{-\frac{25}{3}\cdot\frac{t}{T}} - \frac{625}{8} \cdot \frac{t^2}{T^2} \cdot e^{-\frac{25}{3}\cdot\frac{t}{T}} +$$
$$+\frac{875}{16} \cdot e^{-5\cdot\frac{t}{T}} - \frac{625}{8} \cdot \frac{t}{T} \cdot e^{-5\cdot\frac{t}{T}} + 1,$$

при $\tau = 2T_3$:

$$h_{61}(t) = -\frac{3249}{16} \cdot e^{-\frac{25}{3}\cdot\frac{t}{T}} - 375 \cdot \frac{t}{T} \cdot e^{-\frac{25}{3}\cdot\frac{t}{T}} - \frac{1875}{8} \cdot \frac{t^2}{T^2} \cdot e^{-\frac{25}{3}\cdot\frac{t}{T}} -$$
$$-\frac{1375}{16} \cdot e^{-5\cdot\frac{t}{T}} - \frac{4375}{8} \cdot \frac{t}{T} \cdot e^{-5\cdot\frac{t}{T}} + 288 \cdot e^{-\frac{25}{6}\cdot\frac{t}{T}} + 1.$$

Полученные зависимости изображены на рисунке 3 в относительных единицах.

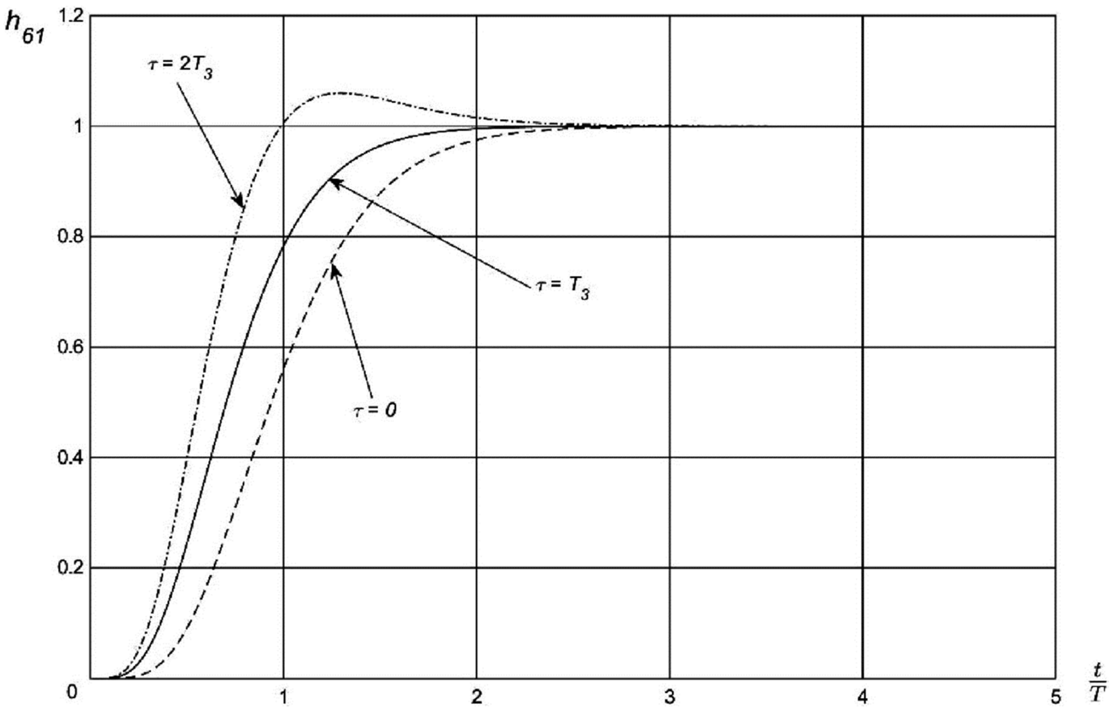

Рисунок 3 – Зависимость h_{61} от $\frac{t}{T}$ при различных τ

Вывод

Получены переходные характеристики систем шестого порядка с одним корнем кратностью три, с одним корнем кратностью два и с одним корнем кратностью один характеристического уравнения как с полиномом нулевой степени, так и с полиномом первой степени в числителе передаточной функции. Переходная характеристика системы шестого порядка с одним корнем кратностью три, с одним корнем кратностью два и с одним корнем кратностью один характеристического уравнения с полиномом первой степени в числителе передаточной функции не имеет перерегулирования, если постоянная времени числителя меньше или равна большей по величине постоянной времени знаменателя.

Литература

1. Добробаба Ю.П., Мурлин А.Г., Серкин А.Д., Анализ переходных характеристик системы шестого порядка с кратными корнями характеристического уравнения // Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). – 2019. – № 1. – С. 430–437.
2. Добробаба Ю.П., Мурлин А.Г., Печёнкин О.А., Анализ переходных характеристик системы шестого порядка с одним корнем кратностью пять и с одним корнем кратностью один характеристического уравнения // Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). – 2019. – № 3 – С. 234–239.
3. Добробаба Ю.П., Мурлин А.Г., Печёнкин О.А., Анализ переходных характеристик системы шестого порядка с одним корнем кратностью четыре и с одним корнем кратностью два характеристического уравнения // Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). – 2019. – № 3 – С. 240–247.
4. Добробаба Ю.П., Мурлин А.Г., Печёнкин О.А., Анализ переходных характеристик системы шестого порядка с одним корнем кратностью четыре и с двумя корнями кратностью один характеристического уравнения // Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). – 2019. – № 3 – С. 248–254.

References

1. Dobrobaba Yu.P., Murlin A.G., Serkin A.D., The analysis of transitional features of the system of the sixth order with multiple roots of the characteristic equation / Science. Engineering. Technology (polytechnical bulletin). – 2019. – № 1 – P. 430–437.
2. Dobrobaba Yu.P., Murlin A.G., Pechonkin O.A., The analysis of transient characteristics of a sixth order system with five-time solution and one-time solution of the characteristic equation / Science. Engineering. Technology (polytechnical bulletin). – 2019. – № 3 – P. 234–240.
3. Dobrobaba Yu.P., Murlin A.G., Pechonkin O.A., The analysis of transient characteristics of a sixth order system with four-time solution and double solution of the characteristic equation / Science. Engineering. Technology (polytechnical bulletin). – 2019. – № 3 – P. 241–247.
4. Dobrobaba Yu.P., Murlin A.G., Pechonkin O.A., The analysis of transient characteristics of a sixth order system with four-time solution and two one-time solutions of the characteristic equation / Science. Engineering. Technology (polytechnical bulletin). – 2019. – № 3 – P. 248–254.