

621.01

ОБ АНАЛОГАХ СКОРОСТЕЙ И УСКОРЕНИЙ
◆◆◆◆
ON SPEEDING AND ACCELERATION ANALOGUES

Смелягин Анатолий Игоревич

доктор технических наук, профессор
кафедры наземного транспорта и механики,
Кубанский государственный
технологический университет
asmelyagin@yandex.ru

Smelyagin Anatoly Igorevich

PhD in engineering, Professor
Department of Land Transport
and Mechanics,
Kuban State technological university
asmelyagin@yandex.ru

Аннотация. Известно, что классическая механика построена на законах-аксиомах И. Ньютона, которые в свою очередь опираются на такие основные понятия, как время, сила, закон движения, скорость и ускорения, количество движения. Но в природе нет такого понятия как время. Время — это дополнительный параметр, который вводит человек при исследовании различных механических движений материальных тел. Тогда возникает закономерный вопрос, почему время входит во все кинематические и динамические параметры движения материальных объектов. Показано, что вместо принятых в классической механике кинематических параметров правильнее использовать такие понятия, как аналоги скоростей и ускорений.

Annotation. It is known that classical mechanics is built on the laws-axioms of I. Newton, which in turn are based on such basic concepts as time, force, the law of motion, speed and acceleration, and momentum. But in nature there is no such thing as time. Time is an additional parameter that a person enters in the study of various mechanical movements of material bodies. Then the logical question arises as to why time is included in all kinematic and dynamic parameters of the motion of material objects. It is shown that instead of the kinematic parameters adopted in classical mechanics, it is more correct to use such concepts as analogues of velocities and accelerations.

Ключевые слова: закон, аксиома, тело, время, закон движения, скорость, ускорение, количество движения, сила, аналог скорости, аналог ускорения, движение.

Keywords: law, axiom, body, time, law of motion, speed, acceleration, amount of motion, force, analog of speed, analog of acceleration, motion.

Введение

Известно, что классическая механика построена на так называемых законах-аксиомах И. Ньютона, которые впервые были собраны в одном месте в «Математических началах натуральной философии» [1] и в оригинале имеют вид.

Аксиомы или законы движения

Закон I

Всякое тело продолжает удерживаться в своем состоянии покоя или равномерного и прямолинейного движения, пока и поскольку оно не понуждается приложенными силами изменять это состояние.

Закон II

Изменение количества движения пропорционально приложенной движущей силе и происходит по направлению той прямой, по которой эта сила действует.

Закон III

Действию всегда есть равное и противоположное противодействие, иначе — взаимодействия двух тел друг на друга между собой равны и направлены в противоположные стороны.

Современные трактовки законов Ньютона многообразны, хотя по смыслу и содержанию совершенно идентичны [2, 3, 4, 5].

Закон I

Тело (материальная точка) находится в состоянии покоя или равномерного прямолинейного движения, если оно не подвержено внешним воздействиям со стороны других тел.

Закон II

Произведение массы точки на вектор абсолютного ускорения, которое она получает под действием всех приложенных к точке сил, равно геометрической сумме этих сил.

$$m\bar{a} = \sum \bar{F}_i.$$

Закон III

Материальные точки взаимодействуют друг с другом силами, имеющими одинаковую природу, направленными вдоль прямой, соединяющей эти точки, равными по модулю и противоположными по направлению:

$$\bar{F}_{12} = -\bar{F}_{21}.$$

Заметим, что современные формулировки законов Ньютона, которые базируются на работах Эйлера [6] хотя и многообразны, но по смыслу и содержанию совершенно аналогичны и являются частными случаями законов-аксиом И. Ньютона.

Анализ [7, 8] оригинальных и современных законов Ньютона показывает, что они:

- относятся не к реальным материальным объектам (телам), а к несуществующим в природе материальным точкам;
- сформулированы только для объектов, совершающих поступательное движение.

Анализ законов-аксиом Ньютона показывает, что они опираются на такие основные понятия механики, как масса m , время t , сила \bar{F} , закон движения $\bar{S} = f(t)$, скорость \bar{V} , ускорение \bar{a} , количество движения $\bar{K} = m\bar{V}$.

Но во Вселенной (природе) нет таких понятий, как время и сила [8].

Сила и время – это идеализированные дополнительные параметры, которые вводит человек при исследовании механических движений материальных тел. Тогда возникает закономерный вопрос, почему эти кинематические и динамические параметры входят в законы-аксиомы классической механики.

Чтобы ответить на этот вопрос, рассмотрим такие понятия, как аналоги скоростей и ускорений [9–17].

Аналоги скоростей и ускорений

При исследовании машин и механизмов вводится понятие аналогов скоростей и ускорений [9–17]. Аналоги скоростей и ускорений применяются при кинематическом и динамическом анализе машин и механизмов, когда предварительно нельзя определить скорости и ускорения исследуемых точек и звеньев.

Понятия аналогов скоростей и ускорений при кинематическом исследовании механизмов ввел Л.В. Ассур.

Аналогом скорости исследуемой точки какого-либо звена механизма является первая производная от перемещения этой точки по обобщенной координате механизма.

Так, если исследуемая точка совершает поступательное перемещение S_i , а обобщенной координатой является угол поворота начального (первого) звена механизма φ_1 , то аналог скорости исследуемой точки будет:

$$S'_{i\varphi_1} = \frac{dS_i}{d\varphi_1}. \quad (1)$$

Аналогом ускорения исследуемой точки какого-либо звена механизма является вторая производная от перемещения этой точки по обобщенной координате механизма.

Так, если исследуемая точка совершает поступательное перемещение S_i , а обобщённой координатой является угол поворота начального (первого) звена механизма φ_1 , то аналог ускорения исследуемой точки будет:

$$S''_{i\varphi_1} = \frac{d^2 S_i}{d\varphi_1^2}. \quad (2)$$

Из (1) и (2) следует, что аналоги скоростей и ускорений зависят только от движений тел (звеньев) и не зависят от времени и, следовательно, они представляют собой скорости движения точек одного тела относительно другого.

Отметим, аналоги скорости и ускорения, в общем-то, не очень корректные понятия. Правильнее было бы (1) и (2) определять, как мгновенные скорости движения точек одного тела относительно другого или, как это делается при исследовании зубчатых передач, называть передаточным отношением.

Под передаточным отношением понимают отношение угловых скоростей ω взаимодействующих между собой звеньев. Так, если за начальное звено принять первое звено механизма, а второе за исследуемое, то передаточное отношение можно определить как:

$$u_\omega = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{d\varphi_i/dt}{d\varphi_1/dt} = \frac{d\varphi_i}{d\varphi_1}. \quad (3)$$

В соответствии с (1) формулу (3) можно представить в виде:

$$\varphi'_{i\varphi_1} = \frac{d\varphi_i}{d\varphi_1}. \quad (4)$$

Из (4) следует, что передаточное отношение u_ω – это аналог угловой скорости по Ассуру.

Поступая аналогично, найдем передаточное отношение для угловых ускорений

$$u_\varepsilon = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} = \frac{d^2\varphi_i/dt^2}{d^2\varphi_1/dt^2} = \frac{d^2\varphi_i}{d\varphi_1^2}. \quad (5)$$

В соответствии с (2) формулу (5) можно представить в виде:

$$\varphi''_{i\varphi_1} = \frac{d^2\varphi_i}{d\varphi_1^2}. \quad (6)$$

Из (6) следует, что передаточное отношение u_ε – это аналог углового ускорения по Ассуру.

Следовательно, как следует из (4) и (6), аналоги скоростей и ускорений было бы правильнее называть передаточными отношениями скоростей и ускорений, соответственно. Но так как понятия аналогов скоростей и ускорений являются общепринятыми в настоящее время, то менять их в этой работе не имеет смысла. Важно то, что эти понятия позволяют исследовать кинематику и динамику механических систем без такого искусственного параметра, как время.

Для исследования движения любого материального объекта надо выбрать координатную систему и связать её с каким-то объектом. Во Вселенной нет неподвижных объектов, то есть все материальные тела движутся относительно друг друга и постоянно изменяются. Следовательно, чтобы правильно исследовать движение любого материального тела надо это движение изучать относительно другого движущегося объекта, который назовём базовым. С этим базовым объектом и надо связывать систему координат, относительно которой и будет исследоваться движение исследуемого объекта. Так как базовый объект движется, то и система координат, относительно которой мы будем изучать движение исследуемого объекта, тоже будет подвижной.

Однако практически все современные законы и теоремы классической механики записаны относительно неподвижной, так называемой абсолютной, системы координат, которая исследователем мысленно связывается с неподвижным объектом. Отметим, что неподвижная система координат – это идеализация исследователя. Во Все-

ленной нет неподвижных материальных объектов, а, следовательно, и нет тел, к которым можно привязать неподвижную систему координат.

Итак, для исследования реального движения какого-то объекта, нам надо знать движение базового объекта относительно которого он совершает движение и с которым будет связана подвижная система координат.

Рассмотрим на примере такое движение тел

Пусть, например, базовый объект 1 (рис. 1), с которым связана подвижная система координат, совершает перемещение S_1 со скоростью V_1 и ускорением a_1 . Такое допущение объясняется тем, что исследование движения практически любых объектов проводятся в ограниченном бесконечно малом пространстве Вселенной.

Примем, что исследуемый объект 2 так же имеет прямолинейное поступательное перемещение S_2 , со скоростью V_2 и ускорением a_2 .

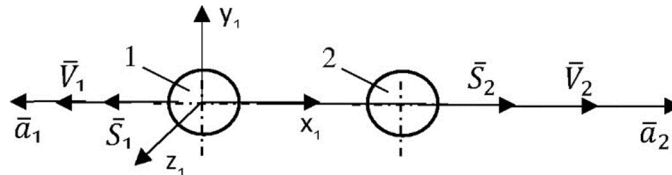


Рисунок 1 – Расчётная схема

Найдём аналог скорости исследуемого объекта

В соответствии с (1) под аналогом скорости будем понимать первую производную от перемещения исследуемого объекта 2 по перемещению базового объекта 1, то есть:

$$S'_{2S_1} = \frac{dS_2}{dS_1}. \quad (7)$$

Установим связь между скоростью исследуемого объекта V_2 и его аналогом скорости:

$$V_2 = \frac{dS_2}{dS_1} \cdot \frac{dS_1}{dt}. \quad (8)$$

Из (8) с учётом (7), получим:

$$V_2 = S'_{2S_1} \cdot V_1. \quad (9)$$

Так как выбор базового объекта 1, относительно которого изучается движение исследуемого тела 2, является выбором исследователя, то примем, что тело 1, с которым связана подвижная система координат, движется с постоянной скоростью, то есть

$$V_1 = const = B. \quad (10)$$

С учётом (10) уравнение (9) примет вид:

$$V_2 = BS'_{2S_1}. \quad (11)$$

Из (11) следует, что при принятых условиях скорость исследуемого тела V_2 будет прямо пропорциональна аналогу скорости.

Примем, например, что скорость базового объекта будет равна:

$$B = 1 \frac{M}{c}. \quad (12)$$

С учётом (12) уравнение (11) примет вид:

$$V_2 \equiv S'_{2S_1}. \quad (13)$$

Из (13) следует, что скорость исследуемого тела 1 и его аналог скорости по модулю равны между собой. Именно этим и объясняется, почему время определяет такие кинематические параметры движения материальных объектов, как закон движения $\bar{S} = f(t)$, скорость $\bar{V} = f(t)$ и количество движения $\bar{K} = f(t)$.

Найдём связь между ускорением и его аналогом

В соответствии с (2) для рассматриваемого примера под аналогом ускорения будем понимать вторую производную от перемещения исследуемого объекта 2 по перемещению базового объекта 1, то есть:

$$S''_{2S_1} = \frac{d^2 S_2}{dS_1^2}. \quad (14)$$

Установим связь между ускорением исследуемого объекта a_2 и его аналогом ускорения:

$$a_2 = \frac{dV_2}{dt} = \frac{d(S'_{2S_1} \cdot V_1)}{dt} = S'_{2S_1} \frac{dV_1}{dt} + V_1 \frac{dS'_{2S_1}}{dt} \frac{dS_1}{dS_1}. \quad (15)$$

Из (15), с учётом (14) следует, что:

$$a_2 = S'_{2S_1} a_1 + S''_{2S_1} V_1. \quad (16)$$

Учитывая (11), (12) и, что $a_1 = 0$, уравнение (16) примет вид:

$$a_2 = B^2 S''_{2S_1}. \quad (17)$$

Так как ранее было принято, что $B = 1 \frac{M}{c}$, то (17) примет вид:

$$a_2 \equiv S'_{2S_1}. \quad (18)$$

Из (18) видно, что ускорение исследуемого тела и его аналог ускорения по модулю тождественно равны между собой. Именно этим и объясняется, почему время определяет ускорения $\bar{a} = f(t)$, и так же входит в такие важные понятия как, например, силы инерции и вязкого трения $\bar{F} = f(t)$.

Известно, что в природе существует два простейших движения – поступательное и вращательное. Для поступательного движения аналоги уже найдены, то найдём аналоги угловой скорости и углового ускорения для вращательного движения.

Пусть, например, базовый объект 1, с которым связана подвижная система координат, как и в предыдущем случае, совершает прямолинейное перемещение S_1 со скоростью V_1 и ускорением a_1 . Примем, что исследуемый объект, например 2, будет иметь угол поворота φ_2 , угловую скорость ω_2 и угловое ускорение ε_2 .

Найдём аналог угловой скорости исследуемого объекта

В соответствии с (1) под аналогом угловой скорости будем понимать первую производную от угла поворота φ_2 исследуемого объекта 2 по перемещению базового объекта 1, то есть:

$$\varphi'_{2S_1} = \frac{d\varphi_2}{dS_1}. \quad (19)$$

Установим связь между угловой скоростью ω_2 исследуемого объекта и её аналогом угловой скорости:

$$\omega_2 = \frac{d\varphi_2}{dt} \frac{dS_1}{dS_1} = \varphi'_{2S_1} \cdot V_1. \quad (20)$$

Примем, как это было сделано ранее, что базовое тело 1, с которым связана подвижная система координат, движется с постоянной скоростью (10).

С учётом (10) уравнение (20) примет вид:

$$\omega_2 = \varphi'_{2S_1} \cdot B. \quad (21)$$

Из (21) следует, что при принятых условиях угловая скорость ω_2 исследуемого тела будет прямо пропорциональна аналогу угловой скорости.

Примем, как и в предыдущем случае, что:

$$B = 1 \frac{M}{c}. \quad (22)$$

С учётом (22) уравнение (21) примет вид:

$$\omega_2 \equiv \varphi'_{2S_1}. \quad (23)$$

Из (23) следует, что угловая скорость исследуемого тела и её аналог скорости по модулю равны между собой.

Именно этим и объясняется, почему время определяет такие кинематические параметры движения материальных объектов, как закон движения $\bar{\varphi} = f(t)$, угловая скорость $\bar{\omega} = f'(t)$ и кинетический момент $\bar{L} = f''(t)$.

Найдём связь между угловым ускорением и его аналогом

В соответствии с (2) под аналогом углового ускорения будем понимать вторую производную от угла поворота исследуемого объекта 2 по перемещению объекта 1, то есть:

$$\varphi''_{2S_1} = \frac{d^2\varphi_2}{dS_1^2}. \quad (24)$$

Установим связь между угловым ускорением ε_2 исследуемого объекта и его аналогом:

$$\varepsilon_2 = \frac{d\omega_2}{dt} = \frac{d(\varphi'_{2S_1} \cdot V_1)}{dt} = \varphi'_{2S_1} \frac{dV_1}{dt} + V_1 \frac{d\varphi'_{2S_1}}{dt} \frac{dS_1}{dS_1}. \quad (25)$$

После преобразования (25), получим:

$$\varepsilon_2 = \varphi'_{2S_1} a_1 + V_1^2 \varphi''_{2S_1}. \quad (26)$$

При принятых условиях, что $V_1 = 1 \frac{M}{c}$, уравнение (26) примет вид:

$$\varepsilon_2 \equiv S''_{2S_1}. \quad (27)$$

Из (27) следует, что угловое ускорение исследуемого тела и его аналог по модулю тождественно равны между собой.

Именно этим и объясняется, почему время определяет такие кинематические параметры движения материальных объектов, как угловое ускорение $\bar{\varepsilon} = f''(t)$ и моменты сил $\bar{M} = f'''(t)$.

Выводы

Известно, что движение тел является относительным, следовательно, движение любого исследуемого объекта должно изучаться с учётом движения базового тела.

Исторически так сложилось, что все движения исследуемых тел традиционно рассматривают относительно неподвижной системы координат, которую не связывают с движением объекта, относительно которого и изучают движение исследуемого объекта.

Последний подход к исследованию движения тел следует признать частным случаем исследования общего движения тел. Именно этим и объясняется, почему время входит в такие кинематические и динамические параметры как скорость, ускорение, закон движения, силы, моменты сил и так далее.

Правильнее для изучения общего движения исследуемых объектов применять такие понятия, как аналоги скоростей и ускорений, которые в частных случаях совпадают со скоростями и ускорениями.

Литература

1. Ньютон Исаак. Математические начала натуральной философии. – М. : Наука, 1989. – 688 с.
2. Голубев Ю.Ф. Основы теоретической механики. – М. : Изд-во МГУ, 2000. – 2-е изд. – 720 с.
3. Кузьмичев В.Е. Законы и формулы физики. – Киев : Наук. Думка, 1989. – 864 с.
4. Кухлинг Х. Справочник по физике / перевод с нем. – М. : МИР, 1983. – 520 с.
5. Никитин Н.Н. Курс теоретической механики. – М. : Высш. шк., 1990. – 607 с.
6. Эйлер Л. Основы динамики точки. – М.; Ленинград : НТИ-НКТП СССР, 1938. – 500 с.
7. Смелягин А.И. Объекты, для которых сформулированы аксиомы или законы классической механики // Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). – Краснодар : издательский Дом – Юг, 2014. – № 1. – С. 21–25.

8. Смелягин А.И. Основные, первичные понятия механики // Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). – Краснодар : издательский Дом – Юг, 2014. – № 2. – С. 17–26.
9. Левитский Н.И. Теория машин и механизмов. – М. : Наука, 1979. – 576 с.
10. Смелягин А.И. Теория механизмов и машин. – М.; Новосибирск : ИНФРА-М, 2008. – 263 с.
11. Смелягин А.И. Теория механизмов и машин : Курсовое проектирование. – М. : ИНФРА-М, 2014. – 263 с.
12. Смелягин А.И. Структура механизмов и машин. – М. : Высш. шк., 2014. – 304 с.
13. Смелягин А.И. Структура машин, механизмов и конструкций. – М. : ИНФРА-М, 2019. – 387 с.
14. Смелягин А.И. Применение аналогов скоростей и ускорений для исследования механических систем с помощью новых аксиом и теорем // Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). – 2016. – № 2. – С. 21–29.
15. Смелягин А.И. Применение аналогов скоростей для исследования механических систем вращательного движения // Научные труды Кубанского государственного технологического университета. – 2016. – № 10. – С. 125–139.
16. Приходько А.А., Смелягин А.И. Кинематический анализ планетарного зубчатого механизма преобразования вращательного движения в возвратно-вращательное // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. – 2016. – № 12. – С. 21–27.
17. Prikhodko A.A., Smelyagin A.I., Tsybin A.D. Kinematics of planetary mechanisms with intermittent motion // Procedia Engineering. – 2017. – Т. 206. – С. 380–385.

References

1. Newton Isaac. Mathematical principles of natural philosophy. – М. : Nauka, 1989. – 688 p.
2. Golubev Yu.F. Fundamentals of theoretical mechanics. – М. : Publishing House of Moscow State University, 2000. – 2nd ed. – 720 p.
3. Kuzmichev V.E. Laws and formulas of physics. – Kiev : Science. Dumka, 1989. – 864 p.
4. Kuhling H. Handbook of Physics / German translation. – М. : MIR, 1983. – 520 p.
5. Nikitin NN The course of theoretical mechanics. – М. : Higher. school., 1990. – 607 p.
6. Euler L. Fundamentals of the dynamics of a point. – М.; Leningrad : NTI-NKTP USSR, 1938. – 500 p.
7. Smelyagin A.I. Objects for which axioms or laws of classical mechanics are formulated // Science. Engineering. Technology (polytechnical bulletin). – Krasnodar : Publishing House – South, 2014. – № 1. – P. 21–25.
8. Smelyagin A.I. Basic, primary concepts of mechanics // Science. Engineering. Technology (polytechnical bulletin). – Krasnodar : Publishing House – South, 2014. – № 2. – P. 17–26.
9. Levitsky N.I. Theory of Machines and Mechanisms. – М. : Nauka, 1979. – 576 p.
10. Smelyagin A.I. Theory of mechanisms and machines. – М.; Новосибирск : INFRA-M, 2008. – 263 p.
11. Smelyagin A.I. Theory of mechanisms and machines. – М. : INFRA-M, 2014. – 263 p.
12. Smelyagin A.I. The structure of mechanisms and machines. – М. : Higher. school., 2014. – 304 p.
13. Smelyagin A.I. The structure of machines, mechanisms and constructions. – М. : INFRA-M, 2019. – 387 p.
14. Smelyagin A.I. The use of analogs of speeds and accelerations for the study of mechanical systems using new axioms and theorems // Science. Engineering. Technology (polytechnical bulletin). – 2016. – № 2. – P. 21–29.
15. Smelyagin A.I. The use of speed analogues for the study of mechanical systems of rotational motion // Scientific works of the Kuban State Technological University. – 2016. – № 10. – P. 125–139.
16. Prikhodko A.A., Smelyagin A.I. The kinematic analysis of a planetary gear mechanism for converting rotational motion into reciprocating rotational motion. Proceedings of Higher Educational Institutions. Machine building. – 2016. – № 12. – P. 21–27.
17. Prikhodko A.A., Smelyagin A.I., Tsybin A.D. Kinematics of planetary mechanisms with intermittent motion // Procedia Engineering. – 2017. – Vol. 206. – P. 380–385.