

## ДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ТРЕХПОДВИЖНОГО МАНИПУЛЯТОРА

### DYNAMIC ANALYSIS OF A THREE-MOBILE MANIPULATOR

**Смелягин Анатолий Игоревич**

доктор технических наук, профессор  
кафедры наземного транспорта и механики,  
Кубанский государственный  
технологический университет  
asmelyagin@yandex.ru

**Smelyagin Anatoly Igorevich**

Doctor of technical sciences,  
Professor Department  
of land transport and mechanics,  
Kuban State Technological University  
asmelyagin@yandex.ru

**Аннотация.** Известно, что общая теорема динамики была выведена из принципа Даламбера для материальной точки и системы материальных точек без учета их фактической подвижности. Поэтому на практике она применялась только для тел и механических систем с одной степенью свободы. Показано, что общая теорема динамики может эффективно применяться как для исследования материальных тел, так и механических систем со многими степенями свободы. Так с помощью ранее выведенной теоремы исследована динамика трёхмерного трехподвижного манипулятора. Это делает общую теорему динамики универсальной, эффективной и значительно расширяет области её применения.

**Annotation.** It is known that the general dynamical theorem was derived from the d'Alembert principle for a material point and a system of material points without taking into account their actual mobility. Therefore, in practice, it was used only for bodies and mechanical systems with one degree of freedom. It is shown that the general theorem of dynamics can be effectively applied both to the study of material bodies and mechanical systems with many degrees of freedom. Thus, using the previously derived theorem, the dynamics of a three-dimensional three-arm manipulator is investigated. This makes the general theorem of dynamics universal, effective, and significantly expands the areas of its application.

**Ключевые слова:** теорема, динамика, степень свободы, тело, механическая система, виртуальное перемещение, работа, сила, момент, скорость, закон движения.

**Keywords:** theorem, dynamics, degree of freedom, body, mechanical system, virtual displacement, work, force, moment, speed, law of motion.

#### Введение

Все механические системы, какими бы они не были сложными, состоят только из материальных тел (звеньев), которые, чтобы совершать требуемые движения, определенным образом взаимосвязаны между собой с помощью кинематических пар [1–3]. В промышленности и быту существуют механические системы, которые имеют как одну, так и много степеней свободы. К таким системам относятся манипуляторы, роботы, станки, транспортные и грузоподъемные машины, насосы, компрессора и другие устройства.

При разработке, создании и исследовании таких объектов обязательно проводится их динамический анализ. При динамическом анализе машин используют уравнения Лагранжа II рода, законы Ньютона, принцип Даламбера и другие уравнения, полученные из этих классических работ [4, 5].

Анализ оригинальных и современных формулировок аксиом или законов движения И. Ньютона в [4–22] и принципа Даламбера показал, что они сформулированы только для абстрактных материальных объектов – материальной точки. Следовательно, их можно использовать только для исследования не существующих в природе объектов, а именно материальных точек. Применять законы Ньютона и принцип Даламбера для анализа движения материальных тел, звеньев из которых состоят машины, роботы, манипуляторы некорректно.

Так в [4, 5, 6] показано, что механика, как наука, строится на законах, аксиомах, принципах, теоремах и основных понятиях, таких как сила, пространство, время, масса. Фундамент современной классической механики построен на идеях и трудах Галилея, Ньютона и Эйлера.

В [5, 6] отмечается:

- «По мере углубления наших знаний выявляются границы применимости теоретической механики, относительность ее понятий. Выяснилось, что аксиомы или законы классической механики Ньютона не абсолютны»;

- «это не закон (второй закон Ньютона), ибо нет определения силы»;
- законы Ньютона сформулированы для несуществующих в природе материальных точек;
- так называемые основные понятия механики (сила, пространство, время), «смысл которых читателю считается ясным», однозначно не определены.

Тем не менее, современная классическая механика, базируется на «законах» и понятиях, сформулированных ещё в XV–XVII веках. Однако любая развивающаяся наука не может в своей основе иметь законы, представляющие собой «вечные», причем не корректные истины.

Основываясь на современных понятиях и знаниях в [9–22], сформулированы основные аксиомы механики, которые приведены ниже.

### Аксиомы

1. Вселенная это все то, что существует – весь мир.
2. Вселенная одна, а, следовательно, она консервативна.
3. Вселенная дуальна, то есть все её объекты одновременно движутся и покоятся.
4. Вселенная разнообразна по составу.
5. Материя (вещество, тело, поле) – один из объектов Вселенной.
6. Материя – хранилище вещества и энергии.
7. Масса и энергия Вселенной постоянны.
8. Энергия объектов определяется их составом, массой, движением.
9. Все объекты Вселенной взаимодействуют между собой.
10. Взаимодействие материальных объектов равновелики и разнонаправлены.
11. Взаимодействие объектов приводит к изменению их энергии, вида, движения и совершению работы.
12. Изменение энергии объектов равно совершённой работе.
13. В любое мгновение работа объектов Вселенной равна нулю.

Эти аксиомы объясняют и широкое применение принципа Даламбера; общего уравнения динамики и статики.

В [4, 5] утверждается, что классическая механика строится на таких основных понятиях, как сила, пространство, время. Однако анализ аксиом природы показывает, что основными понятиями механики могут быть только энергия и работа. Именно эти величины определяют состояние и движение объекта природы, поэтому в работах [9–22] выведены теоремы, принципы и уравнения механики для реальных объектов природы.

В [9, 11, 21, 22] показано, что энергия и работа являются основными, первичными понятиями, определяющим движение и взаимодействие материальных объектов и выведены общее уравнение динамики и теорема об изменении кинетической энергии для материальных тел и механических систем в проекциях на координатные оси.

Общее уравнение динамики в проекциях на координатные оси имеет вид:

$$\begin{cases} \sum \delta A_{\Pi xij} + \sum \delta A_{\Phi \Pi xij} + \sum \delta A_{Re \Pi xij} = 0 \\ \sum \delta A_{\Pi yij} + \sum \delta A_{\Phi \Pi yij} + \sum \delta A_{Re \Pi yij} = 0 \\ \sum \delta A_{\Pi zij} + \sum \delta A_{\Phi \Pi zij} + \sum \delta A_{Re \Pi zij} = 0 \\ \sum \delta A_{B xij} + \sum \delta A_{\Phi B xij} + \sum \delta A_{Re B xij} = 0 \\ \sum \delta A_{B yij} + \sum \delta A_{\Phi B yij} + \sum \delta A_{Re B yij} = 0 \\ \sum \delta A_{B zij} + \sum \delta A_{\Phi B zij} + \sum \delta A_{Re B zij} = 0 \end{cases} \quad (1)$$

где  $\delta A_{\Pi x}, \delta A_{\Pi y}, \delta A_{\Pi z}, \delta A_{B x}, \delta A_{B y}, \delta A_{B z}$  – соответственно, работы активных сил и моментов сил при виртуальном поступательном и вращательном движении тела вдоль и вокруг соответствующих осей;  $\delta A_{\Phi \Pi x}, \delta A_{\Phi \Pi y}, \delta A_{\Phi \Pi z}, \delta A_{\Phi B x}, \delta A_{\Phi B y}, \delta A_{\Phi B z}$  – соответственно, работы сил и моментов сил инерции при виртуальном поступательном и вращательном движении тела вдоль и вокруг соответствующих осей;  $\delta A_{Re \Pi x}, \delta A_{Re \Pi y}, \delta A_{Re \Pi z}, \delta A_{Re B x}, \delta A_{Re B y}, \delta A_{Re B z}$  – соответственно, работы реактивных сил и моментов при виртуальном поступательном и вращательном движении тела вдоль и вокруг соответствующих осей.

Число уравнений, входящих в (1) должно равняться числу обобщенных, координат. Система уравнений (1) позволяет проводить динамический анализ механических систем и тел как с одной, так и несколькими степенями свободы.

Из (1) следует, что для любой механической системы в исследуемом положении работа всех действующих на неё сил и моментов сил на виртуальных перемещениях равна нулю.

Рассмотрим практическое применение выведенной теоремы при исследовании механических систем с несколькими степенями свободы.

### Манипулятор с тремя степенями свободы

Исследуем, например, динамику вентилятора, приведенного на рисунке 1.

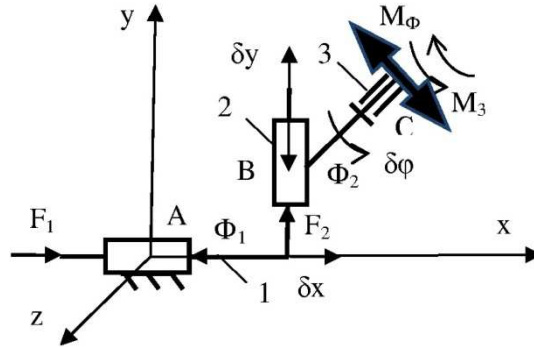


Рисунок 1 – Расчетная схема

Исследуемая механическая система состоит из трех подвижных звеньев 1, 2, 3, которые взаимосвязаны между собой с помощью кинематических пар A, B, C. Пусть звенья имеют, соответственно, массы  $m_1$ ,  $m_2$  и  $m_3$ . Звено 1 представляет собой прямоугольный стержень, который перемещается в кинематической паре A под действием силы  $F_1$  вдоль оси  $x$ . Звено 2 образует с звеном 1 кинематическую поступательную пару B и выполнено таким образом, что оно под действием приложенной к нему силы  $F_2$  перемещается вдоль оси  $y$ . На звене 2, посредством кинематической пары C, закреплен, например, вентилятор 3. Вентилятор 3 вращается вокруг оси  $z$  под действием приложенного момента сил  $M_3$ . При исследовании движения системы примем, что вентилятор 3 представляет собой однородный диск.

Для широты исследования примем, что, соответственно, на звенья 1, 2, 3 действуют:

$$\text{сила } F_1 = F - F_{\text{тр}};$$

$$\text{сила } F_2 = bt - c;$$

$$\text{момент } M_3 = M - k\omega;$$

$$\text{сила инерции } \Phi = ma;$$

$$\text{момент сил инерции } M_\Phi = I\varepsilon,$$

где  $f$ ,  $b$ ,  $c$  и  $k$  – постоянные коэффициенты;  $F$  – активная сила;  $F_{\text{тр}} = fmg$  – сила трения;  $M$  – движущий момент;  $k\omega$  – момент сопротивления;  $g$  – ускорение свободного падения;  $a$  – ускорение;  $I$  – момент инерции вентилятора;  $\varepsilon$  – угловое ускорение.

Движение механической системы исследуем при следующих начальных условиях:

- начальный момент времени  $t = 0$ :
- линейная  $V$  и угловая  $\omega$  скорости, соответственно, равны  $V_{0x} = 0$ ,  $V_{0y} = 0$  и  $\omega_{0z} = 0$ ;
- перемещения,  $x$ ,  $y$  и  $\varphi$ , равны, соответственно,  $x_0 = 0$ ,  $x_{20} = 0$ ,  $\varphi_{20} = 0$ .

Из расчетной схемы следует, что звенья 1 и 2 совершают поступательные движения вдоль осей  $x$  и  $y$ , а вентилятор 3 вращается вокруг оси  $z$ .

Движения всех звеньев системы являются независимыми.

Чтобы правильно составить уравнения динамики, найдём подвижность  $W$  (число степеней свободы) исследуемого механизма. Для определения подвижности исследуемого объекта воспользуемся структурной формулой для механизмов с незамкнутыми кинематическими цепями [1–3]:

$$W = \sum_{i=1}^{P-1} ip_i, \quad (2)$$

где  $P$  – подвижность пространства в котором существует исследуемый механизм;  $p_i$  – число кинематических пар  $i$ -той подвижности в механизме;  $i = 1, 2, \dots$  – целочисленный индекс.

Из расчётной схемы (1) видно, что исследуемый объект существует в трёхмерном ( $M = 3$ ) трёхподвижном ( $P = 3$ ) пространстве и имеет три ( $p_1 = 3$ ) одноподвижные кинематические пары, две из которых поступательные ( $A, B$ ) и одна вращательная ( $C$ ).

Подставив исходные данные в (2), получим:  $W = p_1 = 3$ .

Следовательно, исследуемая механическая система является трёхподвижной или имеет три степени свободы.

Учитывая то, что исследуемый объект имеет три степени свободы и на него не действуют реактивные силы и моменты, то для определения законов движения звеньев механической системы (рис. 1) уравнения (1) примут вид:

$$\begin{cases} \sum \delta A_{\Pi xij} + \sum \delta A_{\Phi \Pi xij} = 0 \\ \sum \delta A_{\Pi yij} + \sum \delta A_{\Phi \Pi yij} = 0 \\ \sum \delta A_{Bzij} + \sum \delta A_{\Phi Bzij} = 0 \end{cases} \quad (3)$$

Анализ уравнений системы (3) показывает, что это общие теоремы динамики, соответственно, для тел (звеньев) 1, 2 и 3 при их независимом движении вдоль и вокруг осей  $x, y$  и  $z$ .

#### Найдём закон движение звена 1

Сообщим звену 1 виртуальное перемещение  $\delta x$ . Определим работу активных сил и сил инерции на виртуальном перемещении звена 1:

$$\delta A_{\Pi x} = [F - f(m_1 + m_2 + m_3)g]\delta x, \quad (4)$$

$$\delta A_{\Phi \Pi x} = -[(m_1 + m_2 + m_3)\ddot{x}]\delta x. \quad (5)$$

Подставив (4) и (5) в первое уравнение системы (3) после преобразований получим:

$$\ddot{x} = \frac{F}{(m_1 + m_2 + m_3)} - fg. \quad (6)$$

Проинтегрировав (6) и учитывая начальные условия найдем скорость  $V_1$  звена 1:

$$V_1 = \left[ \frac{F}{(m_1 + m_2 + m_3)} - fg \right] t. \quad (7)$$

Проинтегрировав (7) и учитывая начальные условия найдем закон движения  $x(t)$  звена 1:

$$x = \frac{1}{2} \left[ \frac{F}{(m_1 + m_2 + m_3)} - fg \right] t^2. \quad (8)$$

#### Найдём закон движение звена 2

Сообщим звену 2 виртуальное перемещение  $\delta y$ . Определим работу активных сил и сил инерции на виртуальном перемещении:

$$\delta A_{\Pi y} = (bt - c)\delta y, \quad (9)$$

$$\delta A_{\Phi \Pi y} = -[(m_2 + m_3)\ddot{y}]\delta y. \quad (10)$$

Подставив (9) и (10) во второе уравнение системы (3) после преобразований получим:

$$\ddot{y} = \frac{b}{m_2 + m_3} t - \frac{c}{m_2 + m_3}. \quad (11)$$

Проинтегрировав (11) и учитывая начальные условия найдем скорость  $V_2$  звена 2:

$$V_2 = \frac{b}{2(m_2+m_3)} t^2 - \frac{c}{m_2+m_3} t. \quad (12)$$

Проинтегрировав (12) и учитывая начальные условия найдем закон движения  $y(t)$  звена 2 относительно звена 1:

$$y = \frac{b}{6(m_2+m_3)} t^3 - \frac{c}{2(m_2+m_3)} t. \quad (13)$$

Формулы (12) и (13) определяют перемещение и скорость второго звена при его перемещении вдоль оси  $y$ .

Так как звено 2 движется одновременно относительно двух координатных осей, то найдем:

- траекторию его движения –  $y = \frac{b(Ax)^{\frac{3}{2}}}{6(m_2+m_3)} - \frac{c(Ax)^{\frac{1}{2}}}{2(m_2+m_3)}$ ,

где  $A = \frac{2}{\frac{F}{(m_1+m_2+m_3)} - fg}$ ;

- модули скорости –  $V = \sqrt{V_1^2 + V_2^2}$ ;
- направляющие косинусы –  $\cos \mu = \frac{V_1}{V}$ .

*Найдём закон движение вентилятора 3*

Из расчетной схемы (рис. 1) видно, что лопасти вентилятора 3, вращаются вокруг оси  $z$  поэтому сообщим им виртуальное перемещение  $\delta\varphi$ . Определим работу активных сил и сил инерции вентилятора на виртуальном перемещении:

$$\delta A_{Bz} = (M - k\omega)\delta\varphi, \quad (14)$$

$$\delta A_{\Phi Bz} = -I\dot{\varphi}\delta\varphi. \quad (15)$$

Подставив (14) и (15) в третье уравнение системы (3) после преобразований получим:

$$\dot{\varphi} = \frac{1}{I}(M - k\omega), \quad (16)$$

где  $I = \frac{1}{2}m_3r^2$  – момент инерции вентилятора.

Представим (16) в виде:

$$\frac{d\omega}{dt} = -\frac{k}{I}\left(\omega - \frac{M}{k}\right). \quad (17)$$

Разделив переменные в (17) и проинтегрировав получим:

$$\ln\left(\omega - \frac{M}{k}\right) = -\frac{k}{I}t + C_1, \quad (18)$$

где  $C_1 = \ln\left(-\frac{M}{k}\right)$  – постоянная интегрирования.

Из (18) найдём угловую скорость вентилятора:

$$\omega = \frac{M}{k}\left(1 - e^{-\frac{k}{I}t}\right). \quad (19)$$

Анализ (19) показывает, что угловая скорость лопастей вентилятора происходит по экспоненциальной функции и довольно быстро стабилизируется.

Представим (19) в виде:

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{M}{k}\left(1 - e^{-\frac{k}{I}t}\right). \quad (20)$$

Проинтегрировав (20) с учётом начальных условий, найдём закон вращения лопастей:

$$\varphi = \frac{M}{k}\left[t + \frac{I}{k}\left(e^{-\frac{k}{I}t} - 1\right)\right]. \quad (21)$$

Так как тело 3 совершает сложное движение, то есть движется одновременно относительно трех систем координат, то, если это необходимо, используя теоремы о сложении кинематических параметров, можно найти абсолютные ускорения, скорости и движения любых точек вентилятора 3.

Итак, общая теорема динамики позволяет найти законы движения всех тел (звеньев) механической системы с тремя степенями свободы. Это свидетельствует об универсальности и эффективности этой теоремы.

### Выводы

1. Показано, что общая теорема динамики может применяться как для тел, так и для механических систем с любым числом степеней свободы.

2. Общая теорема динамики является универсальной теоремой, которая может эффективно применяться для исследования всех видов механического движения.

### Литература:

1. Смелягин А.И. Теория механизмов и машин. – Москва-Новосибирск : ИНФРА-М, 2008. – 263 с.
2. Смелягин А.И. Теория механизмов и машин : Курсовое проектирование. – М. : ИНФРА-М, 2014. – 263 с.
3. Смелягин А.И. Структура механизмов и машин. – М. : Высш. шк., 2014. – 304 с.
4. Никитин Н.Н. Курс теоретической механики. – М. : Высш. шк., 1990. – 607 с.
5. Ишлинский А.Ю. Механика: идеи, задачи, приложения. – М. : Наука, 1985. – 624 с.
6. Харламов П.В. Очерки об основаниях механики. Мифы, заблуждения и ошибки. – Киев : Наук, думка, 1995. – 407 с.
7. Смелягин А.И. Объекты, для которых сформулированы аксиомы или законы классической механики // Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). – Краснодар : Издательский Дом – Юг, 2014. – № 1. – С. 21–25.
8. Смелягин А.И. Аксиомы или законы движения сформулировал И. Ньютон // Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). – Краснодар : Издательский Дом – Юг, 2014. – № 2. – С. 11–16.
9. Смелягин А.И. Основные, первичные понятия механики // Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). – Краснодар : Издательский Дом – Юг, 2014. – № 2. – С. 17–26.
10. Смелягин А.И. Аксиомы движения материальных тел // Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). – Краснодар : Издательский Дом – Юг, 2014. – № 3. – С. 19–34.
11. Смелягин А.И. Теоремы, принципы и уравнения механики // Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). – Краснодар : Издательский Дом – Юг, 2014. – № 4. – С. 21–29.
12. Смелягин А.И. Применение новых аксиом и следствий из них для исследования движений материальных тел // Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). – Краснодар : Издательский Дом – Юг, 2015. – № 1. – С. 19–27.
13. Смелягин А.И. О необоснованности применения законов Ньютона для исследования динамики машин или современные аксиомы движения материальных тел и следствия из них : сборник: проблемы механики современных машин / материалы VI международной конференции; ответственный редактор В.С. Балбаров. – 2015. – С. 344–350.
14. Смелягин А.И. Современные аксиомы движения материальных тел и следствия из них : сборник XI Всероссийского съезда по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики / Сборник докладов; составители: Д.Ю. Ахметов, А.Н. Герасимов, Ш.М. Хайдаров; Ответственные редакторы: Д.А. Губайдуллин, А.И. Елизаров, Е.К. Липачев. – 2015. – С. 3500–3502.
15. Смелягин А.И. Современные аксиомы и следствия из них для исследования динамики машин : Инновации в машиностроении (ИНМАШ-2015) / сборник трудов VII Международной научно-практической конференции; Кузбасский государственный технический университет имени Т.Ф. Горбачева, Алтайский государственный технический университет им. И.И. Ползунова, Новосибирский государственный технический университет, Бийский технологический институт, МИП Техмаш; под редакцией Блюменштейна В.Ю. Баканова А.А. Останина О.А. – 2015. – С. 526–529.
16. Смелягин А.И. Применение новых аксиом и следствий для исследования движений механических систем // Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). – 2015. – № 2. – С. 19–26.
17. Смелягин А.И. Применение новых аксиом и следствий для исследования механических систем вращательного движения // Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). – 2015. – № 3. – С. 19–27.

18. Смелягин А.И. Применение новых аксиом и следствий для исследования движения колесницы // Научные труды Кубанского государственного технологического университета. – 2015. – № 10. – С. 47–62.

19. Смелягин А.И. Применение аналогов скоростей и ускорений для исследования механических систем с помощью новых аксиом и теорем // Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). – 2016. – № 2. – С. 21–29.

20. Смелягин А.И. Применение аналогов скоростей для исследования механических систем вращательного движения // Научные труды Кубанского государственного технологического университета. – 2016. – № 10. – С. 125–139.

21. Смелягин А.И. Теорема об изменении кинетической энергии тел и механических систем с несколькими степенями свободы // Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). – 2016. – № 3. – С. 26–34.

22. Смелягин А.И. Важнейшие аксиомы, следствия и теоремы классической механики // Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). – 2017. – № 3. – С. 21–38.

## References:

1. Smelyagin A.I. Theory of mechanisms and machines. – Moscow-Novosibirsk : INFRA-M, 2008. – 263 p.

2. Smelyagin A.I. Theory of mechanisms and machines : Course design. – M. : IN-FRA-M, 2014. – 263 p.

3. Smelyagin A.I. Structure of mechanisms and machines. – M. : Higher school, 2014. – 304 pages.

4. Nikitin N.N. Course of theoretical mechanics. – M. : Higher school, 1990. – 607 p.

5. Ishlinsky A.Yu. Mechanics: ideas, tasks, applications. – M. : Science, 1985. – 624 p.

6. Kharlamov P.V. Sketches about the mechanics bases. Myths, delusions and mistakes. – Kiev : Sciences, thought, 1995. – 407 p.

7. Smelyagin A.I. Objects for which axioms or laws of classical mechanics // Science. Engineering. Technology (polytechnical bulletin). – Krasnodar : The publishing house is the South, 2014. – № 1. – P. 21–25.

8. Smelyagin A.I. Axioms or laws of the movement were formulated by I. Nyyuton // Science Science. Engineering. Technology (polytechnical bulletin). – Krasnodar : Publishing house – the South, 2014. – № 2. – P. 11–16.

9. Smelyagin A.I. Basic, primary concepts of mechanics // Science. Engineering. Technology (polytechnical bulletin). – Krasnodar : Publishing house – the South, 2014. – № 2. – P. 17–26.

10. Smelyagin A.I. Axioms of the movement of material bodies // Science. Engineering. Technology (polytechnical bulletin). – Krasnodar : Publishing house – the South, 2014. – № 3. – P. 19–34.

11. Smelyagin A.I. Theorems, principles and equations of mechanics // Science. Engineering. Technology (polytechnical bulletin). – Krasnodar : Publishing house – the South, 2014. – № 4. – P. 21–29.

12. Smelyagin A.I. Application of new axioms and the investigations from them for a research of movements of material bodies // Science. Engineering. Technology (polytechnical bulletin). – Krasnodar : Publishing house – the South, 2015. – № 1. – P. 19–27.

13. Smelyagin A.I. About groundlessness of application of laws of Newton for a research of dynamics of cars or modern axioms of the movement of material bodies and the investigation from them : the collection: problems of mechanics of modern cars / materials of the VI international conference; editor-in-chief V.S. Balbarov. – 2015. – P. 344–350.

14. Smelyagin A.I. Modern axioms of the movement of material bodies and the investigation from them: the collection of the XI All-Russian congress on fundamental problems of theoretical and applied mechanics / Collection of reports; originators: D.Yu. Akhmetov, A.N. Gerasimov, Sh.M. Haydarov; Editor-in-chiefs: D.A. Gubaidulin, A.I. Yelizarov, E.K. Lipachev. – 2015. – P. 3500–3502.

15. Smelyagin A.I. Modern axioms and the investigations from them for a research of dynamics of cars: Innovations in mechanical engineering (INMASH-2015) / collection of works VII of the International scientific and practical conference; Kuzbass state technical university of T.F. Gorbachev, Altai state technical university of I.I. Polzunov, Novosibirsk State Technical University, Biysk Institute of Technology, MIP Tekhmash; under Blyumenstein V.Yu. Bakanov's edition A.A. Ostanina O.A. – 2015. – P. 526–529.

16. Smelyagin A.I. Application of new axioms and the investigations for a research of movements of mechanical systems // Science. Engineering. Technology (polytechnical bulletin). – 2015. – № 2. – P. 19–26.

17. Smelyagin A.I. Application of new axioms and the investigations for a research of mechanical systems of rotary motion // Science. Engineering. Technology (polytechnical bulletin). – 2015. – № 3. – P. 19–27.

18. Smelyagin A.I. Application of new axioms and the investigations for a research of the movement of the chariot // Scientific works of the Kuban state technological university. – 2015. – № 10. – P. 47–62.

19. Smelyagin A.I. Application of analogs of speeds and accelerations for a research of mechanical systems by means of new axioms and theorems // Science. Engineering. Technology (polytechnical bulletin). – 2016. – № 2. – P. 21–29.

20. Smelyagin A.I. Application of analogs of speeds for a research of mechanical systems of rotary motion // Scientific works of the Kuban state technological university. – 2016. – № 10. – P. 125–139.

21. Smelyagin A.I. The theorem of change of kinetic energy of bodies and mechanical systems with several degrees of freedom // Science. Engineering. Technology (polytechnical bulletin). – 2016. – № 3. – P. 26–34.

22. Smelyagin A.I. The major axioms, investigations and theorems of classical mechanics // Science. Engineering. Technology (polytechnical bulletin). – 2017. – № 3. – P. 21–38.