

УДК 62.83.52:62.503.56

АНАЛИЗ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ДВУХМАССОВОЙ УПРУГОЙ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

ANALYSIS OF THE CHARACTERISTIC EQUATION OF A TWO-MASS ELASTIC ELECTROMECHANICAL SYSTEM

Добробаба Юрий Петрович

кандидат технических наук,
доцент, профессор кафедры
электроснабжения промышленных предприятий,
Кубанский государственный
технологический университет

Ульрих Ренат Викторович

Кубанский государственный
технологический университет

Аннотация. Получено характеристическое уравнение двухмассовой упругой электромеханической системы, анализ которого показывает, что возможны девять видов распада его корней. Для нахождения областей существования для каждого из девяти раскладов корней характеристического уравнения разработаны алгоритмы. Предложенные алгоритмы позволяют найти границы между областями с различными раскладами корней характеристического уравнения двухмассовой упругой электромеханической системы.

Ключевые слова: характеристическое уравнение, корни характеристического уравнения, двухмассовая упругая электромеханическая система.

Dobrobaba Yury Petrovich

Candidate of technical Sciences,
Associate Professor,
Professor of department
of power supply industrial enterprises,
Kuban state technological university

Ulrikh Renat Viktorovich

Kuban state technological university

Annotation. A characteristic equation is obtained for a two-mass elastic electromechanical system, analysis of which shows that there are nine kinds of decomposition of its roots. Algorithms have been developed for finding the existence regions for each of the nine decompositions of the roots of the characteristic equation. The proposed algorithms allow finding the boundaries between regions with different root spreads of the characteristic equation of a two-mass elastic electromechanical system.

Keywords: characteristic equation, roots of characteristic equation, two-mass elastic electromechanical system.

Математическая модель двухмассовой упругой электромеханической системы описывается системой дифференциальных уравнений [1]:

$$\left. \begin{aligned} U &= C_e \omega_1 + R_{\text{я}} I_{\text{я}} + L_{\text{я}} \cdot \frac{dI_{\text{я}}}{dt}; \\ C_M I_{\text{я}} &= M_y + J_1 \cdot \frac{d\omega_1}{dt}; \\ \frac{dM_y}{dt} &= C_y \cdot (\omega_1 - \omega_2); \\ M_y &= M_{\text{со}} + J_2 \cdot \frac{d\omega_2}{dt}, \end{aligned} \right\}$$

где U – напряжение, приложенное к якорной цепи электродвигателя, В;

ω_1 – угловая скорость исполнительного органа двигателя, $\frac{\text{рад}}{\text{с}}$;

ω_2 – угловая скорость исполнительного органа механизма, $\frac{\text{рад}}{\text{с}}$;

$I_{\text{я}}$ – ток якорной цепи электродвигателя, А;

M_y – упругий момент (момент в валопроводе), Н·м;

$M_{\text{со}}$ – момент сопротивления электропривода, Н·м;

C_e – коэффициент пропорциональности между угловой скоростью исполнительного органа электродвигателя и его ЭДС, $\frac{\text{В} \cdot \text{с}}{\text{рад}}$;

$R_{\text{я}}$ – сопротивление якорной цепи электродвигателя, Ом;

$L_{\text{я}}$ – индуктивность якорной цепи электродвигателя, Гн;

C_M – коэффициент пропорциональности между током якорной цепи электродвигателя и его моментом, В·с;

J_1 – момент инерции исполнительного органа электродвигателя, кг·м²;

J_2 – момент инерции исполнительного органа механизма, кг·м²;

C_y – жесткость валопровода, $\frac{H \cdot m}{рад}$.

Характеристическое уравнение двухмассовой упругой электромеханической системы имеет вид [1]:

$$\frac{L_{я} J_1 J_2}{C_e C_M C_y} \cdot p^4 + \frac{R_{я} J_1 J_2}{C_e C_M C_y} \cdot p^3 + \left[\frac{L_{я} \cdot (J_1 + J_2)}{C_e C_M} + \frac{J_2}{C_y} \right] \cdot p^2 + \frac{R_{я} \cdot (J_1 + J_2)}{C_e C_M} \cdot p + 1 = 0.$$

Анализ характеристического уравнения двухмассовой упругой электромеханической системы показывает, что существует девять раскладов его корней [2].

Для определения областей с разными раскладами корней характеристического уравнения двухмассовой упругой электромеханической системы необходимо сначала разработать алгоритмы позволяющие найти границы между этими областями. А затем используя полученные алгоритмы провести численный эксперимент по определению областей с разными раскладами корней характеристического уравнения двухмассовой упругой электромеханической системы.

Вид первый

Четыре отрицательных действительных неравных корня.

При этом характеристическое уравнение двухмассовой упругой электромеханической системы имеет вид $(T_1 p + 1) \cdot (T_2 p + 1) \cdot (T_3 p + 1) \cdot (T_4 p + 1) = 0$ и справедлива система уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \frac{L_{я} J_1 J_2}{C_e C_M C_y} &= T_1 T_2 T_3 T_4; \\ \frac{R_{я} J_1 J_2}{C_e C_M C_y} &= T_1 T_2 T_3 + T_1 T_2 T_4 + T_1 T_3 T_4 + T_2 T_3 T_4; \\ \frac{L_{я} \cdot (J_1 + J_2)}{C_e C_M} + \frac{J_2}{C_y} &= T_1 T_2 + T_1 T_3 + T_1 T_4 + T_2 T_3 + T_2 T_4 + T_3 T_4; \\ \frac{R_{я} \cdot (J_1 + J_2)}{C_e C_M} &= T_1 + T_2 + T_3 + T_4. \end{aligned} \right\}$$

После преобразования:

$$\begin{aligned} &(T_1 + T_2 + T_3)^4 - 3 \cdot \frac{R_{я} \cdot (J_1 + J_2)}{C_e C_M} \cdot (T_1 + T_2 + T_3)^3 + \\ &+ \left[\frac{L_{я} \cdot (J_1 + J_2)}{C_e C_M} + \frac{J_2}{C_y} + 3 \cdot \frac{R_{я}^2 \cdot (J_1 + J_2)^2}{C_e^2 C_M^2} \right] \cdot (T_1 + T_2 + T_3)^2 - \\ &- \left\{ \frac{R_{я}^3 \cdot (J_1 + J_2)^3}{C_e^3 C_M^3} + 2 \cdot \frac{R_{я} \cdot (J_1 + J_2)}{C_e C_M} \cdot \left[\frac{L_{я} \cdot (J_1 + J_2)}{C_e C_M} + \frac{J_2}{C_y} \right] - \frac{R_{я} J_1 J_2}{C_e C_M C_y} \right\} \cdot (T_1 + T_2 + T_3) - \\ &- \left\{ \frac{R_{я} \cdot (J_1 + J_2)}{C_e C_M} \cdot \left[\frac{R_{я} J_1 J_2}{C_e C_M C_y} - \frac{R_{я} \cdot (J_1 + J_2)}{C_e C_M} \cdot \left(\frac{L_{я} \cdot (J_1 + J_2)}{C_e C_M} + \frac{J_2}{C_y} \right) \right] - \frac{L_{я} J_1 J_2}{C_e C_M C_y} \right\} = 0; \\ T_1 T_2 T_3 &= \left\{ \frac{R_{я} J_1 J_2}{C_e C_M C_y} - \frac{R_{я} \cdot (J_1 + J_2)}{C_e C_M} \cdot \left[\frac{L_{я} \cdot (J_1 + J_2)}{C_e C_M} + \frac{J_2}{C_y} \right] \right\} + \\ &+ \left[\frac{R_{я}^2 \cdot (J_1 + J_2)^2}{C_e^2 C_M^2} + \frac{L_{я} \cdot (J_1 + J_2)}{C_e C_M} + \frac{J_2}{C_y} \right] \cdot (T_1 + T_2 + T_3) - \\ &- 2 \cdot \frac{R_{я} \cdot (J_1 + J_2)}{C_e C_M} \cdot (T_1 + T_2 + T_3)^2 + (T_1 + T_2 + T_3)^3; \end{aligned}$$

$$(T_1 T_2 + T_1 T_3 + T_2 T_3) = \left[\frac{L_{я} \cdot (J_1 + J_2)}{C_e C_M} + \frac{J_2}{C_y} \right] - \frac{R_{я} \cdot (J_1 + J_2)}{C_e C_M} \cdot (T_1 + T_2 + T_3) + (T_1 + T_2 + T_3)^2;$$

$$T_4 = \frac{R_{я} \cdot (J_1 + J_2)}{C_e C_M} - (T_1 + T_2 + T_3).$$

Эта система из четырех алгебраических уравнений решается численными методами. При этом надо иметь в виду, что $(T_1 + T_2 + T_3)$ немного меньше значения электромеханической постоянной времени электропривода $\frac{R_{я} \cdot (J_1 + J_2)}{C_e C_M}$.

Вид второй

Два отрицательных действительных равных и два отрицательных действительных неравных корня.

При этом характеристическое уравнение двухмассовой упругой электромеханической системы имеет вид $(T_1 p + 1)^2 \cdot (T_2 p + 1) \cdot (T_3 p + 1) = 0$ и справедлива система уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \frac{L_{я} J_1 J_2}{C_e C_M C_y} &= T_1^2 T_2 T_3; \\ \frac{R_{я} J_1 J_2}{C_e C_M C_y} &= T_1^2 \cdot (T_2 + T_3) + 2 T_1 T_2 T_3; \\ \frac{L_{я} \cdot (J_1 + J_2)}{C_e C_M} + \frac{J_2}{C_y} &= T_1^2 + 2 T_1 \cdot (T_2 + T_3) + T_2 T_3; \\ \frac{R_{я} \cdot (J_1 + J_2)}{C_e C_M} &= 2 T_1 + T_2 + T_3. \end{aligned} \right\}$$

После преобразования:

$$L_{я} = R_{я} \left\{ \left[1 - \frac{C_e C_M}{R_{я} \cdot (J_1 + J_2)} \cdot T_1 \right] \pm \sqrt{\left[\frac{C_e C_M}{R_{я} J_1} - \frac{C_e C_M}{R_{я} \cdot (J_1 + J_2)} \right] \cdot \left[\frac{1}{2} - \frac{C_e C_M}{R_{я} \cdot (J_1 + J_2)} \cdot T_1 \right] \cdot T_1} \right\} T_1;$$

$$C_y = \frac{J_2}{T_1} \cdot \frac{\frac{R_{я} J_1}{C_e C_M} - 2 T_1}{4 T_1^2 - 3 \cdot \frac{R_{я} \cdot (J_1 + J_2)}{C_e C_M} \cdot T_1 + 2 \cdot \frac{L_{я} \cdot (J_1 + J_2)}{C_e C_M}};$$

$$T_2 = \left[\frac{1}{2} \cdot \frac{R_{я} \cdot (J_1 + J_2)}{C_e C_M} - T_1 \right] \pm$$

$$\pm \sqrt{\left[\frac{1}{2} \cdot \frac{R_{я} \cdot (J_1 + J_2)}{C_e C_M} - T_1 \right]^2 - \left[3 T_1^2 - 2 \cdot \frac{R_{я} \cdot (J_1 + J_2)}{C_e C_M} \cdot T_1 + \frac{L_{я} \cdot (J_1 + J_2)}{C_e C_M} + \frac{J_2}{C_y} \right]};$$

$$T_3 = \frac{R_{я} \cdot (J_1 + J_2)}{C_e C_M} - 2 T_1 - T_2.$$

Таким образом, задаваясь значением T_1 определяются параметры системы.

Вид третий

Три отрицательных равных и один отрицательный неравный корня.

При этом характеристическое уравнение двухмассовой упругой электромеханической системы имеет вид $(T_1 p + 1)^3 \cdot (T_2 p + 1) = 0$ и справедлива система уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \frac{L_{\text{я}} J_1 J_2}{C_e C_M C_y} &= T_1^3 T_2; \\ \frac{R_{\text{я}} J_1 J_2}{C_e C_M C_y} &= T_1^2 \cdot (T_1 + 3T_2); \\ \frac{L_{\text{я}} \cdot (J_1 + J_2)}{C_e C_M} + \frac{J_2}{C_y} &= 3T_1 \cdot (T_1 + T_2); \\ \frac{R_{\text{я}} \cdot (J_1 + J_2)}{C_e C_M} &= 3T_1 + T_2. \end{aligned} \right\}$$

После преобразования:

$$\begin{aligned} T_1^2 - \frac{3}{4} \cdot \frac{R_{\text{я}} \cdot (2J_1 + J_2)}{C_e C_M} \cdot T_1^2 + \frac{3}{64} \cdot \frac{R_{\text{я}} \cdot (16J_1 + 3J_2)}{C_e C_M} \cdot \frac{R_{\text{я}} \cdot (J_1 + J_2)}{C_e C_M} \cdot T_1 - \\ - \frac{1}{8} \cdot \frac{R_{\text{я}}^2 \cdot (J_1 + J_2)^2}{C_e^2 C_M^2} \cdot \frac{R_{\text{я}} J_1}{C_e C_M} = 0; \\ L_{\text{я}} = R_{\text{я}} \cdot \left[\frac{R_{\text{я}} \cdot (J_1 + J_2)}{C_e C_M} - 3T_1 \right] \cdot \left[3 \cdot \frac{R_{\text{я}} \cdot (J_1 + J_2)}{C_e C_M} - 8T_1 \right]^{-1} \cdot T_1; \\ C_y = J_2 \cdot \left[3 \cdot \frac{R_{\text{я}} \cdot (J_1 + J_2)}{C_e C_M} \cdot T_1 - 6T_1^2 - \frac{L_{\text{я}} \cdot (J_1 + J_2)}{C_e C_M} \right]^{-1}; \\ T_2 = \frac{R_{\text{я}} \cdot (J_1 + J_2)}{C_e C_M} - 3T_1. \end{aligned}$$

Вид четвертый

Две пары отрицательных равных между собой корней.

При этом характеристическое уравнение двухмассовой упругой электромеханической системы имеет вид $(T_1 p + 1)^2 \cdot (T_2 p + 1)^2 = 0$ и справедлива система уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \frac{L_{\text{я}} J_1 J_2}{C_e C_M C_y} &= T_1^2 T_2^2; \\ \frac{R_{\text{я}} J_1 J_2}{C_e C_M C_y} &= 2T_1 T_2 \cdot (T_1 + T_2); \\ \frac{L_{\text{я}} \cdot (J_1 + J_2)}{C_e C_M} + \frac{J_2}{C_y} &= T_1^2 + 4T_1 T_2 + T_2^2; \\ \frac{R_{\text{я}} \cdot (J_1 + J_2)}{C_e C_M} &= 2(T_1 + T_2). \end{aligned} \right\}$$

После преобразования:

$$\begin{aligned} L_{\text{я}} &= \frac{1}{4} \cdot \frac{J_1}{J_2} \cdot \frac{R_{\text{я}}^2 \cdot (J_1 + J_2)}{C_e C_M}; \\ C_y &= \frac{4J_2^2}{J_1 + J_2} \cdot \frac{C_e^2 C_M^2}{R_{\text{я}}^2 \cdot (J_1 + J_2)^2}; \\ T_1 &= \frac{1}{4} \cdot \frac{R_{\text{я}} \cdot (J_1 + J_2)}{C_e C_M} + \sqrt{\frac{1}{16} \cdot \frac{R_{\text{я}}^2 \cdot (J_1 + J_2)^2}{C_e^2 C_M^2} - \frac{L_{\text{я}} \cdot (J_1 + J_2)}{C_e C_M}}; \\ T_2 &= \frac{1}{4} \cdot \frac{R_{\text{я}} \cdot (J_1 + J_2)}{C_e C_M} - \sqrt{\frac{1}{16} \cdot \frac{R_{\text{я}}^2 \cdot (J_1 + J_2)^2}{C_e^2 C_M^2} - \frac{L_{\text{я}} \cdot (J_1 + J_2)}{C_e C_M}}. \end{aligned}$$

При этом должно выполняться условие $L_{\text{я}} \leq \frac{1}{16} \cdot \frac{R_{\text{я}} \cdot (J_1 + J_2)}{C_e C_M}$.

Вид пятый

Четыре отрицательных равных корня.

При этом характеристическое уравнение двухмассовой упругой электромеханической системы имеет вид $(T\rho + 1)^4 = 0$ и справедлива система уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \frac{L_{\pi} J_1 J_2}{C_e C_M C_y} &= T^4; \\ \frac{R_{\pi} J_1 J_2}{C_e C_M C_y} &= 4T^3; \\ \frac{L_{\pi} \cdot (J_1 + J_2)}{C_e C_M} + \frac{J_2}{C_y} &= 6T^2; \\ \frac{R_{\pi} \cdot (J_1 + J_2)}{C_e C_M} &= 4T. \end{aligned} \right\}$$

После преобразования:

$$J_2 = 4J_1; T = 1,25 \cdot \frac{R_{\pi} J_1}{C_e C_M}; L_{\pi} = 0,3125 \cdot \frac{R_{\pi}^2 J_1}{C_e C_M}; C_y = 0,512 \cdot \frac{C_e^2 C_M^2}{R_{\pi}^2 J_1}.$$

Вид шестой

Два отрицательных неравных и два комплексных сопряженных с отрицательной действительной частью корня.

При этом характеристическое уравнение двухмассовой упругой электромеханической системы имеет вид $(T_1\rho + 1) \cdot (T_2\rho + 1) \cdot (T^2\rho^2 + 2\xi T\rho + 1) = 0$ и справедлива система уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \frac{L_{\pi} J_1 J_2}{C_e C_M C_y} &= T^2 T_1 T_2; \\ \frac{R_{\pi} J_1 J_2}{C_e C_M C_y} &= T^2 T_1 + T^2 T_2 + 2\xi T T_1 T_2; \\ \frac{L_{\pi} \cdot (J_1 + J_2)}{C_e C_M} + \frac{J_2}{C_y} &= T^2 + 2\xi T T_1 + 2\xi T T_2 + T_1 T_2; \\ \frac{R_{\pi} \cdot (J_1 + J_2)}{C_e C_M} &= 2\xi T + T_1 + T_2. \end{aligned} \right\}$$

После преобразования:

$$\begin{aligned} &T_1^2 T_2^2 - \left\{ \left[\frac{L_{\pi} \cdot (J_1 + J_2)}{C_e C_M} + \frac{J_2}{C_y} \right] - \frac{R_{\pi} \cdot (J_1 + J_2)}{C_e C_M} \cdot (T_1 + T_2) + (T_1 + T_2)^2 \right\} \cdot T_1 T_2 + \\ &+ \frac{L_{\pi} J_1 J_2}{C_e C_M C_y} = 0; \\ &\left[\frac{R_{\pi} \cdot (J_1 + J_2)}{C_e C_M} - 2 \cdot (T_1 + T_2) \right] \cdot T_1 T_2 + \\ &+ \left\{ \left[\left(\frac{L_{\pi} \cdot (J_1 + J_2)}{C_e C_M} + \frac{J_2}{C_y} \right) - \frac{R_{\pi} \cdot (J_1 + J_2)}{C_e C_M} \cdot (T_1 + T_2) + (T_1 + T_2)^2 \right] \cdot (T_1 + T_2) - \frac{R_{\pi} J_1 J_2}{C_e C_M C_y} \right\} = 0; \\ &2\xi T = \frac{R_{\pi} \cdot (J_1 + J_2)}{C_e C_M} - (T_1 + T_2); \\ &T^2 = \left[\frac{L_{\pi} \cdot (J_1 + J_2)}{C_e C_M} + \frac{J_2}{C_y} \right] - \frac{R_{\pi} \cdot (J_1 + J_2)}{C_e C_M} \cdot (T_1 + T_2) + (T_1 + T_2)^2 - T_1 T_2. \end{aligned}$$

Эта система из четырех алгебраических уравнений решается численными методами.

Вид седьмой

Два отрицательных равных и два комплексных сопряженных с отрицательной действительной частью корня.

При этом характеристическое уравнение двухмассовой упругой электромеханической системы имеет вид $(T_1 p + 1)^2 \cdot (T^2 p^2 + 2\xi T p + 1) = 0$ и справедлива система уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \frac{L_R J_1 J_2}{C_e C_M C_y} &= T^2 T_1^2; \\ \frac{R_R J_1 J_2}{C_e C_M C_y} &= 2T T_1 \cdot (T + \xi T_1); \\ \frac{L_R \cdot (J_1 + J_2)}{C_e C_M} + \frac{J_2}{C_y} &= T^2 + 4\xi T T_1 + T_1^2; \\ \frac{R_R \cdot (J_1 + J_2)}{C_e C_M} &= 2 \cdot (\xi T + T_1). \end{aligned} \right\}$$

После преобразования:

$$L_R = R_R \left\{ \left[1 - \frac{C_e C_M}{R_R \cdot (J_1 + J_2)} \cdot T_1 \right] \pm \sqrt{\left[\frac{C_e C_M}{R_R J_1} - \frac{C_e C_M}{R_R \cdot (J_1 + J_2)} \right] \cdot \left[\frac{1}{2} - \frac{C_e C_M}{R_R \cdot (J_1 + J_2)} \cdot T_1 \right] \cdot T_1} \right\} T_1;$$

$$C_y = \frac{J_2}{T_1} \cdot \frac{\frac{R_R J_1}{C_e C_M} - 2T_1}{4T_1^2 - 3 \cdot \frac{R_R \cdot (J_1 + J_2)}{C_e C_M} \cdot T_1 + 2 \cdot \frac{L_R \cdot (J_1 + J_2)}{C_e C_M}};$$

$$T = \sqrt{3T_1^2 - 2 \cdot \frac{R_R \cdot (J_1 + J_2)}{C_e C_M} \cdot T_1 + \frac{L_R \cdot (J_1 + J_2)}{C_e C_M} + \frac{J_2}{C_y}};$$

$$\xi = \frac{1}{2} \cdot \frac{R_R \cdot (J_1 + J_2)}{C_e C_M} \cdot \frac{1}{T} - \frac{T_1}{1}.$$

Таким образом, задаваясь значением T_1 определяются параметры системы.

Вид восьмой

Две пары неравных между собой комплексных сопряженных с отрицательной действительной частью корня.

При этом характеристическое уравнение двухмассовой упругой электромеханической системы имеет вид $(T_1^2 p^2 + 2\xi_1 T_1 p + 1) \cdot (T_2^2 p^2 + 2\xi_2 T_2 p + 1) = 0$ и справедлива система уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \frac{L_R J_1 J_2}{C_e C_M C_y} &= T_1^2 T_2^2; \\ \frac{R_R J_1 J_2}{C_e C_M C_y} &= 2T_1 T_2 \cdot (\xi_1 T_2 + \xi_2 T_1); \\ \frac{L_R \cdot (J_1 + J_2)}{C_e C_M} + \frac{J_2}{C_y} &= T_1^2 + 4\xi_1 \xi_2 T_1 T_2 + T_2^2; \\ \frac{R_R \cdot (J_1 + J_2)}{C_e C_M} &= 2 \cdot (\xi_1 T_1 + \xi_2 T_2). \end{aligned} \right\}$$

После преобразования:

$$T_1^4 - \left\{ \left[\frac{L_R \cdot (J_1 + J_2)}{C_e C_M} + \frac{J_2}{C_y} \right] - \frac{R_R \cdot (J_1 + J_2)}{C_e C_M} \cdot 2\xi_1 T_1 + 4\xi_1^2 T_1^2 \right\} \cdot T_1^2 + \frac{L_R J_1 J_2}{C_e C_M C_y} = 0;$$

$$\left[\frac{R_{\pi} \cdot (J_1 + J_2)}{C_e C_M} - 4\xi_1 T_1 \right] \cdot T_1^2 +$$

$$+ \left\{ \left[\left(\frac{L_{\pi} \cdot (J_1 + J_2)}{C_e C_M} + \frac{J_2}{C_y} \right) - \frac{R_{\pi} \cdot (J_1 + J_2)}{C_e C_M} \cdot 2\xi_1 T_1 + 4\xi_1^2 T_1^2 \right] \cdot 2\xi_1 T_1 - \frac{R_{\pi} J_1 J_2}{C_e C_M C_y} \right\} = 0;$$

$$2\xi_2 T_2 = \frac{R_{\pi} \cdot (J_1 + J_2)}{C_e C_M} - 2\xi_1 T_1;$$

$$T_2^2 = \left[\frac{L_{\pi} \cdot (J_1 + J_2)}{C_e C_M} + \frac{J_2}{C_y} \right] - T_1^2 - \frac{R_{\pi} \cdot (J_1 + J_2)}{C_e C_M} \cdot 2\xi_1 T_1 + 4\xi_1^2 T_1^2.$$

Эта система из четырех алгебраических уравнений решается численными методами.

Вид девятый

Две пары равных между собой комплексных сопряженных с отрицательной действительной частью корня.

При этом характеристическое уравнение двухмассовой упругой электромеханической системы имеет вид $(T^2 p^2 + 2\xi T p + 1)^2 = 0$ и справедлива система уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \frac{L_{\pi} J_1 J_2}{C_e C_M C_y} &= T^{-4}; \\ \frac{R_{\pi} J_1 J_2}{C_e C_M C_y} &= 4\xi T^{-3}; \\ \frac{L_{\pi} \cdot (J_1 + J_2)}{C_e C_M} + \frac{J_2}{C_y} &= 2 \cdot (1 + 2\xi^2) \cdot T^{-2}; \\ \frac{R_{\pi} \cdot (J_1 + J_2)}{C_e C_M} &= 4\xi T. \end{aligned} \right\}$$

После преобразования:

$$L_{\pi} = \frac{1}{4} \cdot \frac{J_1}{J_2} \cdot \frac{R_{\pi}^2 \cdot (J_1 + J_2)}{C_e C_M}; \quad C_y = \frac{4J_2^2}{J_1 + J_2} \cdot \frac{C_e^2 C_M^2}{R_{\pi}^2 \cdot (J_1 + J_2)^2};$$

$$T = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{J_1}{J_2}} \cdot \frac{R_{\pi} \cdot (J_1 + J_2)}{C_e C_M}; \quad \xi = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{J_2}{J_1}}.$$

При этом должно выполняться условие $J_2 \leq 4J_1$.

Выводы

Показано, что характеристическое уравнение двухмассовой упругой электромеханической системы имеет девять раскладов корней.

Определены условия существования для каждого из девяти раскладов корней характеристического уравнения.

Предложены алгоритмы определения корней характеристического уравнения.

Литература:

1. Дობробаба Ю.П. Электрический привод : учеб. пособие / Кубан. гос. технол. ун-т. – Краснодар : Изд. ФГБОУ ВПО «КубГТУ», 2013. – 2-е изд., доп. – 302 с.
2. Дობробаба Ю.П., Коноплин В.И. Микропозиционный программно-управляемый электропривод с упругим валопроводом : монография / Кубан. гос. технол. ун-т. – Краснодар : Изд. КубГТУ, 2008. – 156 с.

References:

1. Dobrobaba Yu.P. Electric drive: studies. allowance. / Kuban. state tehnol. un-t Krasnodar : Ed. FGBOU VPO «KubGTU», 2013. – 2nd ed., Ext. – 302 p.
2. Dobrobaba Yu.P., Konoplin V.I. Micropositional program-controlled electric drive with elastic shafting : monograph / Kuban. state tehnol. un-t Krasnodar : Ed. KubGTU, 2008. – 156 p.