

УДК 62.83.52:62.503.56

**СИММЕТРИЧНАЯ ОПТИМАЛЬНАЯ ПО БЫСТРОДЕЙСТВИЮ  
ДИАГРАММА ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ИСПОЛНИТЕЛЬНОГО ОРГАНА  
ПРЕЦИЗИОННОГО ЭЛЕКТРОПРИВОДА С УПРУГИМ ВАЛОПРОВОДОМ  
С ОГРАНИЧЕНИЯМИ ПО ВТОРОЙ, ТРЕТЬЕЙ, ЧЕТВЁРТОЙ И  
ПЯТОЙ ПРОИЗВОДНЫМ СКОРОСТИ**

**SYMMETRIC OPTIMAL PERFORMANCE DIAGRAM OF MOVEMENT  
THE EXECUTIVE BODY OF THE PRECISION ELECTRIC DRIVE WITH  
ELASTIC SHAFTING WITH CONSTRAINTS ON THE SECOND, THIRD, FOURTH  
AND THE FIFTH DERIVATIVE OF SPEED**

**Добробаба Юрий Петрович**

кандидат технических наук,  
доцент, профессор кафедры  
электрообеспечения промышленных предприятий,  
Кубанский государственный  
технологический университет

**Кошкин Гордей Анатольевич**

кандидат технических наук,  
начальник цеха,  
НКУ ООО «Прогресс»

**Федин В.С.**

Кубанский государственный  
технологический университет  
fedin@spets-stroy.com

**Аннотация.** Разработана симметричная оптимальная по быстродействию диаграмма перемещения исполнительного органа прецизионного электропривода с упругим валопроводом с ограничениями по второй, третьей, четвёртой и пятой производным скорости. Представлен алгоритм для определения параметров симметричной оптимальной по быстродействию диаграммы перемещения исполнительного органа прецизионного электропривода с упругим валопроводом с ограничениями по второй, третьей, четвёртой и пятой производным скорости. Приведены результаты по определению параметров симметричной оптимальной по быстродействию диаграммы перемещения исполнительного органа прецизионного электропривода с упругим валопроводом с ограничениями по второй, третьей, четвёртой и пятой производным скорости.

**Ключевые слова:** упругий валопровод, прецизионный электропривод, перемещение исполнительного органа, оптимальная по быстродействию диаграмма, ограничения по второй, третьей, четвёртой и пятой производным скорости.

**Dobrobaba Yury Petrovich**

Candidate of technical sciences,  
Associate professor,  
Professor of department  
of power supply industrial enterprises,  
Kuban state technological university

**Koshkin Gordey Anatolievich**

Candidate of technical sciences,  
Foreman,  
NKU LLS Progress

**Fedin V.S.**

Kuban state technological university  
fedin@spets-stroy.com

**Annotation.** A symmetric optimal speed diagram of the movement of the Executive body of a precision electric drive with an elastic shaft-house with restrictions on the second, third, fourth and fifth derivatives of speed is developed. An algorithm is presented to determine the parameters of a symmetric optimal speed diagram of the movement of the Executive body of a precision electric drive with an elastic shaft line with restrictions on the second, third, fourth and fifth derivatives of speed. The results of determining the parameters of the symmetric optimal speed diagram of the movement of the Executive body of a precision electric drive with an elastic shaft with restrictions on the second, third, fourth and fifth derivatives of speed are presented.

**Keywords:** elastic shaft line, precision electric drive, movement of the Executive body, optimal performance diagram, restrictions on the second, third, fourth and fifth derivatives of speed.

Ранее разработаны:

- группа из трех симметричных оптимальных по быстродействию диаграмм перемещения исполнительного органа прецизионного электропривода постоянного тока с упругим валопроводом, у которых отсутствуют ограничения по второй, третьей и четвёртой производным скорости [1];
- группа симметричных оптимальных по быстродействию диаграмм перемещения исполнительного органа прецизионного электропривода постоянного тока с упругим валопроводом, у которых отсутствуют ограничения по третьей и четвертой производным скорости [2].

Данная статья посвящена разработке симметричной оптимальной по быстродействию диаграммы, которая используется в электроприводах промышленных механизмов, у которых по технологическим требованиям необходимо ограничивать вторую, третью, четвертую и пятую производные скорости.

Предлагается математическое обеспечение, позволяющее определить параметры симметричной оптимальной по быстродействию диаграммы перемещения исполнительного органа прецизионного электропривода с упругим валопроводом с ограничениями по второй, третьей, четвертой и пятой производным скорости.

На рисунках 1 и 2 представлена симметричная оптимальная по быстродействию диаграмма перемещения исполнительного органа прецизионного электропривода с упругим валопроводом с ограничениями по второй, третьей, четвертой и пятой производным скорости, состоящая из двадцати девяти этапов. На рисунках приняты следующие обозначения:

$\varphi_2$  – угол поворота исполнительного органа электропривода, рад;

$\omega_2$  – угловая скорость исполнительного органа электропривода,  $\frac{рад}{с}$ ;

$t$  – время, с;

$\varphi_{нач}$  – начальное значение угла поворота исполнительного органа электропривода, рад;

$\varphi_{кон}$  – конечное значение угла поворота исполнительного органа электропривода, рад;

$\omega_{max}$  – максимальное значение угловой скорости исполнительного органа электропривода,  $\frac{рад}{с}$ ;

$\omega_{max}^{(1)}$  – максимальное значение первой производной угловой скорости исполнительного органа электропривода,  $\frac{рад}{с^2}$ ;

$\omega_{дон}^{(2)}$  – максимально допустимое значение второй производной угловой скорости исполнительного органа электропривода,  $\frac{рад}{с^3}$ ;

$\omega_{дон}^{(3)}$  – максимально допустимое значение третьей производной угловой скорости исполнительного органа электропривода,  $\frac{рад}{с^4}$ ;

$\omega_{дон}^{(4)}$  – максимально допустимое значение четвертой производной угловой скорости исполнительного органа электропривода,  $\frac{рад}{с^5}$ ;

$\omega_{дон}^{(5)}$  – максимально допустимое значение пятой производной угловой скорости исполнительного органа электропривода,  $\frac{рад}{с^6}$ ;

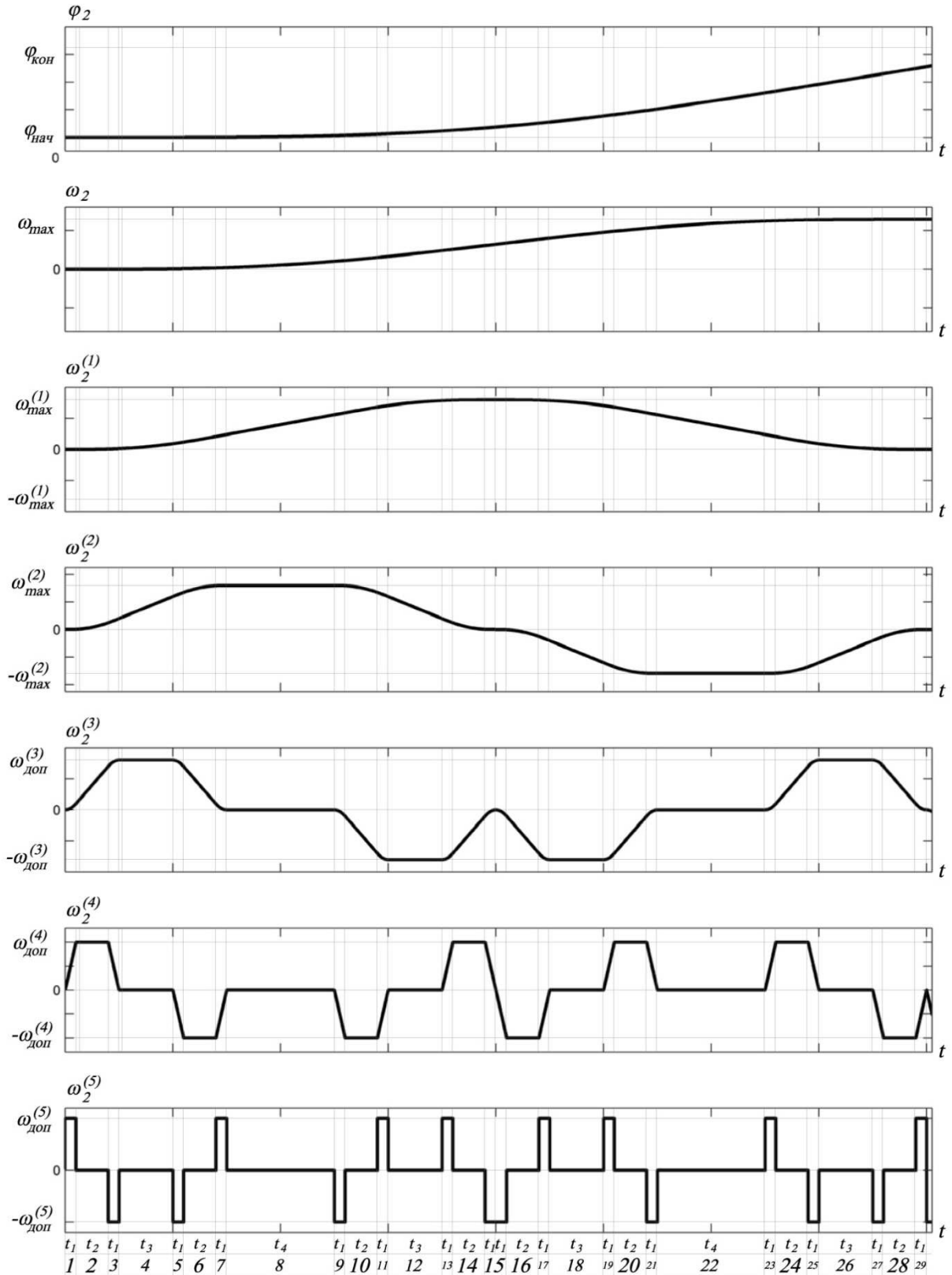
$t_1$  – длительность первого, третьего, пятого, седьмого, девятого, одиннадцатого, тринадцатого, семнадцатого, девятнадцатого, двадцать первого, двадцать третьего, двадцать пятого, двадцать седьмого, двадцать девятого этапов, с;

$2t_1$  – длительность пятнадцатого этапа, с;

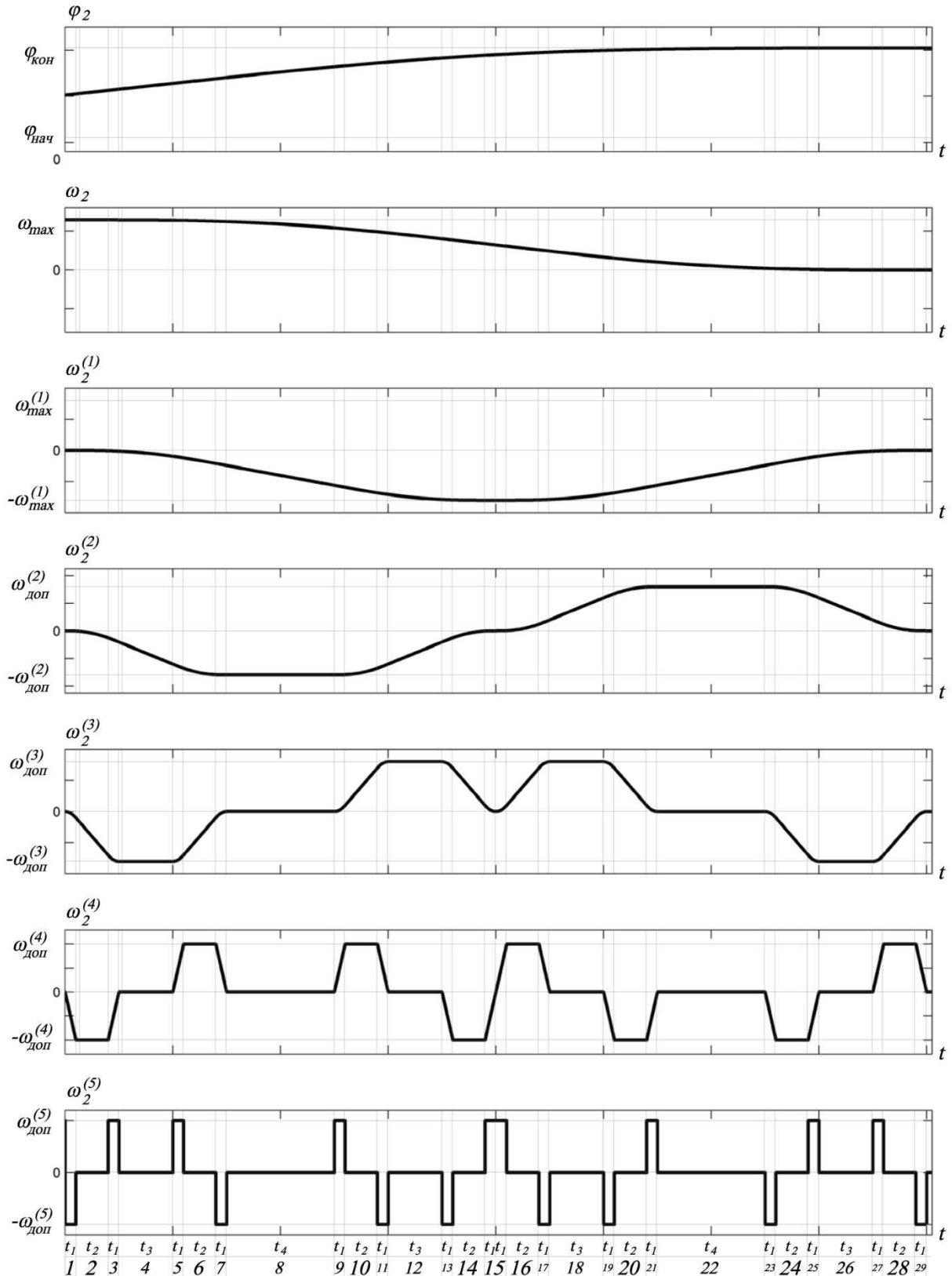
$t_2$  – длительность второго, шестого, десятого, четырнадцатого, шестнадцатого, двадцатого, двадцать четвертого, двадцать восьмого этапов, с;

$t_3$  – длительность четвертого, двенадцатого, восемнадцатого, двадцать шестого этапов, с;

$t_4$  – длительность восьмого и двадцать второго этапов, с.



**Рисунок 1** – Симметричная оптимальная по быстродействию диаграмма перемещения исполнительного органа прецизионного электропривода с ограничениями по второй, третьей, четвертой и пятой производным скорости (разгон)



**Рисунок 2** – Симметричная оптимальная по быстродействию диаграмма перемещения исполнительного органа прецизионного электропривода с ограничениями по второй, третьей, четвертой и пятой производным скорости (торможение)

Для симметричной оптимальной по быстродействию диаграммы перемещения исполнительного органа прецизионного электропривода с упругим валопроводом с ог-

раничениями по второй, третьей, четвёртой и пятой производным скорости справедливы следующие соотношения:

$$\omega_{дон}^{(4)} = \omega_{дон}^{(5)} \cdot t_1; \quad (1)$$

$$\omega_{дон}^{(3)} = \omega_{дон}^{(4)} \cdot (t_1 + t_2); \quad (2)$$

$$\omega_{дон}^{(2)} = \omega_{дон}^{(3)} \cdot (2t_1 + t_2 + t_3); \quad (3)$$

$$\omega_{max}^{(1)} = \omega_{дон}^{(2)} \cdot (4t_1 + 2t_2 + t_3 + t_4); \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \omega_{max} &= \omega_{max}^{(1)} \cdot (8t_1 + 4t_2 + 2t_3 + t_4) = \\ &= \omega_{дон}^{(2)} \cdot (4t_1 + 2t_2 + t_3 + t_4) \cdot (8t_1 + 4t_2 + 2t_3 + t_4); \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \varphi_{кон} &= \varphi_{нач} + \omega_{max} \cdot (16t_1 + 8t_2 + 4t_3 + 2t_4) = \\ &= \varphi_{нач} + 2\omega_{дон}^{(2)} \cdot (4t_1 + 2t_2 + t_3 + t_4) \cdot (8t_1 + 4t_2 + 2t_3 + t_4)^2; \end{aligned} \quad (6)$$

$$T_{ц} = 32t_1 + 16t_2 + 8t_3 + 4t_4, \quad (7)$$

где  $T_{ц}$  – длительность цикла, с.

Из соотношений (1)–(6) следует, что длительности этапов симметричной оптимальной по быстродействию диаграммы перемещения исполнительного органа прецизионного электропривода с упругим валопроводом с ограничениями по второй, третьей, четвёртой и пятой производным скорости равны:

$$t_1 = \frac{\omega_{дон}^{(4)}}{\omega_{дон}^{(5)}}; \quad (8)$$

$$t_2 = \frac{\omega_{дон}^{(3)}}{\omega_{дон}^{(4)}} - \frac{\omega_{дон}^{(4)}}{\omega_{дон}^{(5)}}; \quad (9)$$

$$t_3 = \frac{\omega_{дон}^{(2)}}{\omega_{дон}^{(3)}} - \frac{\omega_{дон}^{(3)}}{\omega_{дон}^{(4)}} - \frac{\omega_{дон}^{(4)}}{\omega_{дон}^{(5)}}. \quad (10)$$

Для нахождения  $t_4$  необходимо решить уравнение:

$$\begin{aligned} t_4^3 + 5 \cdot (4t_1 + 2t_2 + t_3) \cdot t_4^2 + 8 \cdot (4t_1 + 2t_2 + t_3)^2 \cdot t_4 + \\ + 4 \cdot (4t_1 + 2t_2 + t_3)^3 - \frac{\varphi_{кон} - \varphi_{нач}}{2\omega_{дон}^{(2)}} = 0. \end{aligned} \quad (11)$$

Минимально  $\varphi_{гр.3}$  и максимально  $\varphi_{гр.4}$  возможные значения угла поворота для электропривода при его движении в соответствии с симметричной оптимальной по быстродействию диаграммы перемещения исполнительного органа прецизионного электропривода с упругим валопроводом с ограничениями по второй, третьей, четвертой и пятой производным скорости равны:

$$\varphi_{гр.3} = 8\omega_{дон}^{(2)} \cdot \left[ \frac{\omega_{дон}^{(2)}}{\omega_{дон}^{(3)}} + \frac{\omega_{дон}^{(3)}}{\omega_{дон}^{(4)}} + \frac{\omega_{дон}^{(4)}}{\omega_{дон}^{(5)}} \right]^3; \quad (12)$$

$$\varphi_{гр.4} = 2\omega_{дон}^{(1)} \cdot \left[ \frac{\omega_{дон}^{(1)}}{\omega_{дон}^{(2)}} + \frac{\omega_{дон}^{(2)}}{\omega_{дон}^{(3)}} + \frac{\omega_{дон}^{(3)}}{\omega_{дон}^{(4)}} + \frac{\omega_{дон}^{(4)}}{\omega_{дон}^{(5)}} \right]^2, \quad (13)$$

где  $\omega_{дон}^{(1)}$  – максимально допустимое значение первой производной угловой скорости исполнительного органа электропривода,  $\frac{рад}{с^2}$ .

В работе представлен электропривод, у которого максимально допустимые значения соответственно равны:  $\omega_{дон}^{(1)} = 80 \frac{рад}{с^2}$ ;  $\omega_{дон}^{(2)} = 160 \frac{рад}{с^3}$ ;  $\omega_{дон}^{(3)} = 800 \frac{рад}{с^4}$ ;  $\omega_{дон}^{(4)} = 10000 \frac{рад}{с^5}$ ;  $\omega_{дон}^{(5)} = 500000 \frac{рад}{с^6}$ .

При этом:

$$\varphi_{гр.3} = 8 \cdot 160 \cdot \left[ \frac{160}{800} + \frac{800}{10000} + \frac{10000}{500000} \right]^3 = 34,56 \text{ рад};$$

$$\varphi_{гр.4} = 2 \cdot 80 \cdot \left[ \frac{80}{160} + \frac{160}{800} + \frac{800}{10000} + \frac{10000}{500000} \right]^2 = 102,4 \text{ рад}.$$

В таблице 1 приведены результаты по определению параметров симметричной оптимальной по быстродействию диаграммы перемещения исполнительного органа прецизионного электропривода с упругим валопроводом с ограничениями по второй, третьей, четвёртой и пятой производным скорости.

Таблица 1 – Результаты по определению параметров

$(\varphi_{кон} - \varphi_{нач}), \text{ рад}$	$t_4, \text{ с}$	$T_{ц}, \text{ с}$	$\omega_{max}^{(1)}, \frac{рад}{с^2}$	$\omega_{max}, \frac{рад}{с}$
34,56	0	2,4	48	28,8
36,91232	0,01	2,44	49,6	30,256
39,36256	0,02	2,48	51,2	31,744
41,91264	0,03	2,52	52,8	33,264
44,56448	0,04	2,56	54,4	34,816
47,32	0,05	2,6	56	36,4
50,18112	0,06	2,64	57,6	38,016
53,14976	0,07	2,68	59,2	39,664
56,22784	0,08	2,72	60,8	41,344
59,41728	0,09	2,76	62,4	43,056
62,72	0,1	2,8	64	44,8
66,13792	0,11	2,84	65,6	46,576
69,67296	0,12	2,88	67,2	48,384
73,32704	0,13	2,92	68,8	50,224
77,10208	0,14	2,96	70,4	52,096
81	0,15	3	72	54
85,02272	0,16	3,04	73,6	55,936
89,17216	0,17	3,08	75,2	57,904
93,45024	0,18	3,12	76,8	59,904
97,85888	0,19	3,16	78,4	61,936
102,4	0,2	3,2	80	64

При этом остальные параметры не менялись и имели следующие значения:  
 $\omega_{дон}^{(2)} = 160 \frac{рад}{с^3}$ ;  $\omega_{дон}^{(3)} = 800 \frac{рад}{с^4}$ ;  $\omega_{дон}^{(4)} = 10000 \frac{рад}{с^5}$ ;  $\omega_{дон}^{(5)} = 500000 \frac{рад}{с^6}$ ;  $t_1 = 0,02 с$ ;  
 $t_2 = 0,06 с$ ;  $t_3 = 0,1 с$ .

На рисунках 1 и 2 представлена симметричная оптимальная по быстродействию диаграмма перемещения исполнительного органа прецизионного электропривода с упругим валопроводом с ограничениями по второй, третьей, четвертой и пятой производным скорости, имеющая следующие параметры:  $(\varphi_{кон} - \varphi_{нач}) = 81 рад$ ;  $t_1 = 0,02 с$ ;  
 $t_2 = 0,06 с$ ;  $t_3 = 0,1 с$ ;  $t_4 = 0,15 с$ ;  $T_{ц} = 3 с$ ;  $\omega_{дон}^{(5)} = 500000 \frac{рад}{с^6}$ ;  $\omega_{дон}^{(4)} = 10000 \frac{рад}{с^5}$ ;  
 $\omega_{дон}^{(3)} = 800 \frac{рад}{с^4}$ ;  $\omega_{дон}^{(2)} = 160 \frac{рад}{с^3}$ ;  $\omega_{max}^{(1)} = 72 \frac{рад}{с^2}$ ;  $\omega_{max} = 54 \frac{рад}{с}$ .

### Выводы

В данной научной статье представлена симметричная оптимальная по быстродействию диаграмма перемещения исполнительного органа прецизионного электропривода с упругим валопроводом с ограничениями по второй, третьей, четвертой и пятой производным скорости, состоящая из двадцати девяти этапов.

Определена область существования симметричной оптимальной по быстродействию диаграммы перемещения исполнительного органа прецизионного электропривода с упругим валопроводом с ограничениями по второй, третьей, четвертой и пятой производным скорости.

Для определения параметров оптимальной по быстродействию диаграммы перемещения исполнительного органа прецизионного электропривода с упругим валопроводом с ограничениями по второй, третьей, четвертой и пятой производным скорости разработан алгоритм.

### Литература:

1. Добробаба Ю.П., Кошкин Г.А., Громницкий Е.Е. Оптимальные по быстродействию диаграммы перемещения исполнительного органа прецизионного электропривода постоянного тока с упругим валопроводом / Кубан. гос. технол. ун-т. – Краснодар : Изд. ФГБОУ ВО «КубГТУ», 2018. – 160 с.
2. Добробаба Ю.П., Кузьмина И.Б. Прецизионный позиционный электропривод переменного тока с упругим валопроводом : монография / Кубан. гос. технол. ун-т. – Краснодар : Изд. ФГБОУ ВО «КубГТУ», 2015. – 132 с.

### References:

1. Dobrobaba Yu.P., Koshkin G.A., Gromnitsky E.E. Optimalnye on speed of the chart of movement of executive body of the precision electric drive of a direct current with the elastic shaft line / Kuban State Technological un-t. – Krasnodar : Prod. FGBOOU WAUGH of «KubGTU», 2018. – 160 p.
2. Dobrobaba Yu.P., Kuzmina I.B. The precision position electric drive of alternating current with the elastic shaft line : monograph / Kuban State Technological un-t. – Krasnodar : Prod. FGBOOU WAUGH of «KubGTU», 2015. – 132 p.