

УДК 531.8

## ДИНАМИКА МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ СО МНОГИМИ СТЕПЕНЯМИ СВОБОДЫ

### DYNAMICS OF MECHANICAL SYSTEMS WITH MANY DEGREES OF FREEDOM

**Смелягин Анатолий Игоревич**

доктор технических наук, профессор,  
заведующий кафедрой теоретической механики,  
Кубанский государственный  
технологический университет  
asmelyagin@yandex.ru

**Smelyagin Anatoli Igorevich**

Doctor of technical Sciences,  
Professor, Head of Department  
of theoretical mechanics,  
Kuban state technological university  
asmelyagin@yandex.ru

**Аннотация.** Известно, что теорема об изменении кинетической энергии была выведена из второго закона Ньютона для материальной точки и системы материальных точек без учета их фактической подвижности. Поэтому на практике она применялась только тел и механических систем с одной степенью свободы. Показано, что теорема об изменении кинетической энергии может эффективно применяться как для исследования материальных тел, так и механических систем со многими степенями свободы. Так с помощью ранее выведенной теоремы исследована реальная механическая система с тремя степенями свободы. Это делает теорему об изменении кинетической энергии универсальной, эффективной и значительно расширяет области её применения.

**Annotation.** It is known that the change of kinetic energy theorem was derived from Newton's second law for a material point and system of material points without taking into account their actual mobility. Therefore, in practice it has been applied only bodies and mechanical systems with one degree of freedom. It is shown that the theorem of change of kinetic energy can be effectively used for the study of bodies and mechanical systems with many degrees of freedom. So with the previously derived theorems studied real mechanical system with three degrees of freedom. This makes the theorem of change of kinetic energy of the universal, efficient, and significantly expands the area of its application.

**Ключевые слова:** теорема, кинетическая энергия, степень свободы, тело, механическая система, работа, сила, момент, скорость, закон движения.

**Keywords:** theorem, the kinetic energy, the degree of freedom of the body, a mechanical system, work, force, speed, motion law.

#### Введение

Все механические системы какими бы они не были сложными состоят только из материальных тел (звеньев), которые, чтобы совершать требуемые движения, определенным образом взаимосвязаны между собой с помощью кинематических пар [1–3].

В настоящее время существует множество разных механических систем, которые имеют много степеней свободы. К таким системам относятся манипуляторы, роботы, обрабатывающие станки и грузоподъемные машины и другие аналогичные устройства. При разработке, создании и исследовании таких объектов обязательно проводится их динамический анализ. При динамическом анализе машин со многими степенями свободы используют либо уравнения Лагранжа II рода, либо законы Ньютона, или уравнения, полученные из этих законов [1–5].

Анализ оригинальных и современных формулировок аксиом или законов движения И. Ньютона в [1–13] показал, что они сформулированы только для абстрактных материальных объектов – материальной точки. Следовательно, законы Ньютона можно использовать только для исследования не существующих в природе объектов, а именно материальных точек. Применять законы Ньютона для анализа движения материальных тел, звеньев из которых состоят машины, роботы, манипуляторы некорректно.

Так в [5, 6] показано, что механика, как наука, строится на законах, аксиомах, принципах, теоремах и основных понятиях, таких как сила, пространство, время, масса. Фундамент современной классической механики построен на идеях и трудах Галилея, Ньютона и Эйлера. В [5, 6] отмечается:

- «По мере углубления наших знаний выявляются границы применимости теоретической механики, относительность ее понятий. Выяснилось, что аксиомы или законы классической механики Ньютона не абсолютны»;

- «это не закон (второй закон Ньютона), ибо нет определения силы»;
- законы Ньютона сформулированы для несуществующих в природе материальных точек;
- так называемые основные понятия механики (сила, пространство, время), «смысл которых читателю считается ясным», пока однозначно не определены.

Тем не менее, современная классическая механика, несмотря на то, что со времен Галилея, Ньютона и Эйлера она быстро развивалась, и при этом изменились многие понятия, определения, формулировки формулы, базируется на «законах», сформулированных в XV–XVII веках. Однако любая развивающаяся наука не может в своей основе иметь законы, представляющие собой «вечные» причем не корректные истины.

Основываясь на современных понятиях и знаниях в [11, 12, 22], сформулированы основные аксиомы механики, которые приведены ниже.

### Аксиомы

1. Вселенная это все то, что существует – весь мир.
2. Вселенная одна, а, следовательно, она консервативна.
3. Вселенная дуальна, то есть все её объекты одновременно движутся и покоятся.
4. Вселенная разнообразна по составу.
5. Материя (вещество, тело, поле) – один из объектов Вселенной.
6. Материя - хранилище вещества и энергии.
7. Масса и энергия Вселенной постоянны.
8. Энергия объектов определяется их видом, составом, массой, состоянием, движением.
9. Все объекты Вселенной взаимодействуют между собой.
10. Взаимодействие материальных объектов равновелики и разнонаправлены.
11. Взаимодействие объектов приводит к изменению их энергии, состояния, движения и совершению работы.
12. Изменение энергии объектов равно совершённой работе.
13. В любое мгновение работа объектов Вселенной равна нулю.

Приведенные аксиомы относятся к любому состоянию и движению материи. Эти аксиомы объясняют и широкое применение принципа Даламбера; общего уравнения динамики и статики.

В [22] показано, что, хотя эти законы, аксиомы, принципы и теоремы считались независимыми, но на самом деле они являются следствиями.

В [4, 5] утверждается, что классическая механика строится на таких основных понятиях, как сила, пространство, время. Однако анализ аксиом природы показывает, что основными понятиями механики могут быть только энергия и работа. Именно эти величины определяют состояние и движение объекта природы, поэтому в работах [11–15, 22] сформулированы основные аксиомы и выведены теоремы, принципы и уравнения механики для реальных объектов природы.

В [9, 11, 21, 22] показано, что энергия и работа являются основными, первичными понятиями, определяющим движение и взаимодействие материальных объектов и доказана теорема об изменении кинетической энергии материального тела, которая утверждает, что изменение кинетической энергии тела при его перемещении равно работе сил и моментов сил, действующих на него на этом перемещении.

То есть:

$$T + T_0 = A, \quad (1)$$

где  $A$  – работа сил и моментов сил, действующих на тело, на исследуемом перемещении;  $T$  и  $T_0$  – кинетическая энергия исследуемого объекта в конечном и начальном положении, соответственно.

Как следует из [4] теорема об изменении кинетической энергии всегда выводилась для материальной точки и для системы материальных точек без учета их фактической подвижности. Поэтому уравнение (1) фактически пригодно только для описания движения тел и механических систем, с одной степенью свободы.

В [21, 22] доказана теорема об изменении кинетической энергии для тел и механических систем с несколькими степенями свободы. Показано, что в общем случае для механической системы с несколькими степенями свободы теорема об изменении кинетической энергии имеет вид:

$$\begin{cases} T_{\Gamma xi} - T_{\Gamma 0 xi} = A_{\Gamma xi} \\ T_{\Gamma yi} - T_{\Gamma 0 yi} = A_{\Gamma yi} \\ T_{\Gamma zi} - T_{\Gamma 0 zi} = A_{\Gamma zi} \\ T_{B xi} - T_{B 0 xi} = A_{B xi} \\ T_{B yi} - T_{B 0 yi} = A_{B yi} \\ T_{B zi} - T_{B 0 zi} = A_{B zi} \end{cases}, \quad (2)$$

где  $T_{\Gamma x}, T_{\Gamma 0x}, T_{\Gamma y}, T_{\Gamma 0y}, T_{\Gamma z}, T_{\Gamma 0z}, T_{Bx}, T_{B0x}, T_{By}, T_{B0y}, T_{Bz}, T_{B0z}$ , – соответственно, кинетические энергии тела при его движении вдоль и вокруг соответствующих осей;  $A_{\Gamma xi}, A_{\Gamma yi}, A_{\Gamma zi}, A_{B xi}, A_{B yi}, A_{B zi}$ , – соответственно, работы сил и моментов сил, действующих на тела, на исследуемом перемещении;  $i$  – порядковый номер тела входящего в механическую систему.

Число уравнений входящих в (2) должно равняться числу обобщенных, координат.

Из (2) следует, что если механическая система имеет несколько степеней свободы, то изменения кинетической энергии тел, входящих в эту систему, вдоль и вокруг осей равно соответствующим работам.

Рассмотрим практическое применение выведенной теоремы при исследовании механических систем с несколькими степенями свободы.

### Механическая система с тремя степенями свободы

Исследуем, например, движения тел механической системы приведенной на (рис.1).

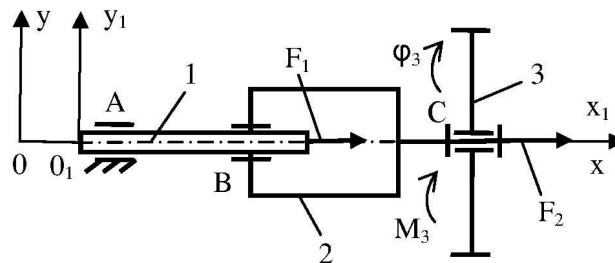


Рисунок 1 – Расчетная схема

Исследуемая механическая система (механизм) состоит из трех подвижных звеньев 1, 2, 3, которые взаимосвязаны между собой с помощью кинематических пар А, В, С. Пусть звенья имеют, соответственно, массы  $m_1, m_2$  и  $m_3$ . Звено 1 представляет собой прямоугольный стержень, который перемещается под действием силы  $F_1$  вдоль кинематической пары А. Звено 2 образует с звеном 1 кинематическую поступательную пару В и выполнено таким образом, что оно под действием приложенной к нему силы  $F_2$  перемещается вдоль звена 1. На звене 2, посредством кинематической пары С, закреплено колесо 3. Колесо 3 вращается на звене 2 под действием приложенного момента сил  $M_3$ . При исследовании движения системы примем, что колесо представляет собой кольцо.

Для широты исследования примем что, соответственно, на звенья 1, 2, 3 действуют:

- сила  $F_1 = \text{const}$ ;
- сила  $F_2 = bt$ ,
- момент  $M_3 = M - k\omega_3^2$ ,

где  $b$  и  $k$  – постоянные коэффициенты;  $M$  – движущий момент;  $k\omega_3^2$  – момент сопротивления.

Движение механической системы исследуем при следующих начальных условиях, что в начальный момент времени  $t = 0$ :

- линейная  $V$  и угловая  $\omega$  скорости, соответственно, равны  $V_{1x} = 0$ ,  $V_{2x} = 0$  и  $\omega_3 = 0$ ;
- перемещения,  $x_1$ ,  $x_2$  и  $\varphi_3$ , равны, соответственно,  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = 0$ ,  $\varphi_3 = 0$ .

Из расчетной схемы следует, что звенья 1 и 2 совершают поступательные движения вдоль осей  $x$  и  $x_1$ , а колесо 3 вращается вокруг оси  $x_1$ .

Движения всех звеньев системы являются независимыми.

Чтобы правильно составить уравнения динамики, найдём подвижность  $W$  (число степеней свободы) исследуемого механизма. Для определения подвижности исследуемого объекта воспользуемся структурной формулой для механизмов с незамкнутыми кинематическими цепями [1–3]:

$$W = \sum_{i=1}^{\Pi} ip_i, \quad (3)$$

где  $\Pi$  – подвижность пространства в котором существует исследуемый механизм;  $p_i$  – число кинематических пар  $i$ -той подвижности в механизме  $i = 1, 2, \dots$  – целочисленный индекс.

Из расчётной схемы (1) видно, что исследуемый объект существует в одномерном ( $M = 1$ ) двухподвижном ( $\Pi = 2$ ) пространстве и имеет три ( $p_1 = 3$ ) одноподвижные кинематические пары.

Подставив исходные данные в (3), получим:  $W = p_1 = 3$ .

Следовательно, исследуемая механическая система является трёхподвижной или имеет три степени свободы.

Для определения законов движения звеньев механической системы (рис. 1) уравнения (2) примут вид:

$$T_{\Gamma x1} - T_{\Gamma 0x1} = A_{\Gamma x1}; \quad (4)$$

$$T_{\Gamma x2} - T_{\Gamma 0x2} = A_{\Gamma x2}; \quad (5)$$

$$T_{Vx3} - T_{V0x3} = A_{Vx3}, \quad (6)$$

где  $T_{\Gamma x1}$ ,  $T_{\Gamma 0x1}$ ,  $T_{\Gamma x2}$ ,  $T_{\Gamma 0x2}$ ,  $T_{Vx3}$ ,  $T_{V0x3}$  – соответственно, кинетические энергии тел 1, 2, 3 при их движении вдоль и вокруг соответствующих осей;  $A_{\Gamma x1}$ ,  $A_{\Gamma x2}$ ,  $A_{Vx3}$  – соответственно, работы сил и моментов сил, действующих на тела, на исследуемом перемещении.

Анализ уравнений (4–6) показывает, что это теоремы об изменении кинетической энергии, соответственно, тел (звеньев) 1, 2 и 3 при их независимом движении вдоль и вокруг осей  $x$  и  $x_1$ .

При принятых начальных условиях, что при  $t = 0$  скорости и положения звеньев равны нулю, то кинетическая энергия этих тел в начальный момент времени будет равна нулю, то есть:

$$T_{\Gamma 0x1} = 0; \quad (7)$$

$$T_{\Gamma 0x2} = 0; \quad (8)$$

$$T_{V0x3} = 0; \quad (9)$$

С учетом (7–9) уравнения (4–6) примут вид:

$$T_{\Gamma x1} = A_{\Gamma x1}; \quad (10)$$

$$T_{\Gamma x2} = A_{\Gamma x2}; \quad (11)$$

$$T_{Vx3} = A_{Vx3}; \quad (12)$$

Последовательно раскроем уравнения (10–12).

Кинетическая энергия тела 1 в исследуемый момент времени при его движении вдоль оси  $x$  определится:

$$T_{\Gamma x1} = \frac{m_{11} V_x^2}{2}, \quad (13)$$

где  $m_{11} = m_1 + m_2 + m_3$  – масса всех тел исследуемой механической системы.

Работа силы  $F$ , действующей на тело 1 при его движении вдоль оси  $x$ , будет:

$$A_{\Gamma x1} = F_1 x. \quad (14)$$

Подставим (13) и (14) в (10). В результате получим:

$$\frac{m_{11} V_x^2}{2} = F_1 x. \quad (15)$$

Из (15) найдем скорость звена 1 при его движении вдоль оси  $x$ :

$$V_x = \sqrt{\frac{2F}{m_{11}}} x. \quad (16)$$

Для определения закона движения тела 1 вдоль оси  $x$  представим (16) в виде:

$$\frac{dx}{dt} = \sqrt{\frac{2F_1}{m_{11}}} x. \quad (17)$$

Разделив в (17) переменные и проинтегрировав полученное уравнение, после ряда преобразований найдем:

$$2\sqrt{x} = \sqrt{\frac{2F_1}{m_{11}}} t + C_1, \quad (18)$$

где  $C_1$  – постоянная интегрирования.

Подставив в (18) начальные условия, определим  $C_1$ :

$$C_1 = 0. \quad (19)$$

С учетом (19), из (18) найдем закон движения тела 1 вдоль оси  $x$ :

$$x = \frac{F_1}{2m_{11}} t^2. \quad (20)$$

Теперь выразим скорость звена 1 через время  $t$ , для чего подставим (20) в (16). После ряда преобразований получим:

$$V_x = \frac{F_1}{m_{11}} t. \quad (21)$$

Формулы (20) и (21), которые определяют скорость и закон движения звена 1 при его свободном перемещении вдоль оси  $x$ . Эти формулы полностью совпадают с выражениями, которые можно получить, применяя второй закон Ньютона для поступательного движения тела (материальной точки). Это свидетельствует о правильности применяемых для исследования движения уравнений.

Теперь рассмотрим движение второго звена вдоль оси  $x_1$ . Для чего применим теорему об изменении кинетической энергии, которая в этом случае имеет вид (11).

Кинетическая энергия тела 2 в исследуемый момент времени при его движении вдоль оси  $x_1$  определится:

$$T_{\Gamma x2} = \frac{m_{22} V_{x1}^2}{2}, \quad (22)$$

где  $m_{22} = m_2 + m_3$  – масса тел находящихся на звене 2.

Работа силы  $F_2$ , действующей на тело 1 при его движении вдоль оси  $x_1$ , будет:

$$A_{\Gamma x2} = F_2 x_1. \quad (23)$$

Подставим (22) и (23) в (10) и, учитывая, что  $F_2 = bt$ , получим:

$$\frac{m_{22} V_{x1}^2}{2} = x_1 b t. \quad (24)$$

Из (24) найдем скорость звена 2 при его движении вдоль оси  $x_1$ :

$$V_{x_1} = \sqrt{\frac{2b}{m_{22}}} tx_1. \quad (25)$$

Для определения закона движения тела 2 вдоль оси  $x_1$  представим (25) в виде:

$$\frac{dx_1}{dt} = \sqrt{\frac{2b}{m_{22}}} tx_1. \quad (26)$$

Разделив в (26) переменные и проинтегрировав полученное уравнение, после ряда преобразований найдем:

$$\sqrt{x_1} = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{2b}{m_{22}}} \sqrt{t^3} + C_2, \quad (27)$$

где  $C_2$  – постоянная интегрирования.

Подставив в (27) начальные условия и определим  $C_2$ :

$$C_2 = 0. \quad (28)$$

С учетом (28), из (27) найдем закон движения тела 2 вдоль оси  $x_1$ :

$$x_1 = \frac{2b}{9m_{22}} t^3. \quad (29)$$

Теперь выразим скорость звена 1 через время  $t$ , для чего подставим (29) в (25). После ряда преобразований получим:

$$V_{x_1} = \frac{2b}{3m_{22}} t^2. \quad (30)$$

Формулы (29) и (30) определяют перемещение и скорость второго звена при его свободном перемещении вдоль оси  $x_1$ .

Так как звено 2 совершает сложное движение, то есть движется одновременно относительно двух систем координат, то найдем его абсолютное движение относительно координатной оси  $x$ .

В соответствии с теоремой о сложении скоростей [4] абсолютное перемещение и абсолютная скорость тела при сложном движении, соответственно, будут:

$$\overline{x_a} = \overline{x_e} + \overline{x_r}; \quad (31)$$

$$\overline{V_a} = \overline{V_e} + \overline{V_r}, \quad (32)$$

где  $x_a$ ,  $x_e$ ,  $x_r$ ,  $V_a$ ,  $V_e$ ,  $V_r$  – соответственно, абсолютные, переносные и относительные перемещения и скорости тела.

С учетом (20), (21), (29), (30) и (31), (32) абсолютные кинематические параметры звена 2, соответственно, определяются:

$$x_{2a} = \frac{F_1}{2m_{11}} t^2 + \frac{2b}{9m_{22}} t^3; \quad (33)$$

$$V_{2a} = \frac{F_1}{m_{11}} t + \frac{2b}{3m_{22}} t^2, \quad (34)$$

где  $x_{2a}$ ,  $V_{2a}$  – соответственно, абсолютные перемещение и скорость второго звена.

Исследуем движение колеса 3. Из расчетной схемы (рис.1) видно, что колесо 3, вращается вокруг оси  $x_1$ . Тогда кинетическая энергия тела 3 в исследуемый момент времени при его вращении вокруг оси  $x_1$  определится:

$$T_{Bx_3} = \frac{I_3 \omega_3^2}{2}, \quad (35)$$

где  $I_3 = m_3 r_3^2$  – момент инерции колеса;  $\omega_3$  – угловая скорость колеса;  $r_3$  – радиус колеса.

Работа момента силы  $M_2$  действующей на тело 3 при его вращении вокруг оси  $x_1$  будет:

$$A_{Bx_3} = M_3 \varphi_3. \quad (36)$$

Подставим (35) и (36) в (12) и, учитывая, что  $I_3 = m_3 r_3^2$  и  $M_3 = M - k\omega_3^2$ , получим:

$$\frac{m_3 r_3^2 \omega_3^2}{2} = \varphi_3 (M - k\omega_3^2). \quad (37)$$

Преобразуем (37):

$$\omega_3^2 \left( 1 + \frac{2k\varphi_3}{m_3 r_3^2} \right) = \frac{2M\varphi_3}{m_3 r_3^2}. \quad (38)$$

Из (38) найдем угловую скорость колеса 3 при его вращении вокруг оси  $x_1$ :

$$\omega_3 = \sqrt{\frac{\varphi_3}{\frac{k}{M}\varphi_3 + \frac{m_3 r_3^2}{2M}}}. \quad (39)$$

Приведем (39) к удобному виду, для чего введем обозначения:

$$A = \frac{m_3 r_3^2}{2M}; \quad (40)$$

$$B = \frac{k}{M}. \quad (41)$$

С учетом (40) и (41) угловая скорость (39) колеса 3 определится:

$$\omega_3 = \sqrt{\frac{\varphi_3}{B\varphi_3 + A}}. \quad (42)$$

Для определения закона вращения тела 3 вокруг оси  $x_1$  представим (42) в виде:

$$\frac{d\varphi_3}{dt} = \sqrt{\frac{\varphi_3}{B\varphi_3 + A}}. \quad (43)$$

Разделив переменные в (43) и проинтегрировав полученное уравнение, после ряда преобразований найдем:

$$\sqrt{(A + B\varphi_3)\varphi_3} - \frac{A}{2} \left[ \frac{1}{\sqrt{B}} \ln(\sqrt{(A + B\varphi_3)} + \sqrt{B\varphi_3}) \right] = t + C, \quad (44)$$

где  $C$  – постоянная интегрирования, которая при принятых начальных условиях будет:

$$C = -\frac{A}{2\sqrt{B}} \ln \sqrt{A}. \quad (45)$$

С учетом (45), из (44) найдем закон вращения звена 3 вдоль оси  $x_1$

$$\sqrt{(A + B\varphi_3)\varphi_3} - \frac{A}{2} \left[ \frac{1}{\sqrt{B}} \ln(\sqrt{(A + B\varphi_3)} + \sqrt{B\varphi_3}) \right] + \frac{A}{2\sqrt{B}} \ln \sqrt{A} = t. \quad (46)$$

Формулы (39), (42) и (46) определяют угловую скорость и угол поворота колеса 3 при его вращении вокруг оси  $x_1$ .

Так как тело 3 совершает сложное движение, то, если это необходимо, используя уравнения (31–34) и (42) и (46) можно найти абсолютное движение колеса 3.

Итак, применяя только теорему об изменении кинетической энергии найдены законы движения всех звеньев механической системы с тремя степенями свободы. Это свидетельствует об универсальности и эффективности этой теоремы.

### Выводы

Доказано, что теорема об изменении кинетической энергии может применяться как для тел, так и для механических систем с любым числом степеней свободы.

Теорема об изменении кинетической энергии является универсальной теоремой, которая может эффективно применяться для исследования всех видов механического движения.

### Литература:

1. Смелягин А.И. Теория механизмов и машин. – Москва-Новосибирск, ИНФРА-М, 2008. – 263 с.
2. Смелягин А.И. Теория механизмов и машин : Курсовое проектирование. – М.: ИНФРА-М, 2014. – 263 с.
3. Смелягин А.И. Структура механизмов и машин. – М.: Высш. шк., 2014. – 304 с.
4. Никитин Н.Н. Курс теоретической механики. – М. : Высш. шк., 1990. – 607 с.
5. Ишлинский А.Ю. Механика: идеи, задачи, приложения. – М. : Наука, 1985. – 624 с.
6. Харламов П.В. Очерки об основаниях механики. Мифы, заблуждения и ошибки. – Киев : Наук, думка, 1995. – 407 с.
7. Смелягин А.И. Объекты, для которых сформулированы аксиомы или законы классической механики // Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). – Краснодар : Издательский Дом – Юг, 2014. – № 1. – С. 21–25.
8. Смелягин А.И. Аксиомы или законы движения сформулировал И. Ньютон // Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). – Краснодар : Издательский Дом – Юг, 2014. – № 2. – С. 11–16.
9. Смелягин А.И. Основные, первичные понятия механики // Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). – Краснодар : Издательский Дом – Юг, 2014. – № 2. – С. 17–26.
10. Смелягин А.И. Аксиомы движения материальных тел // Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). – Краснодар : Издательский Дом – Юг, 2014. – № 3. – С. 19–34.
11. Смелягин А.И. Теоремы, принципы и уравнения механики // Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). – Краснодар : Издательский Дом – Юг, 2014. – № 4. – С. 21–29.
12. Смелягин А.И. Применение новых аксиом и следствий из них для исследования движений материальных тел // Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). – Краснодар : Издательский Дом – Юг, 2015. – № 1. – С. 19–27.
13. Смелягин А.И. О необоснованности применения законов Ньютона для исследования динамики машин или современные аксиомы движения материальных тел и следствия из них : сборник: проблемы механики современных машин / материалы VI международной конференции; ответственный редактор В.С. Балбаров. – 2015. – С. 344–350.
14. Смелягин А.И. Современные аксиомы движения материальных тел и следствия из них : XI Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики / Сборник докладов; составители: Д.Ю. Ахметов, А.Н. Герасимов, Ш.М. Хайдаров; ответственные редакторы: Д.А. Губайдуллин, А.И. Елизаров, Е.К. Липачев. – 2015. – С. 3500–3502.
15. Смелягин А.И. Современные аксиомы и следствия из них для исследования динамики машин : Инновации в машиностроении (ИНМАШ-2015) / сборник трудов VII Международной научно-практической конференции; Кузбасский государственный технический университет имени Т.Ф. Горбачева, Алтайский государственный технический университет им. И.И. Ползунова, Новосибирский государственный технический университет, Бийский технологический институт, МИП Техмаш; под редакцией В.Ю. Блюменштейна, А.А. Баканова, О.А. Останина. – 2015. – С. 526–529.
16. Смелягин А.И. Применение новых аксиом и следствий для исследования движений механических систем // Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). – Краснодар : Издательский Дом – Юг, 2015. – № 2. – С. 19–26.
17. Смелягин А.И. Применение новых аксиом и следствий для исследования механических систем вращательного движения // Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). – Краснодар : Издательский Дом – Юг, 2015. – № 3. – С. 19–27.



18. Смелягин А.И. Применение новых аксиом и следствий для исследования движения колесницы // Научные труды Кубанского государственного технологического университета. – 2015. – № 10. – С. 47–62.

19. Смелягин А.И. Применение аналогов скоростей и ускорений для исследования механических систем с помощью новых аксиом и теорем // Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). – Краснодар : Издательский Дом – Юг, 2016. – № 2. – С. 21–29.

20. Смелягин А.И. Применение аналогов скоростей для исследования механических систем вращательного движения // Научные труды Кубанского государственного технологического университета. – 2016. – № 10. – С. 125–139.

21. Смелягин А.И. Теорема об изменении кинетической энергии тел и механических систем с несколькими степенями свободы // Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). – Краснодар : Издательский Дом – Юг, 2016. – № 3. – С. 26–34.

22. Смелягин А.И. Важнейшие аксиомы, следствия и теоремы классической механики // Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). – Краснодар : Издательский Дом – Юг, 2017. – № 3. – С. 21–38.

### References:

1. Smelyagin A.I. Theory of mechanisms and cars. – Moscow-Novosibirsk, INFRA-M, 2008. – 263 p.

2. Smelyagin A.I. Theory of mechanisms and cars : Course design. – M. : IN-FRA-M, 2014. – 263 p.

3. Smelyagin A.I. Structure of mechanisms and cars. – M. : High school, 2014. – 304 p.

4. Nikitin N.N. Course of theoretical mechanics. – M. : High school, 1990. – 607 p.

5. Ishlinsky A.Yu. Mechanics: ideas, tasks, applications. – M. : Science, 1985. – 624 p.

6. Kharlamov P.V. Sketches about the mechanics bases. Myths, delusions and mistakes. – Kiev : Sciences, thought, 1995. – 407 p.

7. Smelyagin A.I. Objects for which axioms or laws of classical mechanics // Science. Engineering. Technology (polytechnical bulletin). – Krasnodar : Publishing house – the South, 2014. – No. 1. – P. 21–25.

8. Smelyagin A.I. Axioms or laws of the movement were formulated by I. Nnyuton // Science. Engineering. Technology (polytechnical bulletin). – Krasnodar : Publishing house – the South, 2014. – No. 2. – P. 11–16.

9. Smelyagin A.I. Basic, primary concepts of mechanics // Science. Engineering. Technology (polytechnical bulletin). – Krasnodar : Publishing house – the South, 2014. – No. 2. – P. 17–26.

10. Smelyagin A.I. Axioms of the movement of material bodies // Science. Engineering. Technology (polytechnical bulletin). – Krasnodar : Publishing house – the South, 2014. – No. 3. – P. 19–34.

11. Smelyagin A.I. Theorems, principles and equations of mechanics // Science. Engineering. Technology (polytechnical bulletin). – Krasnodar : Publishing house – the South, 2014. – No. 4. – P. 21–29.

12. Smelyagin A.I. Application of new axioms and the investigations from them for a research of movements of material bodies // Science. Engineering. Technology (polytechnical bulletin). – Krasnodar : Publishing house – the South, 2015. – No. 1. – P. 19–27.

13. Smelyagin A.I. About groundlessness of application of laws of Newton for a research of dynamics of cars or modern axioms of the movement of material bodies and the investigation from them : collection: problems of mechanics of modern cars / materials of the VI international conference; editor-in-chief V.S. Balbarov. – 2015. – P. 344–350.

14. Smelyagin A.I. Modern axioms of the movement of material bodies and the investigation from them : The XI All-Russian congress on fundamental problems of theoretical and applied mechanics / Collection of reports; originators: D.Yu. Akhmetov, A.N. Gerasimov, Sh.M. Haydarov; editor-in-chiefs: D.A. Gubaidulin, A.I. Yelizarov, E.K. Lipachev. – 2015. – P. 3500–3502.

15. Smelyagin A.I. Modern axioms and the investigations from them for a research of dynamics of cars: Innovations in mechanical engineering (INMASH-2015) / collection of works VII of the International scientific and practical conference; Kuzbass state technical university of T.F. Gorbachev, Altai state technical university of I.I. Polzunov, Novosibirsk State Technical University, Biysk institute of technology, MIP Tekhmash; under V.Yu. Blyumenstein, A.A. Bakanov, O.A. Ostanin's edition. – 2015. – P. 526–529.

16. Smelyagin A.I. Application of new axioms and the investigations for a research of movements of mechanical systems // Science. Engineering. Technology (polytechnical bulletin). – Krasnodar : Publishing house – the South, 2015. – No. 2. – P. 19–26.

17. Smelyagin A.I. Application of new axioms and the investigations for a research of mechanical systems of rotary motion // Science. Engineering. Technology (polytechnical bulletin). – Krasnodar : Publishing house – the South, 2015. – No. 3. – P. 19–27.

18. Smelyagin A.I. Application of new axioms and the investigations for a research of the movement of the chariot // Scientific works of the Kuban state technological university. – 2015. – No. 10. – P. 47–62.

19. Smelyagin A.I. Application of analogs of speeds and accelerations for a research of mechanical systems by means of new axioms and theorems // Science. Engineering. Technology (polytechnical bulletin). – Krasnodar : Publishing house – the South, 2016. – No. 2. – P. 21–29.

20. Smelyagin A.I. Application of analogs of speeds for a research of mechanical systems of rotary motion // Scientific works of the Kuban state technological university. – 2016. – No. 10. – P. 125–139.

21. Smelyagin A.I. The theorem of change of kinetic energy of bodies and mechanical systems with several degrees of freedom // Science. Engineering. Technology (polytechnical bulletin). – Krasnodar : Publishing house – the South, 2016. – No. 3. – P. 26–34.

22. Smelyagin A.I. The major axioms, investigations and theorems of classical mechanics // Science. Engineering. Technology (polytechnical bulletin). – Krasnodar : Publishing house – the South, 2017. – No. 3. – P. 21–38.