

УДК 531.8

**ПРИМЕНЕНИЕ АНАЛОГОВ СКОРОСТЕЙ И УСКОРЕНИЙ
ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ДВИЖЕНИЙ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ
С ПОМОЩЬЮ НОВЫХ АКСИОМ И ТЕОРЕМ**

**THE USE OF ANALOGUES OF VELOCITIES AND ACCELERATIONS
FOR THE STUDY OF THE MOTIONS OF MECHANICAL SYSTEMS
WITH NEW AXIOMS AND THEOREMS**

Смелягин Анатолий Игоревич

доктор технических наук, профессор,
заведующий кафедрой теоретической механики,
Кубанский государственный
технологический университет
asmelyagin@yandex.ru

Smelyagin Anatoly Igorevich

Doctor of Technical Sciences,
Professor, Head of Department of
theoretical mechanics,
Kuban State University of Technology
asmelyagin@yandex.ru

Аннотация. Используя такие понятия как аналоги скоростей, ускорений и новые аксиомы, теоремы, проведено исследование подъема колесницы по наклонной плоскости. Результаты исследования показали эффективность нововведений и доказывают адекватность полученных ранее моделей реальным материальным механическим системам. Это позволяет рекомендовать предложенные подходы и новые аксиомы, принципы, следствия, теоремы механики к широкому практическому применению для исследования, как материальных тел, так и механических систем.

Annotation. Using concepts such as velocity analogues accelerations and new axioms, theorems studied lifting chariot on an inclined plane. The results showed innovation effectiveness and prove the adequacy of previously obtained models of real material mechanical systems. This allows us to recommend the proposed approaches and new axioms, principles, consequences, theorems of mechanics to a wide practical application for research as material bodies and mechanical systems.

Ключевые слова: движение, теорема, принцип, уравнение, следствие, сила, момент, энергия, соэнергия, аналог скорости, аналог ускорения, время, материальное тело, механическая система, механика, масса, момент инерции.

Keywords: movement, theorem, principle of the equation, consequently, the strength, the time, energy, soenergy, velocity analogue, analogue acceleration, time, the material body, mechanical system, mechanics, mass moment of inertia.

Введение

Основные положения механики о движении материальных объектов впервые вместе были сформулированы великим английским ученым И. Ньютоном в «Математических началах натуральной философии» [1]. Заметим, что современные трактовки законов Ньютона многообразны, хотя по смыслу и содержанию совершенно идентичны.

Анализ оригинальных и современных формулировок аксиом или законов движения И. Ньютона в [2, ..., 4] показал, что они:

- сформулированы только для абстрактных материальных объектов – материальной точки и системы материальных точек;
- первая и вторая традиционные аксиомы (законы) механики не являются ни законами, ни аксиомами, так как это следствия из других аксиом;
- второй и третий закон – это законы не о движении материальных тел, а это аксиомы о взаимодействии тел.

Следовательно, законы Ньютона корректно можно использовать только для исследования не существующих в природе объектов, а именно материальных точек.

В [5–13] сформулированы основные аксиомы, принципы и следствия и выведены теоремы, принципы и уравнения механики для реальных объектов природы – материальных тел, а так же показана эффективность и целесообразность применения новых аксиом, теорем и следствий из них для исследования движений материальных тел.

Рассмотрим практическое применение новых аксиом, теорем и следствий из них при исследовании движений механических систем.

Изучим, например, подъем по наклонной плоскости колесницы с помощью барабана (рис. 1).

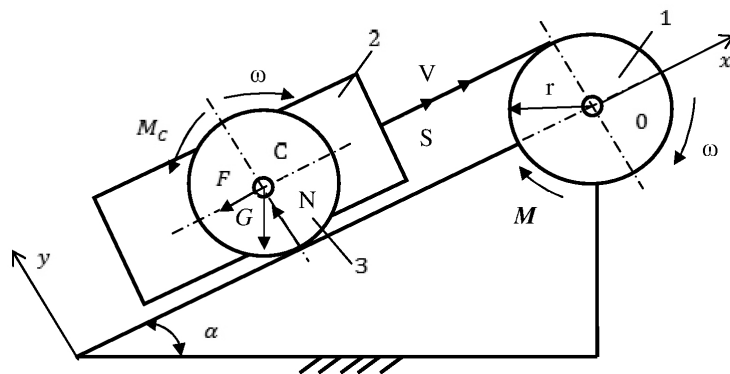


Рисунок 1 – Расчетная схема: 1 – барабан; 2 – кузов; 3 – колесо

При расчете колесницы считаем, что барабан 1 и колесо 2 имеют, соответственно, массы m_1 и m_2 , а их радиусы, с целью упрощения расчетов, равны между собой, то есть $r_1 = r_2 = r$, при этом барабан представляет собой однородный диск, а колесо – кольцо. Пусть на барабан действует постоянный движущий момент M , а на колесо колесницы – момент сопротивления качению M_c . Кузов колесницы 2 имеет массу m_3 .

Качение колесницы исследуем при следующих начальных условиях – $t = 0$, $V_0 = 0$, $S_0 = 0$, где V_0 и S_0 – начальная скорость и перемещение колесницы, соответственно.

Исследование движения колесницы проведем с помощью ранее выведенных и сформулированных аксиом и теорем [5–13] для реальных объектов природы. А именно, в данной работе для исследования движения колесницы применим теорему об изменении кинетической энергии и модифицированное уравнение Лагранжа II рода.

Теорема об изменении кинетической энергии

В [4] показано, что энергия является основным, первичным понятием определяющим движение и взаимодействие материальных объектов.

В [6] доказана теорема об изменении кинетической энергии материального тела, которая утверждает, что *изменение кинетической энергии тела при его перемещении равно работе сил и моментов сил, действующих на него на этом перемещении.*

То есть:

$$T - T_0 = A, \quad (1)$$

где $A = A_F + A_M$ – работа сил и моментов сил, действующих на механическую систему, на исследуемом перемещении; T и T_0 – кинетическая энергия исследуемой механической системы в конечном и начальном положении, соответственно.

При принятых начальных условиях $t = 0$, $V_0 = 0$, $S_0 = 0$ кинетическая энергия исследуемой механической системы в начальном положении равна нулю, то есть

$$T_0 = 0. \quad (2)$$

Кинетическая энергия колесницы в исследуемом положении определится как

$$T = T_1 + T_2 + T_3, \quad (3)$$

где T_1, T_2, T_3 – кинетические энергии, соответственно, барабана, кузова и колеса колесницы.

Найдем эти энергии.

Так как барабан вращается, то его кинетическая энергия будет

$$T_1 = \frac{I_1 \cdot \omega^2}{2}, \quad (4)$$

где I_1, ω – соответственно, момент инерции и угловая скорость барабана.

Примем, что барабан представляет собой однородный диск, то его момент инерции будет

$$I_1 = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot r^2. \quad (5)$$

Подставив (5) в (4), получим

$$T_1 = \frac{m_1 \cdot r^2 \cdot \omega^2}{4}. \quad (6)$$

Теперь найдем кинетическую энергию кузова колесницы. Так как кузов движется поступательно, то его кинетическая энергия определится

$$T_2 = \frac{m_2 \cdot V^2}{2}, \quad (7)$$

где V – скорость кузова колесницы.

Колесо колесницы совершает плоскопараллельное движение, следовательно, его кинетическая энергия будет

$$T_3 = T_{\text{п}} + T_{\text{в}}, \quad (8)$$

где $T_{\text{п}}, T_{\text{в}}$ – кинетическая энергия колеса при его поступательном и вращательном движении, соответственно.

Кинетическая энергия колеса, соответственно при поступательном и вращательном движении будет

$$T_{\text{п}} = \frac{m_3 \cdot V^2}{2}, \quad (9)$$

$$T_{\text{в}} = \frac{I_3 \cdot \omega^2}{2}, \quad (10)$$

где I_3 – момент инерции колеса.

$$I_3 = m_3 \cdot r^2. \quad (11)$$

Подставив (11) в (10), получим

$$T_{\text{в}} = \frac{m_3 \cdot r^2 \cdot \omega^2}{2}. \quad (12)$$

Подставив в (8), кинетические энергии (9) и (12), определим полную кинетическую энергию колеса

$$T_3 = \frac{m_3 \cdot V^2}{2} + \frac{m_3 \cdot r^2 \cdot \omega^2}{2}. \quad (13)$$

Подставив в (3), кинетические энергии барабана (6), кузова (7) и колеса (13), найдем кинетическую энергию колесницы

$$T = \frac{V^2}{2} \cdot \left[I_1 \cdot \left(\frac{\omega}{V} \right)^2 + m_2 + m_3 + I_3 \cdot \left(\frac{\omega}{V} \right)^2 \right]. \quad (14)$$

Установим, что представляет отношение $\frac{\omega}{V}$

$$\frac{\omega}{V} = \frac{\frac{d\varphi}{dt}}{\frac{dS}{dt}} = \frac{d\varphi}{dS}, \quad (15)$$

где φ, S – угол поворота колеса и перемещение корпуса тележки (обобщенная координата), соответственно.

В соответствии с [14] $\frac{d\varphi}{dS}$ – это аналог угловой скорости колеса. Следовательно, отношение угловой скорости колеса к скорости перемещения кузова тележки представляет собой аналог скорости.

Понятия *аналогов скоростей* и ускорений при кинематическом исследовании механизмов ввел Л.В. Ассур.

Аналогом скорости точки какого либо звена механизма является первая производная радиуса-вектора этой точки по обобщенной координате механизма.

Аналоги скоростей и ускорений часто применяются при кинематическом и динамическом анализе механизмов, когда предварительно нельзя определить скорости и ускорения исследуемых точек и звеньев.

Так как *аналоги скоростей* и ускорений зависят только от обобщенных координат и не зависят от времени, то кинематическое исследование механизмов проводится геометрическим путем [15, 16].

Аналог скорости, в общем-то, не очень корректное определение. Правильнее будет значение $\frac{d\varphi}{dS}$ определять как мгновенная геометрическая скорость изменения исследуемой точки тела механической системы относительно обобщенной координаты.

Важно то, что это понятие позволяет раскрыть динамику механических систем без такого понятия как время.

Найдем аналог угловой скорости для исследуемой колесницы.

Из геометрии известно, что угол поворота колеса и перемещение его центра связаны между собой следующим соотношением

$$S = r \cdot \varphi. \quad (16)$$

Продифференцировав (16), получим

$$dS = r \cdot d\varphi. \quad (17)$$

Тогда из (17) аналог угловой скорости определится

$$\frac{d\varphi}{dS} = \frac{1}{r}. \quad (18)$$

Подставим (18) в (14), в результате получим

$$T = \frac{V^2}{2} \cdot \left[l_1 \cdot \frac{1}{r^2} + m_2 + m_3 + l_3 \cdot \frac{1}{r^2} \right]. \quad (19)$$

С учётом (5) и (11) кинетическая энергия колесницы (19) примет вид

$$T = \frac{V^2}{2} \cdot \left(\frac{1}{2} m_1 + m_2 + 2m_3 \right). \quad (20)$$

Введем обозначение

$$m_{\text{пр}} = \frac{1}{2} m_1 + m_2 + 2m_3, \quad (21)$$

где $m_{\text{пр}}$ – приведенная масса колесницы.

С учетом (21), кинетическая энергия колесницы будет

$$T = \frac{m_{\text{пр}} \cdot V^2}{2}. \quad (22)$$

Определим работу, действующих на колесницу сил и моментов сил. На колесницу (рис. 1) действуют силы тяжести кузова и колеса G , движущий M и сопротивления M_c моменты. Следовательно, работа A определится

$$A = A_1 + A_2 + A_3, \quad (23)$$

где A_1, A_2, A_3 – работы движущего момента, сил тяжести кузова и колеса и момента сопротивления, соответственно.

Работа момента, приводящего барабан во вращение, определится

$$A_1 = M \cdot \varphi_1, \quad (24)$$

где $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi$ – угол поворота барабана и колеса.

С учетом (16), работа движущего момента определится

$$A_1 = M \cdot \frac{S}{r}. \quad (25)$$

Сила тяжести G , действующая на колесницу, определится как

$$G = (m_2 + m_3) \cdot g, \quad (26)$$

где g – ускорение свободного падения.

Разложим силу тяжести на две составляющие – нормальную силу N и силу, препятствующую перемещению тележки, F . Найдем эти силы:

$$F = (m_2 + m_3) \cdot g \cdot \sin \alpha, \quad (27)$$

$$N = (m_2 + m_3) \cdot g \cdot \cos \alpha. \quad (28)$$

Момент сопротивления M_c , определится

$$M_c = \mu \cdot N, \quad (29)$$

где μ – коэффициент трения качения.

С учетом (28), момент сопротивления M_c будет

$$M_c = \mu \cdot (m_2 + m_3) \cdot g \cdot \cos \alpha. \quad (29)$$

Работа сил тяжести кузова и колеса A_2 определится

$$A_2 = -F \cdot S. \quad (30)$$

С учетом (27), работа сил тяжести A_2 будет

$$A_2 = -(m_2 + m_3) \cdot S \cdot g \cdot \sin \alpha. \quad (31)$$

Работа момента сопротивления качению колеса A_3 определится

$$A_3 = -M_c \cdot \varphi_3. \quad (32)$$

С учетом (17) и (29), работа момента сопротивления A_3 будет

$$A_3 = -\mu \cdot (m_2 + m_3) \cdot \frac{S}{r} \cdot g \cdot \cos \alpha. \quad (33)$$

Подставив (25), (31) и (33) в (23), найдем работу, действующих на колесницу сил и моментов сил

$$A = S \cdot \left[\frac{M}{r} - (m_2 + m_3) \cdot g \cdot \left(\sin \alpha + \frac{\mu}{r} \cdot \cos \alpha \right) \right]. \quad (34)$$

Так как выражение, стоящее в квадратных скобках (34) постоянно по величине, то обозначим его B .

$$B = \frac{M}{r} - (m_2 + m_3) \cdot g \cdot \left(\sin \alpha + \frac{\mu}{r} \cdot \cos \alpha \right). \quad (35)$$

С учетом (35), работа, действующих на колесницу сил и моментов сил определится

$$A = B \cdot S. \quad (36)$$

Для исследования движения колесницы, подставим (2), (22), и (36) в (1), в результате получим

$$\frac{m_{\text{пр}} \cdot V^2}{2} = B \cdot S. \quad (37)$$

Из (37) найдем скорость подъема колесницы

$$V = \sqrt{\frac{2B}{m_{\text{пр}}} \cdot S}. \quad (38)$$

Представим (38) в виде

$$\frac{dS}{dt} = \sqrt{\frac{2B}{m_{\text{пр}}} \cdot S}. \quad (39)$$

После интегрирования (39), найдем закон движения колесницы

$$S = \frac{B}{2m_{\text{пр}}} \cdot t^2 + C, \quad (40)$$

где C – постоянная интегрирования.

При принятых начальных условиях, что при $t = 0$, $V_0 = 0$, $S_0 = 0$

$$C = 0. \quad (41)$$

С учетом (41), закон движения колесницы (40) примет вид

$$S = \frac{B}{2m_{\text{пр}}} \cdot t^2. \quad (42)$$

Подставив (42) в (38), найдем скорость колесницы.

$$V = \frac{B}{m_{\text{пр}}} \cdot t. \quad (43)$$

Итак, скорость и закон движения колесницы определены.

Для определения закона движения колеса и барабана подставим (42), в (16) результате получим

$$\varphi = \frac{B}{2 \cdot r \cdot m_{\text{пр}}} \cdot t^2. \quad (44)$$

Так как линейная и угловая скорости барабана связаны между собой следующим соотношением

$$V = \omega \cdot r, \quad (45)$$

то угловая скорость колеса и барабана, с учетом (43) определится

$$\omega = \frac{B}{r \cdot m_{\text{пр}}} \cdot t. \quad (46)$$

Итак, скорости и законы движения всех звеньев колесницы определены.

Модифицированное уравнение Лагранжа II рода

Для частного случая движения механической системы, когда $m = \text{const}$, $l = \text{const}$ и при скоростях тел, не зависящих от обобщенных координат, в [6] были получены уравнения, которые имеют следующий вид

$$m_{\text{пр}i} \cdot u_i = Q_i, \quad (47)$$

где $m_{\text{пр}i}$ – приведенная масса i -го тела; Q_i – обобщенная сила; u_i – соответствующее движению ускорение; $u_i = a$ и $u_i = \varepsilon$ при поступательном и вращательном движении, соответственно.

Применим (47) для исследования механических систем. Так как для рассматриваемой колесницы $m_{\text{пр}} = \text{const}$ (см. (21)), то, воспользуемся модифицированным уравнением Лагранжа для исследования качения колесницы по наклонной плоскости (рис. 1).

Найдем скорость и перемещение кузова колесницы. Так как кузов колесницы совершает поступательное движение, то, в соответствии с (47), его движение будет описываться уравнением

$$m_{\text{пр}} \cdot a = Q, \quad (48)$$

где $m_{\text{пр}}$ – приведенная масса колеса; $a = \frac{dV}{dt}$ – ускорение кузова; $Q = \frac{\delta A}{\delta S}$ – обобщенная сила; δS – виртуальное перемещение; δA – работа сил и моментов сил, действующих на колесницу, на виртуальном перемещении.

Представим (48) в виде

$$m_{\text{пр}} \cdot \frac{dV}{dt} = Q. \quad (49)$$

Для определения обобщенной силы, сообщим колеснице виртуальные перемещения (на рис. 1 виртуальные перемещения не показаны).

Работа колесницы на виртуальном перемещении в соответствии с (34) определится

$$\delta A = \left[\frac{M}{r} - (m_2 + m_3) \cdot g \cdot \left(\sin \alpha + \frac{\mu}{r} \cdot \cos \alpha \right) \right] \cdot \delta S. \quad (50)$$

Обобщенная сила Q с учетом (50) будет

$$Q = \frac{M}{r} - (m_2 + m_3) \cdot g \cdot \left(\sin \alpha + \frac{\mu}{r} \cdot \cos \alpha \right). \quad (51)$$

С учетом (35) обобщенная сила определится

$$Q = B. \quad (52)$$

Подставив (52) в (49), получим дифференциальное уравнение движения кузова колесницы

$$m_{\text{пр}} \cdot \frac{dV}{dt} = B. \quad (53)$$

Разделив переменные и проинтегрировав (53), найдем, соответственно, скорость и закон движения кузова колесницы

$$V = \frac{B}{m_{\text{пр}}} \cdot t + C_1, \quad (54)$$

$$S = \frac{B}{2m_{\text{пр}}} \cdot t^2 + C_1 \cdot t + C_2, \quad (55)$$

где C_1, C_2 – постоянные интегрирования.

При принятых начальных условиях, что при $t = 0, V_0 = 0, S_0 = 0$

$$C_1 = 0, \quad (56)$$

$$C_2 = 0. \quad (57)$$

С учетом (56) и (57), скорость и закон движения кузова колесницы, соответственно, определяются

$$V = \frac{B}{m_{\text{пр}}} \cdot t, \quad (58)$$

$$S = \frac{B}{2m_{\text{пр}}} \cdot t^2. \quad (59)$$

Видно, что скорости и законы движения перемещающейся по наклонной плоскости колесницы, найденные с помощью теоремы об изменении кинетической энергии (42), (43) и с помощью модифицированного уравнения Лагранжа II рода (58), (59) полностью совпадают между собой. Это свидетельствует о правильности следствий и теорем, полученных в [5] и [6].

Сравнивая между собой скорости и законы движения перемещающейся по наклонной плоскости колесницы, найденные в [13] и настоящей работе видно, что они полностью эквивалентны. Это свидетельствует о возможности исследования механических систем с помощью таких понятий как аналоги скоростей и ускорений.

Выводы

Применение понятий аналогов скоростей и ускорений, введенных ранее Л.В. Ассуром для исследования механизмов, можно успешно применять и как для изучения законов движения материальных объектов природы, так и для исследования механических систем.

Литература:

1. Ньютон Исаак. Математические начала натуральной философии. – М. : Наука, 1989. – 688 с.
2. Смелягин А.И. Объекты, для которых сформулированы аксиомы или законы классической механики // Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). – 2014. – № 1. – С. 21–25.
3. Смелягин А.И. Аксиомы или законы движения сформулировал И. Ньютон // Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). – 2014. – № 2. – С. 11–16.
4. Смелягин А.И. Основные, первичные понятия механики // Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). – 2014. – № 2. – С. 17–26.
5. Смелягин А.И. Аксиомы движения материальных тел // Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). – 2014. – № 3. – С. 19–34.
6. Смелягин А.И. Теоремы, принципы и уравнения механики // Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). – 2014. – № 4. – С. 21–29.
7. Смелягин А.И. Применение новых аксиом и следствий из них для исследования движений материальных тел // Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). – 2015. – № 1. – С. 19–27.
8. Смелягин А.И. О необоснованности применения законов Ньютона для исследования динамики машин или современные аксиомы движения материальных тел и следствия из них // Проблемы механики современных машин : материалы VI международной конференции. Отв. ред. В.С. Балбаров. – 2015. – С. 344–350.
9. Смелягин А.И. Современные аксиомы движения материальных тел и следствия из них // XI Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики : Сборник докладов. Сост.: Д.Ю. Ахметов, А.Н. Герасимов, Ш.М. Хайдаров; Отв. ред. : Д.А. Губайдуллин, А.И. Елизаров, Е.К. Липачев. – 2015. – С. 3500–3502.
10. Смелягин А.И. Современные аксиомы и следствия из них для исследования динамики машин // Инновации в машиностроении (ИНМАШ-2015) сборник трудов VII Международной научно-практической конференции. Кузбасский государственный технический университет имени Т.Ф. Горбачева, Алтайский государственный технический университет им. И.И. Ползунова, Новосибирский государственный технический университет, Бийский технологический институт, МИП Техмаш; под ред. Блюменштейна В.Ю. Баканова А.А. Останина О.А. – 2015. – С. 526–529.
11. Смелягин А.И. Применение новых аксиом и следствий для исследования движений механических систем // Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). – 2015. – № 2. – С. 19–26.
12. Смелягин А.И. Применение новых аксиом и следствий для исследования механических систем вращательного движения // Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). – 2015. – № 3. – С. 19–27.

13. Смелягин А.И. Применение новых аксиом и следствий для исследования движения колесницы // Научные труды Кубанского государственного технологического университета. – 2015. – № 10. – С. 47–62.

14. Смелягин А.И. Теория механизмов и машин. Курсовое проектирование. – М. : ИНФРА-М, 2006. – 263 с.

15. Смелягин А.И., Приходько А.А. Кинематический анализ сложного исполнительного механизма возвратно-вращательного перемешивающего устройства // Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). – 2014. – № 4. – С. 79–86.

16. Prikhodko A.A., Smelyagin A.I. Kinematic analysis of mechanism for converting rotational motion into reciprocating rotational motion // Procedia Engineering. – 2015. – V. 129. – P. 87–92.

References:

1. Newton Isaak. Mathematical beginnings of natural philosophy. – M. : Science, 1989. – 688 p.

2. Smelyagin A.I. Objects for which axioms or laws of classical mechanics // Science. Engineering. Technology (polytechnical bulletin). – 2014. – No. 1. – P. 21–25.

3. Smelyagin A.I. Axioms or laws of movement were formulated by I. Nyyuton // Science. Engineering. Technology (polytechnical bulletin). – 2014. – No. 2. – P. 11–16.

4. Smelyagin A.I. Basic, primary concepts of mechanics // Science. Engineering. Technology (polytechnical bulletin). – 2014. – No. 2. – P. 17–26.

5. Smelyagin A.I. Axioms of movement of material bodies // Science. Engineering. Technology (polytechnical bulletin). – 2014. – No. 3. – P. 19–34.

6. Smelyagin A.I. Theorems, principles and equations of mechanics // Science. Engineering. Technology (polytechnical bulletin). – 2014. – No. 4. – P. 21–29.

7. Smelyagin A.I. Application of new axioms and consequences from them for research of movements of material bodies // Science. Engineering. Technology (polytechnical bulletin). – 2015. – No. 1. – P. 19–27.

8. Smelyagin A.I. About groundlessness of application of laws of Newton for research of dynamics of machines or modern axioms of movement of material bodies and a consequence from them // Problems of mechanics of modern machines : materials VI of the international conference. – 2015. – P. 344–350.

9. Smelyagin A.I. Modern axioms of movement of material bodies and a consequence from them // XI All-Russian congress on fundamental problems of theoretical and applied mechanics: Collection of reports. – 2015. – P. 3500–3502.

10. Smelyagin A.I. Modern axioms and consequences from them for research of dynamics of machines // Innovations in mechanical engineering (INMASH-2015) the collection of works VII of the International scientific and practical conference. Kuzbass state technical university of name T.F. Gorbachev, Altai state technical university of I.I. Polzunov, Novosibirsk state technical university, Biysk institute of technology, MIP Tekhmash; under the editorship of Blyumenstein V.Yu., Bakanov A.A., Ostanin O.A. – 2015. – P. 526–529.

11. Smelyagin A.I. Application of new axioms and consequences for research of movements of mechanical systems // Science. Engineering. Technology (polytechnical bulletin). – 2015. – No. 2. – P. 19–26.

12. Smelyagin A.I. Application of new axioms and consequences for research of mechanical systems of a rotary motion // Science. Engineering. Technology (polytechnical bulletin). – 2015. – No. 3. – P. 19–27.

13. Smelyagin A.I. Application of new axioms and consequences for research of movement of the chariot // Scientific works of the Kuban state technological university. – 2015. – No. 10. – P. 47–62.

14. Smelyagin A.I. Theory of mechanisms and machines. Course designing. – M. : INFRA-M, 2006. – 263 p.

15. Smelyagin A.I., Prikhodko A.A. Kinematicheskyy the analysis of the difficult executive mechanism of the returnable and rotary mixing device // Science. Engineering. Technology (polytechnical bulletin). – 2014. – No. 4. – P. 79–86.

16. Prikhodko A.A., Smelyagin A.I. Kinematic analysis of mechanism for converting rotational motion into reciprocating rotational motion // Procedia Engineering. – 2015. – V. 129. – P. 87–92.