

УДК 532(075.8)

РАСЧЕТ ТРАЕКТОРИИ ДВИЖЕНИЯ И ВРЕМЕНИ ЖИЗНИ ГОРЯЩЕЙ КАПЛИ С АКУСТИЧЕСКИМ ПОТОКОМ ГАЗА В ТРУБКЕ

CALCULATION OF THE TRAJECTORIES AND LIFETIMES OF BURNING DROPLETS WITH ACOUSTIC FLOW-GAS IN THE TUBE

Попкова Оксана Сергеевна

кандидат технических наук,
доцент кафедры Теоретические основы
теплотехники,
Казанский государственный
энергетический университет
Тел: +7(432) 51-94-258, +7(953) 40-50-225
tot_kgeu@mail.ru

Шаймухаметова Альбина Шамилевна

магистр 2 курса,
Казанский государственный
энергетический университет
Тел: +7(432) 51-94-258, +7(905) 02-15-683
Albina-bina@bk.ru

Аннотация. Приводится теоретическое исследование движения жидкой капли в длинной цилиндрической трубке, в которой возбуждаются периодические акустические колебания столба газа (трубка Рийке). Модель процесса учитывает аэродинамическое взаимодействие капли с газовым потоком, а также взаимосвязанные процессы испарения и горения. В качестве примера рассматриваются капли этилового спирта, которые реагируют с кислородом воздуха. Исследованы влияния начальных значений диаметра капли, ее положения и скорости на время «жизни» капли, на длину факела. Построены зависимости текущего значения числа Рейнольдса и скорости выделения теплоты от времени. Приведенная методика позволяет подобрать такие значения геометрических и термодинамических параметров трубки Рийке, которые были бы оптимальны для рабочего процесса горения жидкого топлива.

Ключевые слова: трубка Рийке, теплоподвод, время жизни капли, траектория движения.

Popkova Oksana Sergeevna

Ph.D, Candidate of Technical Sciences,
Kazan State Power Engineering University
Ph.: +7(432) 51-94-258,
+7(953) 40-50-225
tot_kgeu@mail.ru

Shaimuhametova Albina Shamilevna

student,
Kazan State Power Engineering University
Ph.: +7(432) 51-94-258,
+7(905) 02-15-683
Albina-bina@bk.ru

Annotation. We present a theoretical study of the motion of a liquid drop in a long cylindrical tube in which the excited periodic acoustic oscillations of the gas column (Rijke tube). The process model takes into account the aerodynamic interaction of droplets with the gas flow, as well as the interrelated processes of evaporation and combustion. As an example, we consider a drop of ethanol, which react with atmospheric oxygen. The influence of initial values of the diameter of the droplet, its position and velocity at the time of «life» of the drop, the length of the plume was investigated. The dependences of the current value of the Reynolds number and the heat release rate upon the time were received. The above method allows to select such values of the geometric and thermodynamic parameters Rijke tube, which would be optimal for the working process of burning liquid fuels.

Keywords: Rijke tube, heat supply, the lifetime of the drops, the trajectory.

Рассматривается цилиндрическая трубка длины L , диаметра d , причем $d \ll L$. Ось трубки $O\xi$ наклонена к горизонту под углом α . В сечении $\xi = 1$ имеется теплоподвод шириной δ (трубка Рийке). Схема трубки и положение капли представлены на рисунке 1. Концы трубки остаются открытыми, давление на входе и выходе полагаются постоянными. Аналогичная задача рассматривается в работе [1].

Тепловой источник ширины δ является акустическим препятствием, делящим течение на две зоны. Индексами 1 и 2 на (рис. 1) отмечены «холодная» и «горячая» зоны области.

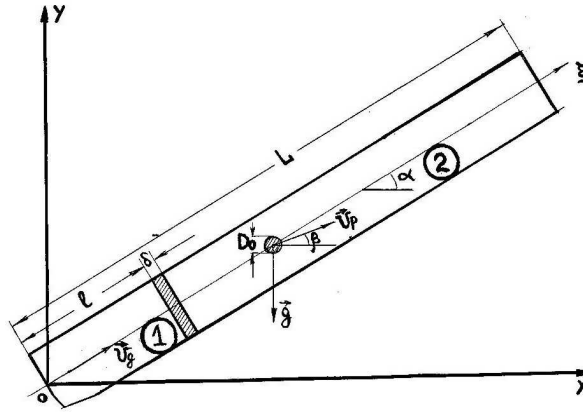


Рисунок 1 — Схема трубки Рийке

Полагаем, что движение газа описывается в акустическом приближении. Переменные p и ρ представляются в виде суммы средних значений и малых возмущений: $p = \bar{p} + p'$, $\rho = \bar{\rho} + \rho'$, $|\vec{v}_g| \ll c$. Течения газа в каждой из зон удовлетворяют волновым уравнениям

$$\frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial t^2} - c_i^2 \frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial \xi^2} = 0, \quad (i = 1, 2). \quad (1)$$

Граничные условия на концах трубки имеют вид

$$\bar{\rho}_1 \frac{\partial \Phi_1}{\partial t} \Big|_{\xi=0} = 0, \quad \bar{\rho}_2 \frac{\partial \Phi_2}{\partial t} \Big|_{\xi=L} = 0. \quad (2)$$

Начальные значения потенциалов скоростей в первой и второй зонах считаем нулевыми

$$\Phi_i(\xi, 0) = 0, \quad (i = 1, 2). \quad (3)$$

Решение $\Phi_1(\xi, t)$ и $\Phi_2(\xi, t)$ слева и справа от теплового источника стыкуются условиями

$$\bar{\rho}_1 \frac{\partial \Phi_1}{\partial t} \Big|_{\xi=l} = \chi \bar{\rho}_2 \frac{\partial \Phi_2}{\partial t} \Big|_{\xi=l+\delta}, \quad (4)$$

$$\bar{\rho}_1 \frac{\partial \Phi_1}{\partial \xi} \Big|_{\xi=l} = \frac{\bar{\rho}_2}{1+\eta} \frac{\partial \Phi_2}{\partial \xi} \Big|_{\xi=l+\delta}. \quad (5)$$

Множитель χ — коэффициент демпфирования, $0 < \chi < 1$. Условия (4) и (5) отражают законы сохранения массы и импульса при прохождении теплового источника. Коэффициент η отражает дополнительный приток массы газа в сечении $\xi = l + \delta$. В акустическом приближении предполагается, что в «холодной» и «горячей» зонах справедливы уравнения состояния для идеального газа. Условия стыковки будут выполнены только в том случае, если волновые числа $k_{1,n}$ и $k_{2,n}$ в отдельных подобластях связаны соотношениями

$$k_{1,n} \cdot c_1 = k_{2,n} \cdot c_2 = f_n \cdot 2\pi$$

где f_n — частота собственных колебаний. Отношение скоростей звука в холодной и горячей областях выражается через температуры. В соответствии с (4) и (5) волновое число k_2 определяется из решения нелинейного уравнения

$$\sqrt{\frac{T_1}{T_2}} \frac{\operatorname{tg}(l/L \sqrt{T_2/T_1} k_2 L)}{\sqrt{T_2} \operatorname{tg}(((l+\delta)/L - 1) k_2 L)} = \frac{\chi}{1+\eta}. \quad (6)$$

Решения уравнения (1) с учетом начальных и граничных условий (2)–(5) для возмущенных значений скорости и давления для «горячей» зоны имеют вид

$$v'_2(\xi, t) = \frac{p_{\max, L/2}}{\bar{p}_2 c_2 \sin\left(\frac{k_2 L}{2}\right)} \cos[k_2(L - \xi)] \sin(k_2 c_2 t)$$

$$p'_2(\xi, t) = \frac{p_{\max, L/2}}{\sin\left(\frac{k_2 L}{2}\right)} \sin[k_2(L - \xi)] \cos(k_2 c_2 t).$$

Объемное содержание реагирующих капель в газе полагается малым, воздействием со стороны капли на газ пренебрегается. В данной модели учитываются силы аэродинамического взаимодействия капли с пульсирующим потоком газа и сила тяжести капли. В проекции на неподвижные оси координат уравнения движения капли имеют вид [2, 3]

$$\frac{dv_{p,x}}{dt} = \frac{A_p}{D^2} \cdot (1 + 0,15 Re^{0,687}) [v_g \cos \alpha - v_{p,x}], \quad (7)$$

$$\frac{dv_{p,y}}{dt} = \frac{A_p}{D^2} \cdot (1 + 0,15 Re^{0,687}) [v_g \sin \alpha - v_{p,y}] - g, \quad (8)$$

где

$$A_p = \frac{9\mu_g}{(1+B)\pi\rho_p}; \quad B = \frac{\Delta H_f Y_{0,\infty} + c_g(T_\infty - T_B)}{h_L + c_p(T_B - T_R)};$$

$$v_g = v_m + v' \sin \omega t; \quad D^2 = D_0^2 - \lambda \cdot t$$

$$\lambda = \lambda_0 (1 + 0,276 Re^{1/2} Pr^{1/3}); \quad \lambda_0 = (\rho_g / \rho_p) 8 a_g \ln(1+B);$$

$$Re = \rho_g |v_g - v_p| D / \mu_g; \quad Pr = \mu_g c_g / k_g; \quad Sc = \mu_g / (\rho_g D_{12})$$

$$|\vec{v}_g - \vec{v}_p| = \left\{ (v_g \cos \alpha - v_{p,x})^2 + (v_g \sin \alpha - v_{p,y})^2 \right\}^{1/2}$$

В газе происходит прогрев и испарение расплывшихся капель. Размеры капли в процессе испарения медленно уменьшаются. Изменение радиуса капли определяется из уравнения сохранения потока массы капли m_p [3, 4]

$$\frac{dm_p}{dt} = -\dot{m}. \quad (9)$$

Скорость испарения жидких капель \dot{m} находится в результате интегрирования уравнения стэфановского потока по толщине диффузионного слоя

$$\dot{m} = 2\pi r (\rho D)_{air} Sh_d \ln(1+B_d),$$

$$B_d = (Y_1^* - Y_1) / (1 - Y_1^*).$$

Через Y_1 и Y_1^* обозначены концентрации паров жидкого топлива вдали от поверхности и ее значение на поверхности капли. Скорость изменения температуры капли T_d запишется через изменение баланса энергии

$$\rho_p \frac{4}{3} \pi r^3 C_1 \dot{T}_d - \rho_p 4\pi r^2 R h_L (T_d) = 4\pi r^2 Q_d.$$

Первое слагаемое в левой части дает приток теплоты к капле за счет изменения температуры, второе слагаемое учитывает изменение теплоты за счет испарения. Че-

рез $h_L(T_d)$ обозначена величина скрытой теплоты парообразования. Теплота, передаваемая капле от газа, представляется в виде [2]

$$Q = \frac{K_{air}(\hat{T})(T - T_d)}{2r} Nu_d. \quad (10)$$

Коэффициент теплопроводности воздушной смеси

$$K_{air}(\hat{T}) = K_1 \hat{T}^{3/2} / (\hat{T} + K_2),$$

где $\hat{T} = (T + 2T_d)/3$, а K_1 и K_2 — заданные константы. Число Нуссельта Nu_d , характеризующее отношение характерного размера частицы к толщине температурного пограничного слоя с учетом явления испарения, имеет вид

$$Nu_d = (2 + 0,6Re^{1/2}Pr_d^{1/3}) \ln(1 + B_d) / B_d,$$

где введено число Прандтля

$$Pr_d = \mu_{air}(\hat{T}_d) c_p(\hat{T}) / K_{air}(\hat{T}).$$

Скрытая теплота парообразования находится из допущения, что плотность капель жидкости постоянна.

Подведенная к капле энергия контролируется значением циклического интеграл Релея

$$\oint Qp' dt. \quad (11)$$

Система уравнений движения капли (7), (8) совместно с уравнением испарения капли (9) решались численно методом конечных разностей. Интеграл Релея (11) вычисляется методом трапеций.

Ниже приводятся результаты расчетов для случая горения капель этилового спирта в кислороде воздуха. Приведем конкретные значения геометрических и термодинамических параметров: $L = 2,74$ м, $l = 0,685$ м, $\delta = 0,2$ м, $f_e = 0,5204$, $T_B = 351,5$ К, $T_\infty = 293$ К, $T_R = 293$ К, $\rho_g = 1,29$ г/м³, $\alpha = 45^\circ$, $\mu_g = 0,443 \cdot 10^{-4}$, $k_g = 0,0691$ Дж/(мК), $M_g = 29$ кг/кмоль, $\gamma = 1,4$, $R = 8314$ Дж/(кмоль·К), $\alpha_g = 5 \cdot 10^{-5}$ м³/с, $\beta = 45^\circ$, $g = 9,8$ м/с², $\Delta H = 26,8 \cdot 10^6$ Дж/кг, $Y_{0,x} = 0,295$, $c_g = 115$ Дж/(кг·К), $c_p = 2333$ Дж/(кг·К), $h_L = 837360$ Дж/кг, $\rho_p = 790$ кг/м³.

При заданных геометрических параметрах и $\chi = 0,05$, $\eta = 0,3$ и замеренных значениях $\bar{T}_1 = 293$ К, $\bar{T}_2 = 1025$ К, значения $k_2 = 0,8661$ м⁻¹ получается из решения уравнения (6), а из уравнения состояния $p_{max, l/2} = 2521$ Па.

Важное значение для организации процесса горения играет анализ движения капли в цилиндрической трубе. Касание стенок трубки каплей замедляет процесс горения. На рисунке 2 представлены траектории капли в плоскости XOY. На каплю постоянно действует сила тяжести. Поэтому даже при нулевом значении начальной скорости капля достигает стенки трубки.

Для модуля начальной скорости $|\vec{v}_{p,0}| = 1$ м/с и $\beta = 0$ капля задевает стенки цилиндра. Если при этой же начальной скорости угол $\beta \geq 36^\circ$, то капля не достигает твердых стенок области. Приведенный анализ позволяет для заданной форсунки подобрать оптимальный угол ее наклона к оси трубки $O\xi$.

Из рисунка 3 можно судить о времени жизни капли $D_0 = 700$ мкм в зависимости от разных значений начальной скорости. Увеличение $|\vec{v}_{p,0}|$ интенсифицирует взаимодействие капли с потоком и сокращает время ее жизни.

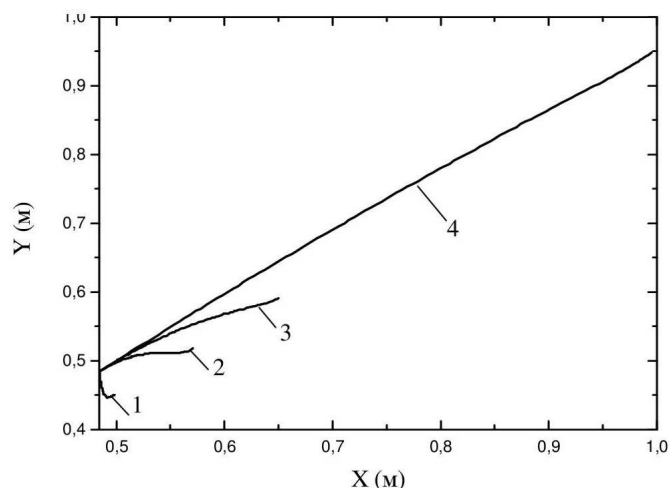


Рисунок 2 — Траектория движения капли ($\alpha = \beta = 450$, $x_{p,0} = y_{p,0} = 0,484$ м):
 1 — $v_{p,0} = 0$ м/с; 2 — $v_{p,0} = 1$ м/с; 3 — $v_{p,0} = 2$ м/с; 4 — $v_{p,0} = 7$ м/с

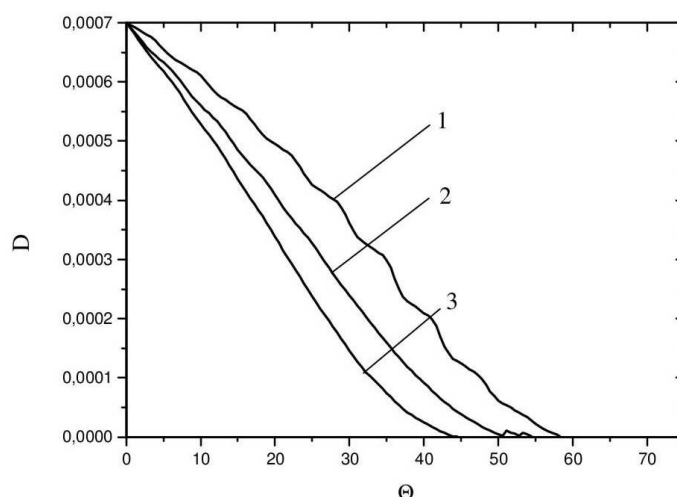


Рисунок 3 — Изменение диаметра капли от безразмерного времени:
 1 — $v_{p,0} = 0$ м/с; 2 — $v_{p,0} = 10$ м/с; 3 — $v_{p,0} = 15$ м/с

В заключение отметим, что приведенная методика позволяет подобрать такие значения геометрических и термодинамических параметров трубки Рийке, которые были бы оптимальны для организации рабочего процесса горения жидкого топлива.

Литература:

1. Carvalho J.A., Mcquay M.Q. and Gotac P.R. The Interaction of Liquid Reacting Droplets with the Pulsating flow in a Rijke-Tube Combustor. *Combustion and Flame*. 108: 87–103, 1997.
2. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. – М. : Наука, Т. 1, 1987. С. 464.
3. Вильямс Ф.А. Теория горения. – М. : Наука, 1971.
4. Зверев И.Н., Смирнов Н.Н. Газодинамика горения. – М. : Изд-во Моск. ун-та, 1987. 308 с.

References:

1. Carvalho J.A., Mcquay M.Q. and Gotac P.R. The Interaction of Liquid Reacting Droplets with the Pulsating flow in a Rijke-Tube Combustor. *Combustion and Flame*. 108: 87–103, 1997.
2. Nigmatulin R.I. Dynamics of multiphase media. – М. : Science, Vol. 1, 1987. P. 464.
3. Vilyams F.A. Theory gorennya. – М. : Nauka, 1971.
4. Zverev I.N., Smirnov N.N. Gas dynamics of combustion. – М. : Moscow Univ., 1987. 308 p.