УДК 517.958:532

К ВОПРОСУ О ФИЛЬТРАЦИИ ВЯЗКОПЛАСТИЧНОЙ ЖИДКОСТИ В ТРЕЩИНОВАТЫХ ПОРИСТЫХ СРЕДАХ

♦♦♦♦♦

TO THE QUESTION OF FILTRATION OF VISCOPLASTIC FLUID IN FRACTURED POROUS ROCKS

Тихонов Евгений Владимирович
технический директор отдела буровых растворов
ООО «БУРСЕРВИС»
evgeny.tikhonovv@yandex.ru

Аннотация. Для решения прикладных задач нефтегазовой отрасли большой интерес представляет анализ фильтрационного течения вязкопластичных жидкостей в пористых и трещиноватых коллекторах, так как буровые растворы и аномальные нефти часто проявляют вязкопластичные свойства. Для коллекторов углеводородного сырья с изотропными фильтрационными свойствами течения вязкопластичных жидкостей описываются законом фильтрации с предельным (начальным) градиентом и достаточно хорошо изучены. Однако реальные пористые среды, как правило, обладают анизотропией фильтрационных свойств, первичный анализ которой проще и наглядней произвести в предельно-анизотропной среде. В статье дан анализ законов фильтрации вязкопластичных жидкостей в предельно-анизотропной среде, моделирующей трещиноватый коллектор, образованной одной системой трещин.

Ключевые слова: течение вязкопластичных жидкостей; анализ фильтрационного течения вязкопластичных жидкостей в пористых и трещиноватых коллекторах; изотропные фильтрационные свойства течения вязкопластичных жидкостей; закон фильтрации с предельным (начальным) градиентом; анизотропия фильтрационных свойств; закон фильтрации вязкопластичных жидкостей в идеальном трещиноватом грунте; коэффициент подвижности при приложении воздействия.

Tikhonov Evgeny Vladimirovich
Technical Director
of the Drilling Fluids Department
of «BURSERVICE» LLC
evgeny.tikhonovv@yandex.ru

Annotation. For solving applied problems of the oil and gas industry, the analysis of the filtration flow of viscoplastic fluids in porous and fractured reservoirs is of great interest, since drilling muds and abnormal oils often exhibit viscoplastic properties. For hydrocarbon reservoirs with isotropic filtration properties, the flows of viscoplastic fluids are described by the filtration law with a limiting (initial) gradient and have been studied quite well. However, real porous media, as a rule, have anisotropy of filtration properties, the primary analysis of which is simpler and more visually performed in a highly anisotropic medium. The article provides an analysis of the filtration laws of viscoplastic fluids in a highly anisotropic medium simulating a fractured reservoir formed by one system of cracks.

Keywords: flow of viscoplastic fluids; analysis of filtration flow of viscoplastic fluids in porous and fractured reservoirs; isotropic filtration properties of viscoplastic fluid flow; filtration law with a limiting (initial) gradient; anisotropy of filtration properties; filtration law of viscoplastic fluids in ideal fractured soil; mobility coefficient when applying an impact.

Буровые растворы и аномальные нефти часто проявляют вязкопластичные свойства. Поэтому для решения прикладных задач нефтегазовой отрасли большой интерес представляет анализ фильтрационного течения вязкопластичных жидкостей в пористых и трещиноватых коллекторах. Для коллекторов углеводородного сырья с изотропными фильтрационными свойствами течения вязкопластичных жидкостей описываются законом фильтрации с предельным (начальным) градиентом и достаточно хорошо изучены. Однако реальные пористые среды, как правило, обладают анизотропией фильтрационных свойств, первичный анализ которой проще и наглядней произвести в предельно-анизотропной среде. В статье дан анализ законов фильтрации вязкопластичных жидкостей в предельно-анизотропной среде, моделирующей трещиноватый коллектор, образованной одной системой трещин.

Для количественного описания фильтрационного течения вязкопластичных жидкостей воспользуемся стандартной идеализированной моделью, в которой коллектор представляется в виде одной системы трещин, которые в свою очередь представляются в виде плоской трубы (щели), образованной двумя параллельными плоскостями, уложенными с постоянным периодом. Каждую систему (трещин) наделим раскрытостью b (расстоянием между плоскостями) и периодом укладки a. Выпишем выражение для определения истинной средней скорости фильтрации для плоской трубы, используя приближённую формулу Буссинеска, в которой пренебрежём последним нелинейным слагаемым:

$$v = \frac{b^2 \cdot \Delta p}{12 \cdot \mu_0 \cdot L} \cdot \left[1 - \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{2 \cdot \tau_0 \cdot L}{b \cdot \Delta p} \right) \right], \quad (1)$$

где v – средняя скорость; Δp – перепад давления в щели на участке длиной L; μ_0 – пластическая или структурная вязкость; τ_0 – начальное напряжение сдвига.

Переходя к скоростям фильтрации и учитывая, что в общем случае взаимная ориентация оси симметрии и направления градиента давления может быть произвольной, получим следующее соотношение для одной системы трещин:

$$W_i = -\frac{k_{mp}}{\mu_0} \cdot \left(1 - \frac{3}{2} \cdot \frac{\gamma_{mp}}{\sqrt{\left(a_i \cdot a_j + c_i \cdot c_j \right) \cdot \nabla_i p \cdot \nabla_j p}} \right) \cdot \left(a_i \cdot a_j + c_i \cdot c_j \right) \cdot \nabla_j p , \quad (2)$$

где a_i и c_i – орты, задающие плоскость трещины; $\gamma_{mp} = \frac{2 \cdot \tau_0}{b}$ – значение предельного градиента для системы трещин; $k_{mp} = \frac{b^4}{12 \cdot (a+b)}$ – проницаемость для системы трещин; латинские индексы i и j обозначают компоненты векторов и тензоров, и по ним подразумевается суммирование.

Однако выражение (2) ещё не определяет закон фильтрации вязкопластичных жидкостей, так как оно задаёт лишь уравнения фильтрации при выполнении условия начала течения (в изотропном случае $|\nabla p| > \gamma$). Поэтому для того, чтобы записать закон фильтрации вязкопластичных жидкостей в предельно-анизотропных средах, необходимо сформулировать условие начала течения, в качестве которого можно задать неравенство, следующее из условия отрицательности работы сил трения при движении жидкости в пористой среде:

$$W_i \cdot \nabla_i p < 0 . \quad (3)$$

Используя условие, начала течения в трещинах, получаемое подстановкой в неравенство (3) уравнения фильтрации (2), получаем закон фильтрации вязкопластичных жидкостей в идеальном трещиноватом грунте:

$$W_i = -\frac{k_{mp}}{\mu_0} \cdot \left(1 - \frac{3}{2} \cdot \frac{\gamma_{mp}}{\sqrt{\left(a_i \cdot a_j + c_i \cdot c_j \right) \cdot \nabla_i p \cdot \nabla_j p}} \right) \cdot \left(a_i \cdot a_j + c_i \cdot c_j \right) \cdot \nabla_j p \quad (4)$$

при

$$\sqrt{\left(a_i \cdot a_j + c_i \cdot c_j \right) \cdot \nabla_i p \cdot \nabla_j p} > \frac{3}{2} \cdot \gamma ;$$

$$W_i = 0$$

при

$$\sqrt{\left(a_i \cdot a_j + c_i \cdot c_j \right) \cdot \nabla_i p \cdot \nabla_j p} \le \frac{3}{2} \cdot \gamma_{mp} .$$

Отметим, что при определении условия начала течения вместо традиционного значения предельного градиента γтр, определённого из решения (1), стоят значения, умноженные на численные коэффициенты. Данное обстоятельство обусловлено линейным приближением точных решений при переходе к теории фильтрации. Численные множители, по аналогии с теорией Козени-Кармана, можно рассматривать как коэффициенты формы.

Дальнейшее обобщение полученного результата может быть связано как с рассмотрением трёхмерной модели, так и учётом анизотропии для двумерных моделей фильтрации в идеальном трещиноватом грунте. Реальные трещины имеют не регулярную раскрытость, и её среднее значение для разных направлений может быть не одинаковым.

Для того чтобы смоделировать анизотропию на плоскости трещины, рассмотрим структуру тензоров проницаемости ($k_{ij} = k \cdot \delta_{ij}$) и предельных градиентов ($t_{ij} = k \cdot \gamma \cdot \delta_{ij}$), где δ_{ij} – дельта Кронекера. Проницаемость на плоскости равна:

$$k_{mp} = \frac{b^3}{12 \cdot (a+b)}.$$

Компоненты тензора предельных градиентов t определяются умножением проницаемости непредельный градиент:

$$t = k_{mp} \cdot \frac{2 \cdot \tau_0}{b} = \frac{\tau_0 \cdot b^2}{6 \cdot (a+b)}.$$

Так как рассматривается одна система трещин, то период укладки, *a* – величина постоянная и анизотропия может возникать за счёт разной раскрытости *b*. Следовательно, уравнение фильтрации вязкопластичных жидкостей в анизотропном трещиноватом пласте, образованном одной системой трещин, имеет вид:

$$W_i = -\frac{k_{ij}}{\mu_0} \cdot \nabla_j p + \frac{t_{ij} \cdot \nabla_j p}{\mu_0 \cdot \sqrt{(a_m \cdot a_n + c_m \cdot c_n) \cdot \nabla_m p \cdot \nabla_n p}}. \quad (5)$$

Соотношение (5), как и в случае изотропной плоскости, ещё не определяет закона фильтрации вязкопластичных жидкостей, так как оно задаёт лишь уравнение фильтрации при выполнении условия начала течения (в изотропном случае $|\nabla p| > \gamma$). Поэтому для того, чтобы записать закон фильтрации вязкопластичных жидкостей в анизотропных средах, необходимо сформулировать условие начала течения и выписать все возможные варианты фильтрационных течений, которые возникают из-за того, что в анизотропных средах значение предельного градиента изменяется в зависимости от направления.

После подстановки в неравенство (3) уравнения фильтрации (5) условие начала течения в направлении принимает вид:

$$|\nabla p| > \frac{t_{ij} n_i n_j}{k_{ij} n_i n_j}, \quad (6)$$

где $k_{ij} n_i n_j$ и $t_{ij} n_i n_j$ – проницаемость и предельный градиент вдоль направления, задаваемого ортом ni соответственно.

Из неравенства (6) в изотропном случае следует, что течение возможно при $|\nabla p| > \gamma$, но для анизотропных сред подобное соотношение вида $|\nabla p| > \gamma_a$ получается лишь для главных направлений. Поэтому представление условия начала течения в виде неравенства (6) представляется мало информативным, и для интерпретации условия, задаваемого неравенством (6), по аналогии с определением направленной проницаемости, можно ввести коэффициент «направленной подвижности».

$$P(|\nabla p|, n_i) = -\frac{\mu_0 \cdot W_i \cdot n_i}{|\nabla p|} = \frac{k_{ij} n_i n_j - t_{ij} n_i n_j}{|\nabla p|}. \quad (7)$$

Тогда условие начала течения сводится к требованию положительности коэффициента подвижности $P(|\nabla p|, n_i) > 0$. Таким образом, уравнение фильтрации (5) спра-

ведливо, если коэффициент подвижности при приложении воздействия в направлении ni больше нуля.

Для анизотропной плоскости уравнение движения (5) приводит к большему, чем в изотропном случае, набору возможностей при формулировке закона фильтрации вязкопластичных жидкостей.

Действительно, для анизотропной плоскости выполнение условия начала течения $P\left(\left|\nabla p\right|, n_i\right) > 0$ гарантирует реализацию движения вязкопластичных жидкостей в соответствии с уравнением (5) на плоскости трещины. Однако, как известно, на главных направлениях тензоры второго ранга принимают экстремальные значения направленных свойств. Поэтому, если $P\left(\left|\nabla p\right|, n_i\right) < 0$, то это ещё не означает, что фильтрация вязкопластичных жидкостей невозможна.

Предположим, для определённости, что $\gamma_1 > \gamma_2$. Тогда нетрудно убедиться в том, что и при выполнении условия $P\left(\left|\nabla p\right|, n_i\right) < 0$ возможно выполнение неравенства $\left|\nabla_i\right| p b_i > \gamma_2$ (рис. 1). В этом случае фильтрационное течение будет одномерным и описываться уравнением движения вида (2). Таким образом, закон фильтрации вязкопластичных жидкостей для анизотропных трещиноватых коллекторов, образованных одной системой трещин, допускает одно- и двухмерные формулировки.

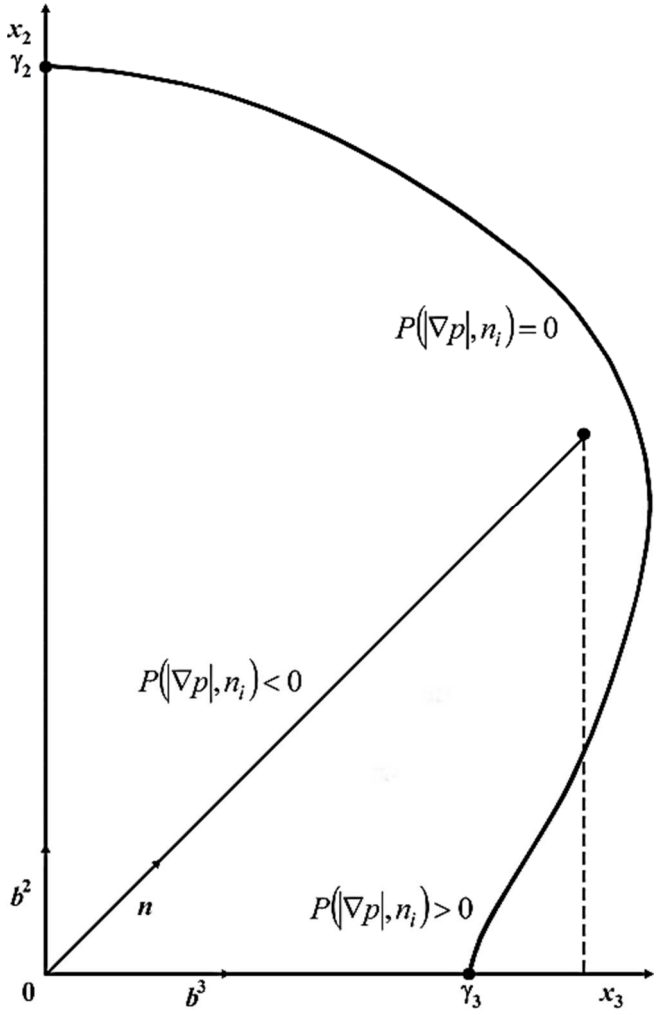

Рисунок 1 – Сечение поверхности нулевой направленной подвижности (начальных градиентов) для анизотропной плоскости

Для унификации записи закона фильтрации вязкопластичных жидкостей введём

следующие обозначения тензоров: $b_{ij}^{(\alpha)}$, $k_{ij}^{(\alpha)}$, $t_{ij}^{(\alpha)}$, где α = 1, 2 и обозначает число диад $b_i^\beta b_j^\beta$, $k_\beta b_i^\beta b_j^\beta$, $k_\beta \gamma_\beta b_i^\beta b_j^\beta$, соответственно, образующих тензоры. При этом для α = 2 тензоры представляются в виде суммы двух диад с индексами 1 и 2, а для α = 1 – одной диадой с индексом 2 (здесь учитывается, что $\gamma_1 > \gamma_2$).

Тогда закон фильтрации вязкопластичных жидкостей в трещиноватом грунте с анизотропными трещинами можно записать в виде

$$\begin{cases} \text{если } \sqrt{b_{ij}^{(2)}\nabla_i p \nabla_j p k_{ij}^{(2)}}\, n_i n_j > t_{ij}^{(2)} n_i n_j, \\ \text{то } W_i = -\dfrac{k_{ij}^{(2)}}{\mu_0}\nabla_i p + \dfrac{t_{ij}^{(2)}}{\mu_0 \cdot \sqrt{b_{ij}^{(2)}\nabla_i p \nabla_j p}}\nabla_j p; \\ \text{если } \sqrt{b_{ij}^{(2)}\nabla_i p \nabla_j p k_{ij}^{(2)}}\, n_i n_j < t_{ij}^{(2)} n_i n_j, \text{но } \sqrt{b_{ij}^{(1)}\nabla_i p \nabla_j p k_{ij}^{(1)}}\, n_i n_j > t_{ij}^{(1)} n_i n_j, \\ \text{то } W_i = -\dfrac{k_{ij}^{(1)}}{\mu_0}\nabla_i p + \dfrac{t_{ij}^{(1)}}{\mu_0 \cdot \sqrt{b_{ij}^{(2)}\nabla_i p \nabla_j p}}\nabla_j p; \\ \text{если } \sqrt{b_{ij}^{(2)}\nabla_i p \nabla_j p k_{ij}^{(2)}}\, n_i n_j < t_{ij}^{(3)} n_i n_j \text{ и } \sqrt{b_{ij}^{(1)}\nabla_i p \nabla_j p k_{ij}^{(1)}}\, n_i n_j < t_{ij}^{(1)} n_i n_j, \\ \text{то } W_i = 0. \end{cases} \quad (8)$$

Трёхмерный случай идеальных грунтов, образованных тремя системами трещин, может быть рассмотрен аналогично. Очевидно, что в трёхмерном случае модели будут более сложными и допускать большее число вариантов течения. Поэтому указанное обобщение моделей требует дополнительных исследований.

Литература

1. Леонов Е.Г. Гидроаэромеханика в бурении / Е.Г. Леонов, В.И. Исаев. – М. : Недра, 1987. – 304 с.
2. Гукасов Н.А. Механика жидкости и газа. – М. : Недра, 1996. – 443 с.
3. Баренблатт Г.И. Движение жидкостей и газов в природных пластах / Г.И. Баренблатт, В.М. Ентов, В.М. Рыжик. – М. : Недра, 1984. – 211 с.
4. Басниев К.С. Подземная гидромеханика / К.С. Басниев, И.Н. Кочина, В.М. Максимов. – М. : Недра, 1993. – 416 с.
5. Дмитриев Н.М. Просветность и проницаемость пористых сред с периодической микроструктурой // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. – 1995. – № 1. – С. 79–85.
6. Bear J. Dynamics of fluids in porous media. – New-York : American Elsevier, 1967. – 764 p.
7. Turcotte D. Geodynamics: Applications of Continuum Physics to Geological Problems / D. Turcotte, G. Schubert. – New-York : Wiley, 1982. – 450 p.
8. Дмитриев Н.М. Структура уравнений фильтрации вязкопластичных жидкостей в анизотропных пористых средах / Н.М. Дмитриев, В.М. Максимов // ДАН. – 1999. – Т. 366. – № 5. – С. 622–625.
9. Дмитриев Н.М. Определяющие уравнения и эффекты при фильтрации вязкопластичных жидкостей в анизотропных пористых средах / Н.М. Дмитриев, В.М. Максимов, Е.А. Рябчуков // Фундаментальный базис новых технологий нефтяной и газовой промышленности. – М. : Издательство «ГЕОС», 2002. – Вып. 2. – С. 224–231.
10. Дмитриев Н.М. Законы фильтрации вязкопластичных жидкостей в анизотропных пористых и трещиноватых средах / Н.М. Дмитриев, В.М. Максимов, Е.А. Рябчуков // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. – 2006. – № 4. – С. 112–120.
11. Дмитриев Н.М. Решение модельных задач фильтрации вязкопластичной жидкости в анизотропных средах / Н.М. Дмитриев, В.М. Максимов, Е.А. Рябчуков // Актуальные проблемы состояния и развития нефтегазового комплекса России: Материалы 7-й Всероссийской научно-технической конференции (29–30 января 2007 года, г. Москва). – М. : Российский госу-

дарственный университет нефти и газа (национальный исследовательский университет) имени И.М. Губкина, 2007. – 93 с.
12. Петрушин Е.О. Промысловые исследования притока к горизонтальным скважинам и методы интенсификации нефтегазодобычи / Е.О. Петрушин, А.С. Арутюнян, Л.Г. Кусова // СЕВЕРГЕОЭКОТЕХ – 2021: материалы XXII Международной молодёжной научной конференции (17–19 марта 2021 года, г. Ухта). – Ухта : Издательство ФГБОУ ВО «Ухтинский государственный технический университет», 2021. – С. 476–480.
13. Тихонов Е.В. Анализ проблем бурения скважин и вскрытия нефтегазовых пластов в осложнённых условиях // Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). – 2023. – № 4. – С. 206–222.
14. Тихонов Е.В. Анализ изменения плотности нагнетаемой в скважину аэрированной жидкости / Е.В. Тихонов, Л.Г. Кусова // Инженер-нефтяник. – 2025. – № 2. – С. 50–52.
15. Tikhonov E.V. Well completion in low-permeability reservoirs with minimum values of repression and depression / E.V. Tikhonov, G.V. Shelukhov, A.I. Perepelkin, P.P. Poryvkin // Readings of A.I. Bulatov. – 2025. – Vol. 2. – P. 137–143.

References

1. Leonov E.G. Hydroaeromechanics in Drilling / E.G. Leonov, V.I. Isaev. – M. : Nedra, 1987. – 304 p.
2. Gukasov N.A. Mechanics of Liquids and Gases. – M. : Nedra, 1996. – 443 p.
3. Barenblatt G.I. Movement of Liquids and Gases in Natural Reservoirs / G.I. Barenblatt, V.M. Entov, V.M. Ryzhik. – M. : Nedra, 1984. – 211 p.
4. Basniev K.S. Underground Hydromechanics / K.S. Basniev, I.N. Kochina, V.M. Maksimov. – M. : Nedra, 1993. – 416 p.
5. Dmitriev N.M. Translucency and permeability of porous media with a periodic microstructure // Bulletin of the Russian Academy of Sciences. Mechanics of Liquids and Gases. – 1995. – № 1. – P. 79–85.
6. Bear J. Dynamics of fluids in porous media. – New-York : American Elsevier, 1967. – 764 p.
7. Turcotte D. Geodynamics: Applications of Continuum Physics to Geological Problems / D. Turcotte, G. Schubert. – New-York : Wiley, 1982. – 450 p.
8. Dmitriev N.M. Structure of the equations of filtration of viscoplastic fluids in anisotropic porous media / N.M. Dmitriev, V.M. Maksimov // DAN. – 1999. – Vol. 366. – № 5. – P. 622–625.
9. Dmitriev N.M. Constitutive equations and effects in the filtration of viscoplastic fluids in anisotropic porous media / N.M. Dmitriev, V.M. Maksimov, E.A. Ryabchukov // Fundamental basis of new technologies in the oil and gas industry. – M. : GEOS Publishing House, 2002. – Iss. 2. – P. 224–231.
10. Dmitriev N.M. Laws of filtration of viscoplastic fluids in anisotropic porous and fractured media / N.M. Dmitriev, V.M. Maksimov, E.A. Ryabchukov // Bulletin of the Russian Academy of Sciences. Mechanics of Liquids and Gases. – 2006. – № 4. – P. 112–120.
11. Dmitriev N.M. Solution of model problems of filtration of viscoplastic fluid in anisotropic media / N.M. Dmitriev, V.M. Maksimov, E.A. Ryabchukov // Actual problems of the state and development of the oil and gas complex of Russia: Proceedings of the 7th All-Russian Scientific and Technical Conference (January 29–30, 2007, Moscow). – M. : Gubkin Russian State University of Oil and Gas (National Research University), 2007. – 93 p.
12. Petrushin E.O. Field studies of the inflow to horizontal wells and methods of intensifying oil and gas production / E.O. Petrushin, A.S. Arutyunyan, L.G. Kusova // SEVER-GEOECOTECH – 2021: Proceedings of the XXII International Youth Scientific Conference (March 17–19, 2021, Ukhta). – Ukhta: Publishing House of the Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education «Ukhta State Technical University», 2021. – P. 476–480.
13. Tikhonov E.V. Analysis of the problems of well drilling and drilling into oil and gas formations in difficult conditions // Science. Engineering. Technologies (Polytechnic Bulletin). – 2023. – № 4. – P. 206–222.
14. Tikhonov E.V. Analysis of changes in the density of aerated liquid injected into a well / E.V. Tikhonov, L.G. Kusova // Petroleum Engineer. – 2025. – № 2. – P. 50–52.
15. Tikhonov E.V. Well completion in low-permeability reservoirs with minimum values of repression and depression / E.V. Tikhonov, G.V. Shelukhov, A.I. Perepelkin, P.P. Poryvkin // Readings of A.I. Bulatov. – 2025. – Vol. 2. – P. 137–143.