

УДК 62

**ОДНОКОНТУРНЫЕ САР ПОЛОЖЕНИЯ ИСПОЛНИТЕЛЬНОГО ОРГАНА  
ЭЛЕКТРОПРИВОДА С КРАТНЫМИ КОРНЯМИ  
ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ**



**SINGLE-LOOP ATS OF THE POSITION OF THE EXECUTIVE BODY  
OF THE ELECTRIC DRIVE WITH MULTIPLE ROOTS  
OF THE CHARACTERISTIC EQUATION**

**Добробаба Юрий Петрович**

кандидат технических наук,  
доцент,  
доцент кафедры  
электроснабжения промышленных предприятий,  
Кубанский государственный технологический университет

**Мурлин Алексей Георгиевич**

кандидат технических наук,  
доцент,  
доцент кафедры информационных систем  
и программирования,  
Кубанский государственный технологический университет

**Альфиш Никита Александрович**

студент,  
Кубанский государственный технологический университет

**Гавриш Юрий Сергеевич**

студент,  
Кубанский государственный технологический университет

**Аннотация.** Разработаны одноконтурные САР положения исполнительного органа электропривода: с четырьмя кратными корнями характеристического уравнения; с тремя кратными корнями характеристического; с двумя парами кратных корней характеристического уравнения.

**Ключевые слова:** одноконтурная САР положения; кратные корни характеристического уравнения системы.

**Dobrobaba Yury Petrovich**

Candidate of Technical Sciences,  
Assistant Professor,  
Associate Professor of the Department  
Power Supply of Industrial Enterprises,  
Kuban State Technological University

**Murlin Aleksey Georgievich**

Candidate of technical sciences,  
Assistant Professor,  
Associate Professor of the Department  
of Information Systems and Programming,  
Kuban State Technological University

**Alfish Nikita Aleksandrovich**

Student,  
Kuban State Technological University

**Gavrish Yury Sergeevich**

Student,  
Kuban State Technological University

**Annotation.** Single-loop automatic control systems for the position of the executive body of the electric drive have been developed: with four multiple roots of the characteristic equation; with three multiple roots of the characteristic; with two pairs of multiple roots of the characteristic equation.

**Keywords:** single-loop position ACS; multiple roots of the characteristic equation of the system.

**В** настоящее время разработаны трехконтурные САР положения исполнительного органа электропривода. В данной работе предлагается одноконтурная САР положения исполнительного органа электропривода с кратными корнями характеристического уравнения. Использование одноконтурной САР позволяет уменьшить количество блоков, что приводит к повышению надежности системы в целом.

На рисунке 1 приведена структурная схема одноконтурной САР положения исполнительного органа электропривода с кратными корнями характеристического уравнения.

На рисунке 1 приняты следующие обозначения:

$U$  — напряжение, приложенное к якорной цепи электродвигателя, В;

$I_{я}$  — ток якорной цепи, А;

$\omega$  — угловая скорость исполнительного органа электропривода, рад/с;

$\phi$  — угол поворота исполнительного органа электропривода, рад;

$M_{с0}$  — момент сопротивления электропривода, Н·м;

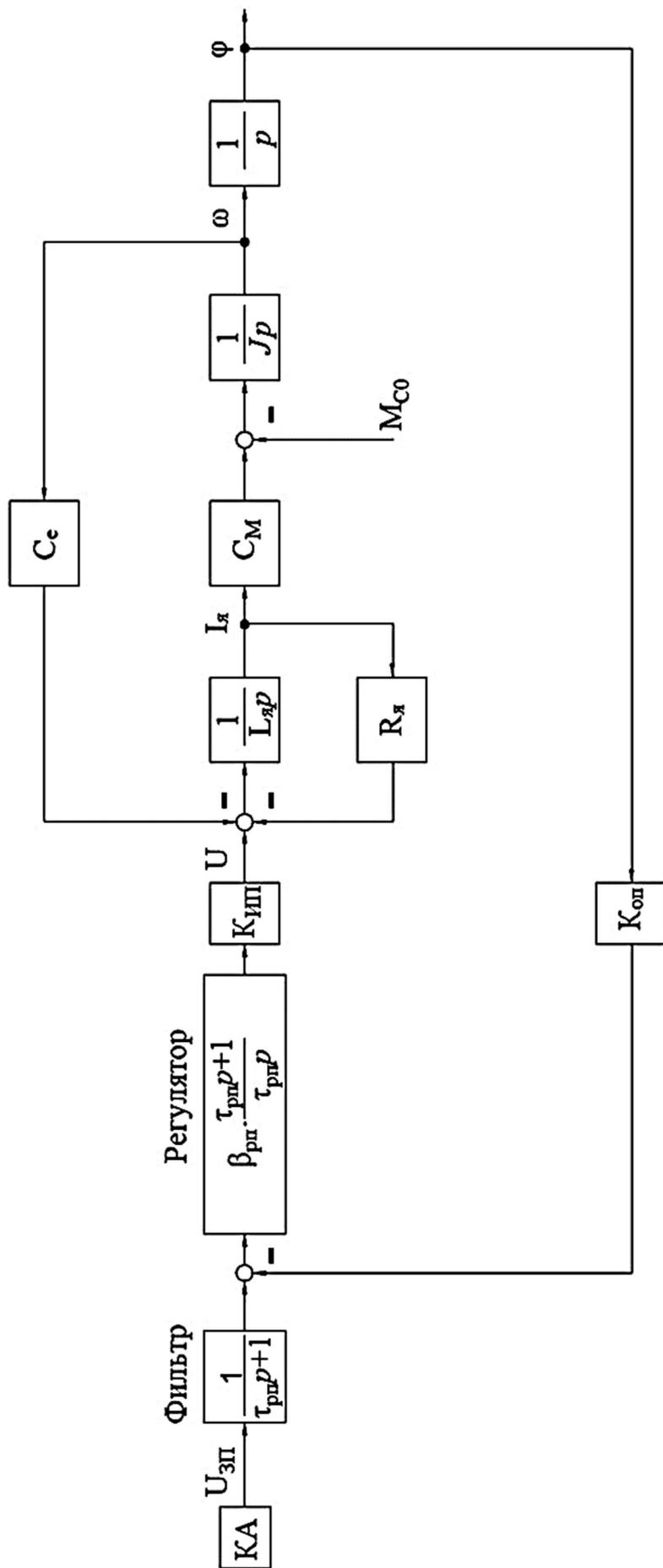


Рисунок 1 – Структурная схема одноконтурной САР положения исполнительного органа электропривода

- $U_{зп}$  – задающее напряжение контура положения, В;  
 КА – командоаппарат;  
 $C_e$  – коэффициент пропорциональности между угловой скоростью исполнительного органа электропривода и ЭДС вращения,  $\frac{В \cdot с}{рад}$ ;  
 $C_m$  – коэффициент пропорциональности между током и моментом двигателя, В · с;  
 $R_я$  – сопротивление якорной цепи электродвигателя, Ом;  
 $L_я$  – индуктивность якорной цепи электродвигателя, Гн;  
 $J$  – момент инерции электропривода, кг·м<sup>2</sup>;  
 $K_{ип}$  – коэффициент пропорциональности импульсного преобразователя;  
 $\beta_{рп}$  – коэффициент пропорциональности регулятора;  
 $\tau_{рп}$  – постоянная времени регулятора, с;  
 $K_{оп}$  – коэффициент обратной связи по положению,  $\frac{В \cdot с}{рад}$ ;  
 $p$  – оператор Лапласа.

Одноконтурная САР положения исполнительного органа электропривода описывается уравнением:

$$\left[ \frac{U_{зп}}{\tau_{рп}p + 1} - K_{оп}\varphi \right] \cdot \beta_{рп} \cdot \frac{\tau_{рп}p + 1}{\tau_{рп}p} \cdot K_{ип} =$$

$$= C_e \cdot \left[ \frac{L_я J}{C_e C_m} p^2 + \frac{R_я J}{C_e C_m} p + 1 \right] \cdot p\varphi$$

$$+ \frac{R_я}{C_m} \cdot \left[ \frac{L_я}{R_я} p + 1 \right] \cdot M_{со};$$

После преобразований получим следующее уравнение:

$$\left[ \frac{1}{\beta_{рп}} \cdot \frac{1}{K_{ип}} \cdot \frac{L_я J}{K_{оп} C_m} \tau_{рп} p^4 + \frac{1}{\beta_{рп}} \cdot \frac{1}{K_{ип}} \cdot \frac{R_я J}{K_{оп} C_m} \tau_{рп} p^3 + \frac{1}{\beta_{рп}} \cdot \frac{C_e}{K_{ип} K_{оп}} \tau_{рп} p^2 + \tau_{рп} p + 1 \right] \times$$

$$\times \varphi = \frac{U_{зп}}{K_{оп}} - \frac{1}{\beta_{рп}} \cdot \frac{R_я \tau_{рп} p}{K_{ип} K_{оп} C_m} \cdot \left[ \frac{L_я}{R_я} p + 1 \right] \cdot M_{со}.$$

Принимаем в качестве эталонной передаточную функцию с четырьмя кратными корнями характеристического уравнения:

$$W_1(p) = \frac{1}{\left(\frac{1}{4}Tp + 1\right)^4} = \frac{1}{\frac{1}{256}T^4 p^4 + \frac{1}{16}T^3 p^3 + \frac{3}{8}T^2 p^2 + Tp + 1}.$$

Сопоставим характеристические уравнения эталонной передаточной функции и синтезируемой системы:

$$\begin{cases} \frac{1}{\beta_{рп}} \cdot \frac{1}{K_{ип}} \cdot \frac{L_я J}{K_{оп} C_m} \cdot \tau_{рп} = \frac{1}{256} T^4; \\ \frac{1}{\beta_{рп}} \cdot \frac{1}{K_{ип}} \cdot \frac{R_я J}{K_{оп} C_m} \cdot \tau_{рп} = \frac{1}{16} T^3; \\ \frac{1}{\beta_{рп}} \cdot \frac{C_e}{K_{ип} K_{оп}} \cdot \tau_{рп} = \frac{3}{8} T^2; \\ \tau_{рп} = T. \end{cases}$$

Решим систему алгебраических уравнений:

$$\beta_{\text{рп}} = \frac{8}{3} \cdot \frac{C_e}{K_{\text{ип}} K_{\text{оп}} T};$$

$$\tau_{\text{рп}} = 6 \cdot \frac{R_{\text{я}} J}{C_e C_{\text{м}}};$$

$$L_{\text{я}} = \frac{3}{8} \cdot \frac{R_{\text{я}}^2 J}{C_e C_{\text{м}}};$$

$$T = 6 \cdot \frac{R_{\text{я}} J}{C_e C_{\text{м}}}.$$

Рассмотрим электропривод, имеющий следующие параметры силовой части:

$$C_e = 1,25 \frac{\text{В} \cdot \text{с}}{\text{рад}}; C_{\text{м}} = 1,25 \text{ В} \cdot \text{с}; R_{\text{я}} = 5 \text{ Ом}; J = 0,1 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$K_{\text{ип}} = 25; K_{\text{оп}} = 0,025 \frac{\text{В}}{\text{рад}}.$$

При этом одноконтурная система автоматического регулирования положения исполнительного органа электропривода имеет параметры:

$$\beta_{\text{рп}} = 2 \frac{7}{9}; \tau_{\text{рп}} = 1,92 \text{ с}; L_{\text{я}} = 0,6 \text{ Гн}; T = 1,92 \text{ с}.$$

Принимаем в качестве эталонной передаточную функцию с тремя кратными корнями характеристического уравнения:

$$W_2(p) = \frac{1}{(T_1 p + 1)^3 \cdot (T_2 p + 1)} =$$

$$= \frac{1}{T_1^3 T_2 p^4 + (T_1^3 + 3T_1^2 T_2) \cdot p^3 + (3T_1^2 + 3T_1 T_2) \cdot p^2 + (3T_1 + T_2) \cdot p + 1}.$$

Сопоставим характеристические уравнения эталонной передаточной функции и синтезируемой системы:

$$\begin{cases} \frac{1}{\beta_{\text{рп}}} \cdot \frac{1}{K_{\text{ип}}} \cdot \frac{L_{\text{я}} J}{K_{\text{оп}} C_{\text{м}}} \cdot \tau_{\text{рп}} = T_1^3 T_2; \\ \frac{1}{\beta_{\text{рп}}} \cdot \frac{1}{K_{\text{ип}}} \cdot \frac{R_{\text{я}} J}{K_{\text{оп}} C_{\text{м}}} \cdot \tau_{\text{рп}} = T_1^3 + 3T_1^2 T_2; \\ \frac{1}{\beta_{\text{рп}}} \cdot \frac{C_e}{K_{\text{ип}} K_{\text{оп}}} \cdot \tau_{\text{рп}} = 3T_1^2 + 3T_1 T_2; \\ \tau_{\text{рп}} = 3T_1 + T_2. \end{cases}$$

Решим систему алгебраических уравнений:

$$T_1 = \frac{3}{2} \cdot \frac{R_{\text{я}} J}{C_e C_{\text{м}}} \pm \sqrt{\frac{9}{4} \cdot \frac{R_{\text{я}}^2 J^2}{C_e^2 C_{\text{м}}^2} - 6 \cdot \frac{L_{\text{я}} J}{C_e C_{\text{м}}}};$$

$$T_2 = \frac{1}{3} \cdot \frac{3 \cdot \frac{R_{\text{я}} J}{C_e C_{\text{м}}} - T_1}{T_1 - \frac{R_{\text{я}} J}{C_e C_{\text{м}}}} \cdot T_1;$$

$$\beta_{\text{рп}} = \frac{C_e}{K_{\text{ип}} K_{\text{оп}}} \cdot \frac{3T_1 + T_2}{3T_1 \cdot (T_1 + T_2)};$$

$$\tau_{\text{рп}} = 3T_1 + T_2.$$

При этом:

$$\frac{R_{\text{я}} J}{C_e C_{\text{м}}} \geq \frac{8}{3} \cdot \frac{L_{\text{я}}}{R_{\text{я}}}.$$

Если  $L_{я} = 0,6$  Гн, то:

$$T_1 = 0,48 \text{ с}; T_2 = 0,48 \text{ с}; \beta_{\text{рп}} = 2,7777777777; \tau_{\text{рп}} = 1,92 \text{ с}.$$

Если  $L_{я} = 0,58$  Гн, то:

Вариант 1.

$$T_1 = 0,567635609 \text{ с}; \beta_{\text{рп}} = 2,711568409;$$

$$T_2 = 0,2997953333 \text{ с}; \tau_{\text{рп}} = 2,00270216 \text{ с}.$$

Вариант 2.

$$T_1 = 0,392364391 \text{ с}; \beta_{\text{рп}} = 2,639204482;$$

$$T_2 = 1,02591895 \text{ с}; \tau_{\text{рп}} = 2,203012123 \text{ с}.$$

Если  $L_{я} = 0,56$  Гн, то:

Вариант 1.

$$T_1 = 0,603935467 \text{ с}; \beta_{\text{рп}} = 2,660798849;$$

$$T_2 = 0,25245173 \text{ с}; \tau_{\text{рп}} = 2,064258131 \text{ с}.$$

Вариант 2.

$$T_1 = 0,356064533 \text{ с}; \beta_{\text{рп}} = 2,441241969;$$

$$T_2 = 1,987548265 \text{ с}; \tau_{\text{рп}} = 3,055741864 \text{ с}.$$

Если  $L_{я} = 0,54$  Гн, то:

Вариант 1.

$$T_1 = 0,631789327 \text{ с}; \beta_{\text{рп}} = 2,61744017;$$

$$T_2 = 0,221688153 \text{ с}; \tau_{\text{рп}} = 2,117056134 \text{ с}.$$

Вариант 2.

$$T_1 = 0,328210673 \text{ с}; \beta_{\text{рп}} = 2,183657233;$$

$$T_2 = 8,418311151 \text{ с}; \tau_{\text{рп}} = 9,40294317 \text{ с}.$$

Если  $L_{я} = 0,52$  Гн, то:

$$T_1 = 0,655271218 \text{ с}; \beta_{\text{рп}} = 2,579041788;$$

$$T_2 = 0,198525839 \text{ с}; \tau_{\text{рп}} = 2,164339493 \text{ с}.$$

Если  $L_{я} = 0,5$  Гн, то:

$$T_1 = 0,675959179 \text{ с}; \beta_{\text{рп}} = 2,544331056;$$

$$T_2 = 0,179795897 \text{ с}; \tau_{\text{рп}} = 2,207673434 \text{ с}.$$

Если  $L_{я} = 0,48$  Гн, то:

$$T_1 = 0,694662525 \text{ с}; \beta_{\text{рп}} = 2,512523605;$$

$$T_2 = 0,163987578 \text{ с}; \tau_{\text{рп}} = 2,247975153 \text{ с}.$$

Если  $L_{я} = 0,46$  Гн, то:

$$T_1 = 0,711862027 \text{ с}; \beta_{\text{рп}} = 2,483074337;$$

$$T_2 = 0,150256968 \text{ с}; \tau_{\text{рп}} = 2,285843049 \text{ с}.$$

Если  $L_{я} = 0,44$  Гн, то:

$$T_1 = 0,727870934 \text{ с}; \beta_{\text{рп}} = 2,455641267;$$

$$T_2 = 0,138082896 \text{ с}; \tau_{\text{рп}} = 2,321695698 \text{ с}.$$

Если  $L_{я} = 0,42$  Гн, то:

$$T_1 = 0,742906827 \text{ с}; \beta_{\text{рп}} = 2,429895322;$$

$$T_2 = 0,127120199 \text{ с}; \tau_{\text{рп}} = 2,35584068 \text{ с}.$$

Если  $L_{я} = 0,4$  Гн, то:

$$T_1 = 0,757128129 \text{ с}; \beta_{рп} = 2,405626123;$$

$$T_2 = 0,117128129 \text{ с}; \tau_{рп} = 2,388512516 \text{ с}.$$

Если  $L_{я} = 0,3$  Гн, то:

$$T_1 = 0,819411255 \text{ с}; \beta_{рп} = 2,301186459;$$

$$T_2 = 0,076890537 \text{ с}; \tau_{рп} = 2,535124302 \text{ с}.$$

Если  $L_{я} = 0,2$  Гн, то:

$$T_1 = 0,871918358 \text{ с}; \beta_{рп} = 2,216552699;$$

$$T_2 = 0,046383672 \text{ с}; \tau_{рп} = 2,662138746 \text{ с}.$$

Если  $L_{я} = 0,1$  Гн, то:

$$T_1 = 0,918178046 \text{ с}; \beta_{рп} = 2,145154863;$$

$$T_2 = 0,021398311 \text{ с}; \tau_{рп} = 2,775932449 \text{ с}.$$

Принимаем в качестве эталонной передаточную функцию с двумя парами кратных корней характеристического уравнения.

$$W_3(p) = \frac{1}{(T_1 p + 1)^2 \cdot (T_2 p + 1)^2} =$$

$$= \frac{1}{T_1^2 T_2^2 p^4 + 2T_1 T_2 \cdot (T_1 + T_2) \cdot p^3 + (T_1^2 + 4T_1 T_2 + T_2^2) \cdot p^2 + 2 \cdot (T_1 + T_2) \cdot p + 1}.$$

Сопоставим характеристические уравнения эталонной передаточной функции и синтезируемой системы:

$$\begin{cases} \frac{1}{\beta_{рп}} \cdot \frac{1}{K_{ИП}} \cdot \frac{L_{я} J}{K_{ОП} C_M} \cdot \tau_{рп} = T_1^2 T_2^2; \\ \frac{1}{\beta_{рп}} \cdot \frac{1}{K_{ИП}} \cdot \frac{R_{я} J}{K_{ОП} C_M} \cdot \tau_{рп} = 2T_1 T_2 \cdot (T_1 + T_2); \\ \frac{1}{\beta_{рп}} \cdot \frac{C_e}{K_{ИП} K_{ОП}} \cdot \tau_{рп} = T_1^2 + 4T_1 T_2 + T_2^2; \\ \tau_{рп} = 2 \cdot (T_1 + T_2). \end{cases}$$

Решим систему алгебраических уравнений:

$$(T_1 + T_2) = \frac{4 \frac{L_{я}}{R_{я}}}{4 \cdot \frac{C_e C_M}{R_{я} J} \cdot \frac{L_{я}}{R_{я}} - 1};$$

$$T_1 T_2 = 2 \frac{L_{я}}{R_{я}} \cdot (T_1 + T_2);$$

$$\beta_{рп} = \frac{R_{я} J}{K_{ИП} K_{ОП} C_M} \cdot \frac{1}{T_1 T_2};$$

$$\tau_{рп} = 2 \cdot (T_1 + T_2).$$

При этом:

$$L_{я} > \frac{1}{4} \cdot \frac{R_{я}^2 J}{C_e C_M}.$$

Если  $L_{я} = 0,6$  Гн, то:

$$\begin{cases} (T_1 + T_2) = 0,96 \text{ с}; & T_1 = 0,48 \text{ с}; & \beta_{рп} = 2,777777778; \\ T_1 T_2 = 0,2304 \text{ с}^2; & T_2 = 0,48 \text{ с}; & \tau_{рп} = 1,92 \text{ с}. \end{cases}$$

Если  $L_{я} = 0,58$  Гн, то:

$$\begin{cases} (T_1 + T_2) = 1,031111111 \text{ с}; & T_1 = 0,678588538 \text{ с}; & \beta_{\text{рп}} = 2,675386453; \\ T_1 T_2 = 0,239217777 \text{ с}^2; & T_2 = 0,352522573 \text{ с}; & \tau_{\text{рп}} = 2,062222222 \text{ с}. \end{cases}$$

Если  $L_{я} = 0,56$  Гн, то:

$$\begin{cases} (T_1 + T_2) = 1,12 \text{ с}; & T_1 = 0,810439613 \text{ с}; & \beta_{\text{рп}} = 2,551020408; \\ T_1 T_2 = 0,25088 \text{ с}^2; & T_2 = 0,309560387 \text{ с}; & \tau_{\text{рп}} = 2,24 \text{ с}. \end{cases}$$

Если  $L_{я} = 0,54$  Гн, то:

$$\begin{cases} (T_1 + T_2) = 1,234285714 \text{ с}; & T_1 = 0,955165921 \text{ с}; & \beta_{\text{рп}} = 2,400548699; \\ T_1 T_2 = 0,266605714 \text{ с}^2; & T_2 = 0,279119793 \text{ с}; & \tau_{\text{рп}} = 2,468571428 \text{ с}. \end{cases}$$

Если  $L_{я} = 0,52$  Гн, то:

$$\begin{cases} (T_1 + T_2) = 1,386666667 \text{ с}; & T_1 = 1,131835836 \text{ с}; & \beta_{\text{рп}} = 2,218934916; \\ T_1 T_2 = 0,288426666 \text{ с}^2; & T_2 = 0,254830831 \text{ с}; & \tau_{\text{рп}} = 2,773333334 \text{ с}. \end{cases}$$

Если  $L_{я} = 0,5$  Гн, то:

$$\begin{cases} (T_1 + T_2) = 1,6 \text{ с}; & T_1 = 1,365685484 \text{ с}; & \beta_{\text{рп}} = 2; \\ T_1 T_2 = 0,32 \text{ с}^2; & T_2 = 0,234314516 \text{ с}; & \tau_{\text{рп}} = 3,2 \text{ с}. \end{cases}$$

Если  $L_{я} = 0,48$  Гн, то:

$$\begin{cases} (T_1 + T_2) = 1,92 \text{ с}; & T_1 = 1,703612802 \text{ с}; & \beta_{\text{рп}} = 1,736111111; \\ T_1 T_2 = 0,36864 \text{ с}^2; & T_2 = 0,216387198 \text{ с}; & \tau_{\text{рп}} = 3,84 \text{ с}. \end{cases}$$

Если  $L_{я} = 0,46$  Гн, то:

$$\begin{cases} (T_1 + T_2) = 2,453333333 \text{ с}; & T_1 = 2,252969633 \text{ с}; & \beta_{\text{рп}} = 1,417769377; \\ T_1 T_2 = 0,451413333 \text{ с}^2; & T_2 = 0,2003637 \text{ с}; & \tau_{\text{рп}} = 4,906666667 \text{ с}. \end{cases}$$

Если  $L_{я} = 0,44$  Гн, то:

$$\begin{cases} (T_1 + T_2) = 3,52 \text{ с}; & T_1 = 3,334191856 \text{ с}; & \beta_{\text{рп}} = 1,033057851; \\ T_1 T_2 = 0,61952 \text{ с}^2; & T_2 = 0,185808144 \text{ с}; & \tau_{\text{рп}} = 7,04 \text{ с}. \end{cases}$$

Если  $L_{я} = 0,42$  Гн, то:

$$\begin{cases} (T_1 + T_2) = 6,72 \text{ с}; & T_1 = 6,547575881 \text{ с}; & \beta_{\text{рп}} = 0,566893424; \\ T_1 T_2 = 1,12896 \text{ с}^2; & T_2 = 0,172424119 \text{ с}; & \tau_{\text{рп}} = 13,44 \text{ с}. \end{cases}$$

### Выводы.

Одноконтурная САР положения исполнительного органа электропривода с четырьмя кратными корнями характеристического уравнения, возможно, при:

$$L_{я} = \frac{3}{8} \cdot \frac{R_{я}^2 J}{C_e C_M}$$

Одноконтурная САР положения исполнительного органа электропривода с двумя парами кратных корней характеристического уравнения возможна при выполнении неравенств:

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{R_{я}^2 J}{C_e C_M} < L_{я} \leq \frac{3}{8} \cdot \frac{R_{я}^2 J}{C_e C_M}$$

Одноконтурная САР положения исполнительного органа электропривода с тремя кратными корнями характеристического уравнения возможна при выполнении неравенства:

$$L_{я} \leq \frac{3}{8} \cdot \frac{R_{я}^2 J}{C_e C_M}$$