

УДК 62

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОБЛАСТЕЙ СУЩЕСТВОВАНИЯ АПЕРИОДИЧЕСКИХ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЭЛЕКТРОПРИВОДЕ С ИСТОЧНИКОМ ПИТАНИЯ ВТОРОГО ВИДА



### DETERMINATION OF THE AREAS OF EXISTENCE OF APERIODIC TRANSIENT PROCESSES IN AN ELECTRIC DRIVE WITH A SECOND TYPE POWER SUPPLY

#### Добробаба Юрий Петрович

кандидат технических наук, доцент, доцент  
кафедры электроснабжения промышленных предприятий,  
Кубанский государственный технологический университет

#### Мурлин Алексей Георгиевич

кандидат технических наук, доцент, доцент  
кафедры информационных систем и программирования,  
Кубанский государственный технологический университет

#### Шкерета Эдуард Денисович

студент,  
Кубанский государственный технологический университет

#### Ефремов Елисей Александрович

студент,  
Кубанский государственный технологический университет

**Аннотация.** Разработан алгоритм формирования аперiodических переходных процессов в электроприводе с источниками питания второго вида (источник питания имеет индуктивность и фильтр, состоящий из ёмкости). Построены области существования параметров источника питания второго вида, при которых в системе формируются аперiodические переходные процессы.

**Ключевые слова:** источник питания второго вида, аперiodические переходные процессы, якорная цепь, импульсные преобразователи.

#### Dobrobaba Yury Petrovich

Candidate of Technical Sciences,  
Associate professor, Associate Professor  
of the Department of Power Supply  
Industrial Enterprises,  
Kuban State Technological University

#### Murlin Alexey Georgievich

Candidate of Technical Sciences,  
Associate professor, Associate Professor  
of the Department of Information Systems  
and Programming,  
Kuban State Technological University

#### Shkereda Eduard Denisovich

Student,  
Kuban State Technological University

#### Efremov Elisey Alexandrovich

Student,  
Kuban State Technological University

**Annotation.** An algorithm for the formation of aperiodic transients in an electric drive with power supplies of the second type has been developed. The domains of existence of parameters of the power supply of the second type are constructed, at which aperiodic transient processes are formed in the system.

**Keywords:** power supply of the second type, aperiodic transients, armature circuit, pulse converters.

**В** работе [1] определены области существования аперiodических переходных процессов в электроприводе с источниками питания первого вида.

Целью настоящей работы является устранить возможность появления колебательных переходных процессов в электроприводе с двигателем постоянного тока независимого возбуждения и источником питания второго вида. Это достигается за счёт формирования аперiodических переходных процессов в системе. При этом система должна иметь действительные отрицательные корни характеристического уравнения.

Математическая модель электропривода с двигателем постоянного тока независимого возбуждения и источником питания второго вида описывается системой уравнений:

$$\begin{cases} U = L_1 p I_1 + \frac{1}{C_p} \cdot I_2; \\ U = L_1 p I_1 + C_e \omega + L_{я} p I_{я} + R_{я} I_{я}; \\ I_1 = I_2 + I_{я}; \\ C_M I_{я} = M_{с0} + J p \omega. \end{cases}$$

где  $U$  – напряжение, приложенное к якорной цепи электродвигателя, В;  
 $I_1$  – ток, протекающий через индуктивность источника питания, А;

$I_2$  – ток, протекающий через ёмкость фильтра источника питания, А;

$I_{я}$  – ток якорной цепи электродвигателя, А;

$\omega$  – угловая скорость исполнительного органа электропривода,  $\frac{\text{рад}}{\text{с}}$ ;

$M_{со}$  – момент сопротивления электропривода, Н · м;

$L_1$  – индуктивность источника питания, Гн;

$C$  – ёмкость фильтраисточника питания, Ф;

$L_{я}$  – индуктивность якорной цепи электропривода, Гн;

$R_{я}$  – сопротивление якорной цепи электропривода, Ом;

$J$  – момент инерции исполнительного органа электропривода, кг · м<sup>2</sup>;

$C_e$  – коэффициент пропорциональности между угловой скоростью исполнительного органа электродвигателя и его ЭДС,  $\frac{\text{В} \cdot \text{с}}{\text{рад}}$ ;

$C_M$  – коэффициент пропорциональности между током якорной цепи электродвигателя и его моментом, В · с.

После преобразования система представима в виде:

$$\frac{U}{C_e} = \left[ \frac{L_{я}L_1CJ}{C_eC_M} \cdot p^4 + \frac{R_{я}L_1CJ}{C_eC_M} \cdot p^3 + \frac{L_{я}J}{C_eC_M} \cdot p^2 + \frac{L_1J}{C_eC_M} \cdot p^2 + L_1C \cdot p^2 + \frac{R_{я}J}{C_eC_M} \cdot p + 1 \right] \cdot \omega + \frac{R_{я}}{C_eC_M} \cdot \left[ \frac{L_{я}L_1C}{R_{я}} \cdot p^3 + L_1C \cdot p^2 + \frac{L_{я}}{R_{я}} \cdot p + \frac{L_1}{R_{я}} \cdot p + 1 \right] \cdot M_{со}.$$

Для определения областей существования апериодических переходных процессов в исследуемой системе четвёртого порядка рассмотрим характеристическое уравнение с одним корнем кратностью два и двумя корнями кратностью один.

$$(T_1p + 1)^2 \cdot (T_2p + 1) \cdot (T_3p + 1) = 0.$$

При этом справедлива система из четырёх уравнений:

$$\begin{cases} \frac{L_{я}J}{C_eC_M} \cdot L_1C = T_1^2 T_2 T_3; \\ \frac{R_{я}J}{C_eC_M} \cdot L_1C = T_1^2 \cdot (T_2 + T_3) + 2T_1 T_2 T_3; \\ \frac{L_{я}J}{C_eC_M} + \frac{L_1J}{C_eC_M} + L_1C = T_1^2 + 2T_1 \cdot (T_2 + T_3) + T_2 T_3; \\ \frac{R_{я}J}{C_eC_M} = 2T_1 + (T_2 + T_3). \end{cases}$$

Из четвёртого уравнения следует, что

$$(T_2 + T_3) = \frac{R_{я}J}{C_eC_M} - 2T_1.$$

После подстановки

$$\begin{cases} \frac{L_{я}J}{C_eC_M} \cdot L_1C = T_1^2 T_2 T_3; \\ \frac{R_{я}J}{C_eC_M} \cdot L_1C = \frac{R_{я}J}{C_eC_M} \cdot T_1^2 - 2T_1^3 + 2T_1 T_2 T_3; \\ \frac{L_{я}J}{C_eC_M} + \frac{L_1J}{C_eC_M} + L_1C = 2 \cdot \frac{R_{я}J}{C_eC_M} \cdot T_1 - 3T_1^2 + T_2 T_3. \end{cases}$$

Из третьего уравнения следует, что

$$T_2 T_3 = \frac{L_{я}J}{C_eC_M} + \frac{L_1J}{C_eC_M} + L_1C + 3T_1^2 - 2 \cdot \frac{R_{я}J}{C_eC_M} \cdot T_1.$$

После подстановки:

$$\begin{cases} \frac{L_{я}J}{C_eC_M} \cdot L_1C = \frac{L_{я}J}{C_eC_M} \cdot T_1^2 + \frac{L_1J}{C_eC_M} \cdot T_1^2 + L_1C \cdot T_1^2 + 3T_1^4 - 2 \cdot \frac{R_{я}J}{C_eC_M} \cdot T_1^3; \\ \frac{R_{я}J}{C_eC_M} \cdot L_1C = \frac{R_{я}J}{C_eC_M} \cdot T_1^2 - 2T_1^3 + 2 \cdot \frac{L_{я}J}{C_eC_M} \cdot T_1 + 2 \cdot \frac{L_1J}{C_eC_M} \cdot T_1 + 2L_1C \cdot T_1 + \\ + 6T_1^3 - 4 \cdot \frac{R_{я}J}{C_eC_M} \cdot T_1^2. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left( \frac{L_{яJ}}{C_e C_M} - T_1^2 \right) \cdot L_1 C = 3T_1^4 - 2 \cdot \frac{R_{яJ}}{C_e C_M} \cdot T_1^3 + \frac{L_{яJ}}{C_e C_M} \cdot T_1^2 + \frac{L_1 J}{C_e C_M} \cdot T_1^2; \\ \left( \frac{R_{яJ}}{C_e C_M} - 2T_1 \right) \cdot L_1 C = 4T_1^3 - 3 \cdot \frac{R_{яJ}}{C_e C_M} \cdot T_1^2 + 2 \cdot \frac{L_{яJ}}{C_e C_M} \cdot T_1 + 2 \cdot \frac{L_1 J}{C_e C_M} \cdot T_1. \end{cases}$$

Из верхнего уравнения следует, что

$$L_1 C = \frac{3T_1^2 - 2 \cdot \frac{R_{яJ}}{C_e C_M} \cdot T_1 + \frac{L_{яJ}}{C_e C_M} + \frac{L_1 J}{C_e C_M}}{\frac{L_{яJ}}{C_e C_M} - T_1^2} \cdot T_1^2,$$

при этом должно выполняться условие:

$$T_1^2 \neq \frac{L_{яJ}}{C_e C_M}.$$

Из нижнего уравнения следует, что

$$L_1 C = \frac{4T_1^2 - 3 \cdot \frac{R_{яJ}}{C_e C_M} \cdot T_1 + 2 \cdot \frac{L_{яJ}}{C_e C_M} + 2 \cdot \frac{L_1 J}{C_e C_M}}{\frac{R_{яJ}}{C_e C_M} - 2T_1} \cdot T_1,$$

при этом должно выполняться условие

$$T_1 \neq \frac{1}{2} \cdot \frac{R_{яJ}}{C_e C_M}.$$

Приравняв правые части, после преобразования получим

$$\begin{aligned} & 3 \cdot \frac{R_{яJ}}{C_e C_M} \cdot T_1^3 - 2 \cdot \frac{R_{яJ}^2 J^2}{C_e^2 C_M^2} \cdot T_1^2 + \frac{L_{яJ}}{C_e C_M} \cdot \frac{R_{яJ}}{C_e C_M} \cdot T_1 + \frac{L_1 J}{C_e C_M} \cdot \frac{R_{яJ}}{C_e C_M} \cdot T_1 - \\ & - 6T_1^4 + 4 \cdot \frac{R_{яJ}}{C_e C_M} \cdot T_1^3 - 2 \cdot \frac{L_{яJ}}{C_e C_M} \cdot T_1^2 - 2 \cdot \frac{L_1 J}{C_e C_M} \cdot T_1^2 = \\ & = 4 \cdot \frac{L_{яJ}}{C_e C_M} \cdot T_1^2 - 3 \cdot \frac{L_{яJ}}{C_e C_M} \cdot \frac{R_{яJ}}{C_e C_M} \cdot T_1 + 2 \cdot \frac{L_{яJ}^2 J^2}{C_e^2 C_M^2} + \\ & + 2 \cdot \frac{L_{яJ}}{C_e C_M} \cdot \frac{L_1 J}{C_e C_M} - 4T_1^4 + 3 \cdot \frac{R_{яJ}}{C_e C_M} \cdot T_1^3 - 2 \cdot \frac{L_{яJ}}{C_e C_M} \cdot T_1^2 - 2 \cdot \frac{L_1 J}{C_e C_M} \cdot T_1^2. \end{aligned}$$

Таким образом, для постоянной времени  $T_1$  справедливо уравнение

$$\begin{aligned} & 2T_1^4 - 4 \cdot \frac{R_{яJ}}{C_e C_M} \cdot T_1^3 + 2 \cdot \left( 2 \cdot \frac{L_{яJ}}{C_e C_M} + \frac{R_{яJ}^2 J^2}{C_e^2 C_M^2} \right) \cdot T_1^2 - \left( 4 \cdot \frac{L_{яJ}}{C_e C_M} \cdot \frac{R_{яJ}}{C_e C_M} + \frac{L_1 J}{C_e C_M} \cdot \frac{R_{яJ}}{C_e C_M} \right) \cdot \\ & \cdot T_1 + 2 \cdot \left( \frac{L_{яJ}^2 J^2}{C_e^2 C_M^2} + \frac{L_{яJ}}{C_e C_M} \cdot \frac{L_1 J}{C_e C_M} \right) = 0. \end{aligned}$$

Постоянная времени  $T_3$  определяется из четвертого уравнения исходной системы:

$$T_3 = \frac{R_{яJ}}{C_e C_M} - 2T_1 - T_2.$$

После подстановки  $T_3$  в выражение для произведения  $T_2 T_3$ :

$$\frac{R_{яJ}}{C_e C_M} \cdot T_2 - 2T_1 T_2 - T_2^2 = \frac{L_{яJ}}{C_e C_M} + \frac{L_1 J}{C_e C_M} + L_1 C + 3T_1^2 - 2 \cdot \frac{R_{яJ}}{C_e C_M} \cdot T_1.$$

Таким образом, для постоянной времени  $T_2$  справедливо уравнение

$$T_2^2 - \left( \frac{R_{яJ}}{C_e C_M} - 2T_1 \right) \cdot T_2 + \frac{L_{яJ}}{C_e C_M} + \frac{L_1 J}{C_e C_M} + L_1 C + 3T_1^2 - 2 \cdot \frac{R_{яJ}}{C_e C_M} \cdot T_1 = 0.$$

Если выполняется условие

$$\frac{R_{яJ}}{C_e C_M} \cdot \left( \frac{1}{4} \cdot \frac{R_{яJ}}{C_e C_M} + T_1 \right) \geq \left( \frac{L_{яJ}}{C_e C_M} + \frac{L_1 J}{C_e C_M} + L_1 C + 2T_1^2 \right),$$

то постоянная времени  $T_2$  определяется по формуле:

$$T_2 = \left( \frac{1}{2} \cdot \frac{R_{яJ}}{C_e C_M} - T_1 \right) + \sqrt{\frac{1}{4} \cdot \frac{R_{яJ}^2 J^2}{C_e^2 C_M^2} - \frac{L_{яJ}}{C_e C_M} - \frac{L_1 J}{C_e C_M} - L_1 C - 2T_1^2 + \frac{R_{яJ}}{C_e C_M} \cdot T_1}.$$

Преобразуем уравнение для  $T_1$  в следующий вид:

$$2T_1^4 - 4 \cdot \frac{R_{яJ}}{C_e C_M} \cdot T_1^3 + 4 \cdot \frac{L_{яJ}}{C_e C_M} \cdot T_1^2 + 2 \cdot \frac{R_{я}^2 J^2}{C_e^2 C_M^2} \cdot T_1^2 -$$

$$- 4 \cdot \frac{L_{яJ}}{C_e C_M} \cdot \frac{R_{яJ}}{C_e C_M} \cdot T_1 + 2 \cdot \frac{L_{я}^2 J^2}{C_e^2 C_M^2} = \left[ \frac{R_{яJ}}{C_e C_M} \cdot T_1 - 2 \cdot \frac{L_{яJ}}{C_e C_M} \right] \cdot \frac{L_{яJ}}{C_e C_M}$$

Из полученного уравнения определяется параметр  $\frac{L_{яJ}}{C_e C_M}$ :

$$\frac{L_{яJ}}{C_e C_M} = \frac{2T_1^4 - 4 \cdot \frac{R_{яJ}}{C_e C_M} \cdot T_1^3 + 4 \cdot \frac{L_{яJ}}{C_e C_M} \cdot T_1^2 + 2 \cdot \frac{R_{я}^2 J^2}{C_e^2 C_M^2} \cdot T_1^2}{\frac{R_{яJ}}{C_e C_M} \cdot T_1 - 2 \cdot \frac{L_{яJ}}{C_e C_M}} - \frac{4 \cdot \frac{L_{яJ}}{C_e C_M} \cdot \frac{R_{яJ}}{C_e C_M} \cdot T_1 - 2 \cdot \frac{L_{я}^2 J^2}{C_e^2 C_M^2}}{\frac{R_{яJ}}{C_e C_M} \cdot T_1 - 2 \cdot \frac{L_{яJ}}{C_e C_M}}$$

Задаваясь значением постоянной времени  $T_1$  и значением индуктивности якорной цепи электропривода  $L_{я}$  определяются параметры системы: индуктивность источника питания  $L_1$ , постоянные времени  $T_2, T_3$ , ёмкость фильтра источника питания  $C$ .

В данной работе рассматривается электропривод, имеющий следующие параметры:  $C_e = 1,25 \frac{В \cdot с}{рад}$ ;  $C_M = 1,25 В \cdot с$ ;  $R_{я} = 5 Ом$ ;  $J = 0,1 кг \cdot м^2$ .

В работе выполнен численный эксперимент, результаты которого представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Результаты численного эксперимента

$L_{я}, Гн$	$T_1, с$	$L_1, Гн$	$C, Ф$	$T_2, с$	$T_3, с$
0,075	0,12	0,4	0,012	0,04	0,04
	0,118	0,40213212	0,01218776	0,050628705	0,033371295
	0,116	0,404081686	0,01235205	0,056471363	0,031528637
	0,114	0,405845257	0,012494321	0,061593032	0,030406968
	0,112	0,407419512	0,012615941	0,066362208	0,029637792
	0,11	0,40880127	0,012718206	0,0709165	0,029083499
	0,1	0,412723214	0,012979989	0,09207135	0,027928649
	0,097370341	0,412904782	0,0129904	0,097370341	0,027888973
	0,09	0,411474609	0,012918476	0,111833003	0,028166997
	0,08	0,405	0,012641975	0,130596444	0,029403556
	0,07	0,393774414	0,01224924	0,148094752	0,031905248
	0,06	0,3796875	0,011851852	0,163245553	0,036754447
	0,05	0,369580078	0,011626371	0,172048367	0,047951633
	0,049296325	0,369503627	0,011624984	0,172111027	0,049296325
	0,045	0,373571777	0,011688266	0,168619026	0,061380974
0,042	0,384760547	0,011834179	0,15716631	0,07883369	
0,04	0,4	0,012	0,12	0,12	

Точка А, изображённая на рисунке 1, соответствует параметрам системы, при которых её передаточная функция имеет четыре кратных корня:  $L_{я} = 0,1 Гн$ ;  $L_1 = 0,4 Гн$ ;  $C = 0,016 Ф$ ;  $T = 0,08 с$ .

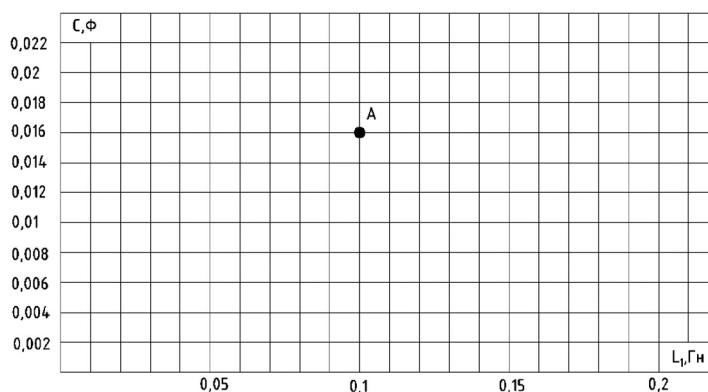
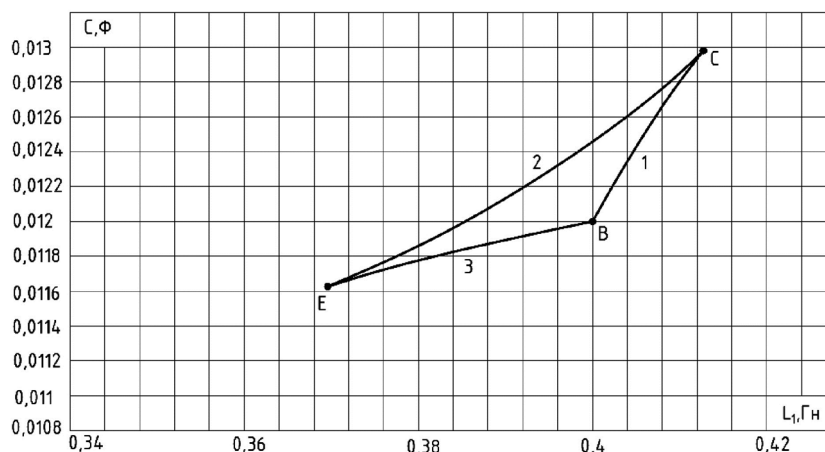


Рисунок 1 – Параметры электропривода с импульсным источником питания второго вида, при которых переходные процессы имеют апериодический вид,  $L_{я} = 0,1 Гн$

Точка В, изображённая на рисунке 2, соответствует параметрам системы, при которых её передаточная функция имеет две пары кратных корней:  $L_{я} = 0,075$  Гн;  $L_1 = 0,4$  Гн;  $C = 0,012$  Ф;  $T_1 = 0,12$  с;  $T_2 = 0,04$  с;  $T_3 = 0,04$  с.

Точка С, изображённая на рисунке 2, соответствует параметрам системы, при которых её передаточная функция имеет три кратных корня, при этом  $T_1 \geq T_2$ :  $L_{я} = 0,075$  Гн;  $L_1 = 0,412904782$  Гн;  $C = 0,01299039$  Ф;  $T_1 = 0,097370341$  с;  $T_2 = 0,097370341$  с;  $T_3 = 0,027888973$  с.

Точка Е, изображённая на рисунке 2, соответствует параметрам системы, при которых её передаточная функция имеет три кратных корня, при этом  $T_1 \leq T_2$ :  $L_{я} = 0,075$  Гн;  $L_1 = 0,369503627$  Гн;  $C = 0,01162498$  Ф;  $T_1 = 0,049296325$  с;  $T_2 = 0,172111027$  с;  $T_3 = 0,049296325$  с.



**Рисунок 2** – Область параметров электропривода с импульсным источником питания второго вида, при которых переходные процессы имеют аperiodический вид,  $L_{я} = 0,075$  Гн

На рисунке 2 представлены три кривые: № 1, № 2, № 3. Система имеет действительные корни при условии, что параметры системы находятся левее кривой № 1, ниже кривой № 2 и выше кривой № 3.

### Выводы:

Таким образом, определены области параметров электропривода с импульсным источником питания второго вида, при которых переходные процессы имеют аperiodический вид.

### Литература

1. Добробаба Ю.П., Шкерета Э.Д., Ефремов Е.А. Исследование влияния параметров источника питания первого вида на динамические характеристики электропривода // Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). – 2021. – № 4. – С. 41–45.

### References

1. Dobrobaba Yu.P., Shkereta E.D., Efremov E.A. Investigation of the influence of the parameters of the power source of the first type on the dynamic characteristics of the electric drive // Science. Engineering. Technology (polytechnical bulletin). – 2021. – №. 4. – P. 41–45.