

УДК 62

ДВУХМАССОВАЯ УПРУГАЯ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКАЯ СИСТЕМА С ТРЕМЯ КРАТНЫМИ КОРНЯМИ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ



TWO-MASS ELASTIC ELECTROMECHANICAL SYSTEM WITH THREE MULTIPLE ROOTS OF THE CHARACTERISTIC EQUATION

Добробаба Юрий Петрович

кандидат технических наук, доцент,
доцент кафедры электроснабжения
промышленных предприятий,
Кубанский государственный технологический университет

Асланова Диана Александровна

студент,
Кубанский государственный технологический университет

Печёнкин Олег Андреевич

студент,
Кубанский государственный технологический университет
pchn257@mail.ru

Аннотация. В данной статье определены параметры двухмассовой упругой электромеханической системы, при которых её передаточная функция имеет три кратных корня характеристического уравнения. Двухмассовая упругая электромеханическая система с тремя кратными корнями характеристического уравнения обеспечивает близкое к предельному быстродействию переходных процессов без перерегулирования [1].

Ключевые слова: двигатель постоянного тока, система четвертого порядка, передаточная функция, упругий валопровод.

Dobrobaba Yury Petrovich

Candidate of Technical Sciences,
Associate Professor, Associate Professor
of Department of Power Supply Industrial
Enter Prises,
Kuban State Technological University

Aslanova Diana Alexandrovna

Student,
Kuban State Technological University

Pechonkin Oleg Andreevich

Student,
Kuban State Technological University
pchn257@mail.ru

Annotation. In this article, the parameters of a DC electric drive of a two-mass system with an elastic shaft line corresponding to a transfer function with a fourfold root of the characteristic equation are determined. a two-mass elastic electromechanical system with a sixfold root of the characteristic equation provides close to the maximum speed of transients without overshoot [1].

Keywords: DC motor, fourth order system, transfer function, elastic shaft line.

Математическая модель двухмассовой упругой электромеханической системы имеет вид:

$$\begin{cases} U = C_e \omega_1 + R_{я} I_{я} + L_{я} \frac{dI_{я}}{dt}; \\ C_M I_{я} = M_y + J_1 \frac{d\omega_1}{dt}; \\ M_y = M_{co} + J_2 \frac{d\omega_2}{dt}; \\ \frac{dM_y}{dt} = C_y \cdot (\omega_1 - \omega_2). \end{cases}$$

где U – напряжение, подаваемое на якорную цепь двигателя; C_e – коэффициент пропорциональности между угловой скоростью двигателя и ЭДС двигателя; ω_1 – угловая скорость двигателя; $R_{я}$ – сопротивление якорной цепи двигателя; $L_{я}$ – индуктивность якорной цепи двигателя; $I_{я}$ – ток якорной цепи двигателя; C_M – коэффициент пропорциональности между током и моментом электродвигателя; M_y – момент в валопроводе между двигателем и редуктором; J_1 – момент инерции двигателя; M_{co} – момент сопротивления; J_2 – момент инерции рабочего механизма; ω_2 – угловая скорость рабочего механизма; C_y – коэффициент упругости валопровода.

Передаточная функция для двухмассовой упругой электромеханической системы имеет вид:

$$\frac{\omega_2(p)}{U(p)} = \frac{1}{C_e} \cdot \frac{1}{B_4 p^4 + B_3 p^3 + B_2 p^2 + B_1 p + 1}, \quad (1)$$

где

$$B_1 = \frac{R_\pi(J_1+J_2)}{C_e C_M}; \quad B_2 = \frac{L_\pi(J_1+J_2)}{C_e C_M} + \frac{J_2}{C_y};$$

$$B_3 = \frac{R_\pi J_1 J_2}{C_e C_M C_y}; \quad B_4 = \frac{L_\pi J_1 J_2}{C_e C_M C_y}.$$

Передаточная функция системы четвертого порядка с трехкратными корнями характеристического уравнения имеет вид:

$$W_{40}(p) = \frac{1}{(T_1 p + 1)^3 (T_2 p + 1)}, \quad (2)$$

где T_1, T_2 – постоянные времени полинома знаменателя передаточной функции четвертого порядка.

Приравняв (1) и (2), получим систему уравнений (3–6):

$$\frac{L_\pi J_1 J_2}{C_e C_M C_y} = T_1^3 T_2; \quad (3)$$

$$\frac{R_\pi J_1 J_2}{C_e C_M C_y} = T_1^3 + 3 T_1^2 T_2; \quad (4)$$

$$\frac{L_\pi(J_1+J_2)}{C_e C_M} + \frac{J_2}{C_y} = 3 T_1^2 + 3 T_1 T_2; \quad (5)$$

$$\frac{R_\pi(J_1+J_2)}{C_e C_M} = 3 T_1 + T_2. \quad (6)$$

Так как число неизвестных больше числа независимых уравнений системы, то решение такой системы уравнений не может быть найдено аналитически.

Из уравнения (6) получим:

$$T_2 = \frac{R_\pi(J_1+J_2)}{C_e C_M} - 3 T_1. \quad (7)$$

Из уравнений (4) и (7) получим:

$$\frac{J_2}{C_y} = 3 \cdot \frac{J_1+J_2}{J_1} \cdot T_1^2 - 8 \cdot \frac{C_e C_M}{R_\pi J_1} \cdot T_1^3. \quad (8)$$

Из уравнений (3) и (4) получим:

$$\frac{L_\pi}{R_\pi} = \frac{\frac{R_\pi(J_1+J_2)}{C_e C_M} - 3 T_1}{3 \cdot \frac{R_\pi(J_1+J_2)}{C_e C_M} - 8 T_1} \cdot T_1. \quad (9)$$

Из уравнений (6), (8) и (9) получим:

$$T_1^3 - \frac{3}{4} \cdot \frac{R_\pi(2J_1+J_2)}{C_e C_M} \cdot T_1^2 + \frac{3}{64} \cdot \frac{R_\pi(16J_1+3J_2)}{C_e C_M} \cdot \frac{R_\pi(J_1+J_2)}{C_e C_M} \cdot T_1 - \frac{1}{8} \cdot \frac{R_\pi J_1}{C_e C_M} \cdot \frac{R_\pi^2(J_1+J_2)^2}{C_e^2 C_M^2} = 0. \quad (10)$$

Полученные уравнения (7-10) позволяют получить зависимости $T_1 = f(J_1)$, $T_2 = f(J_1)$, $C_y = f(J_1)$, $L_\pi = f(J_1)$.

Рассмотрим трехмассовую упругую электромеханическую систему с параметрами $C_e = 1,25 \frac{В \cdot с}{рад}$, $C_M = 1,25 В \cdot с$, $R_\pi = 5 Ом$, $J_2 = 0,08 кг \cdot м^2$. Определим варьируемые параметры двухмассовой упругой электромеханической системы, при которых её передаточная функция имеет три кратных корня характеристического уравнения.

Граничное значение момента инерции электродвигателя при $T_1 = T_2$, равно:

$$J_{1max} = \frac{1}{4} J_2 = \frac{1}{4} \cdot 0,08 = 0,02 кг \cdot м^2.$$

Решим уравнение (10) методом Д.Кардана для значений момента инерции электродвигателя $0 < J_1 \leq 0,02 кг \cdot м^2$. Полученные значения постоянной времени подставим в (7–9). Результаты расчета приведены для варианта $T_1 \geq T_2$ таблице 1, для варианта $T_1 \leq T_2$ таблице 2.

Таблица 1 – Результаты расчета для варианта $T_1 \geq T_2$

| J_1 | T_1 | T_2 | $L_{я}$ | C_y | T_M |
|---------------------|------------|------------|------------|-------------------------|--------|
| кг · м ² | с | с | Гн | $\frac{Н \cdot м}{рад}$ | с |
| 0,010 | 0,096 | 0 | 0 | 2,89351851 | 0,288 |
| 0,011 | 0,09596195 | 0,00331412 | 0,00263610 | 2,88749138 | 0,2912 |
| 0,012 | 0,09583674 | 0,00688975 | 0,00564240 | 2,87083824 | 0,2944 |
| 0,013 | 0,09560433 | 0,01078698 | 0,00910874 | 2,84535151 | 0,2976 |
| 0,014 | 0,0952380 | 0,01508597 | 0,01315832 | 2,81244228 | 0,3008 |
| 0,015 | 0,09469996 | 0,01990009 | 0,01796892 | 2,77321514 | 0,304 |
| 0,016 | 0,09393286 | 0,02540140 | 0,02381482 | 2,72851176 | 0,3072 |
| 0,017 | 0,09284074 | 0,03187775 | 0,03116068 | 2,67892244 | 0,3104 |
| 0,018 | 0,09123720 | 0,03988839 | 0,04091897 | 2,62474471 | 0,3136 |
| 0,019 | 0,08864179 | 0,05087460 | 0,05546260 | 2,56578947 | 0,3168 |
| 0,020 | 0,08 | 0,08 | 0,1 | 2,5 | 0,32 |

Таблица 2 – Результаты расчета для варианта $T_1 \leq T_2$

| J_1 | T_1 | T_2 | $L_{я}$ | C_y | T_M |
|---------------------|------------|------------|------------|-------------------------|--------|
| кг · м ² | с | с | Гн | $\frac{Н \cdot м}{рад}$ | с |
| 0,010 | 0,03043078 | 0,19670765 | 0,04823085 | 4,45486318 | 0,288 |
| 0,011 | 0,03379759 | 0,18980722 | 0,05317325 | 4,08682423 | 0,2912 |
| 0,012 | 0,03726048 | 0,18261853 | 0,05814620 | 3,78165635 | 0,2944 |
| 0,013 | 0,04083814 | 0,17508557 | 0,06315345 | 3,52502478 | 0,2976 |
| 0,014 | 0,04455617 | 0,16713147 | 0,06819975 | 3,30673083 | 0,3008 |
| 0,015 | 0,04845149 | 0,15864551 | 0,07329126 | 3,11934975 | 0,304 |
| 0,016 | 0,05258073 | 0,14945778 | 0,07843633 | 2,95739039 | 0,3072 |
| 0,017 | 0,05703924 | 0,13928226 | 0,08364696 | 2,81677359 | 0,3104 |
| 0,018 | 0,06201292 | 0,12756121 | 0,08894204 | 2,69453730 | 0,3136 |
| 0,019 | 0,06798179 | 0,11285462 | 0,09435667 | 2,58880308 | 0,3168 |
| 0,020 | 0,08 | 0,08 | 0,1 | 2,5 | 0,32 |

Полученные зависимости $T_1 = f(J_1)$, $T_2 = f(J_1)$, $C_y = f(J_1)$, $L_{я} = f(J_1)$ представлены на рисунках 1–3.

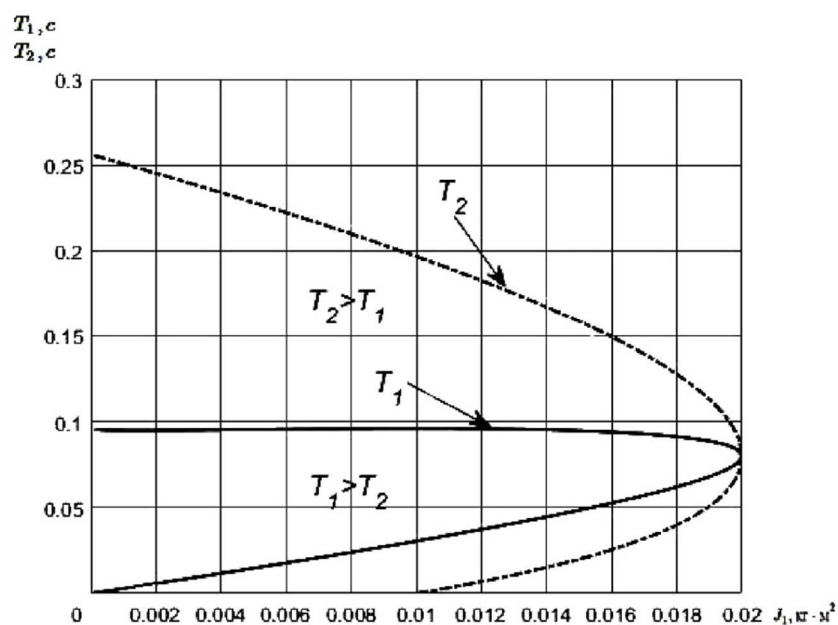


Рисунок 1 – Зависимость постоянных времени от выбранного момента инерции электродвигателя двухмассовой упругой электромеханической системы с тремя кратными корнями характеристического уравнения

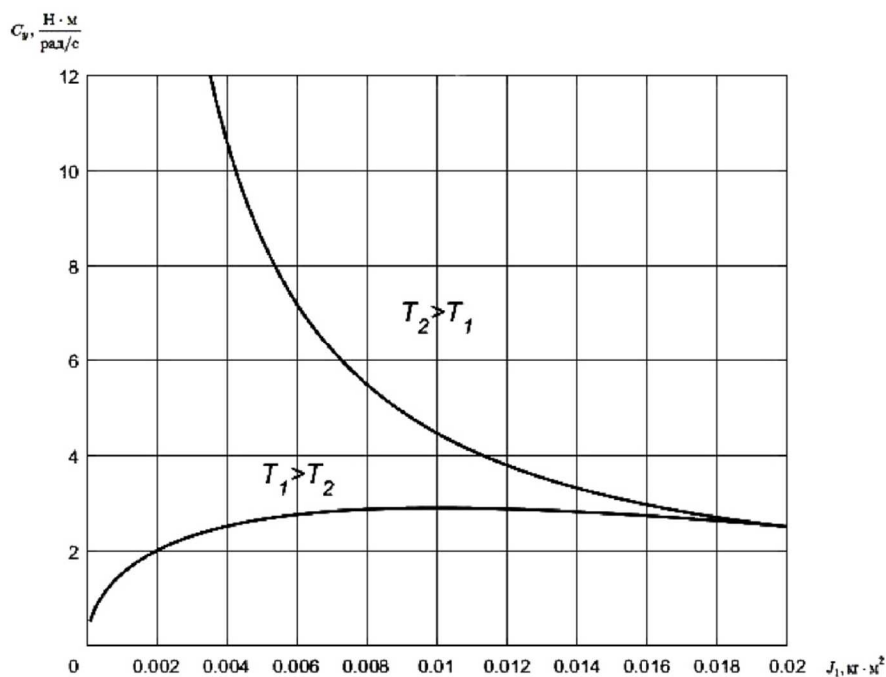


Рисунок 2 – Зависимость коэффициента упругости валопровода от выбранного момента инерции электродвигателя двухмассовой упругой электромеханической системы с тремя кратными корнями характеристического уравнения

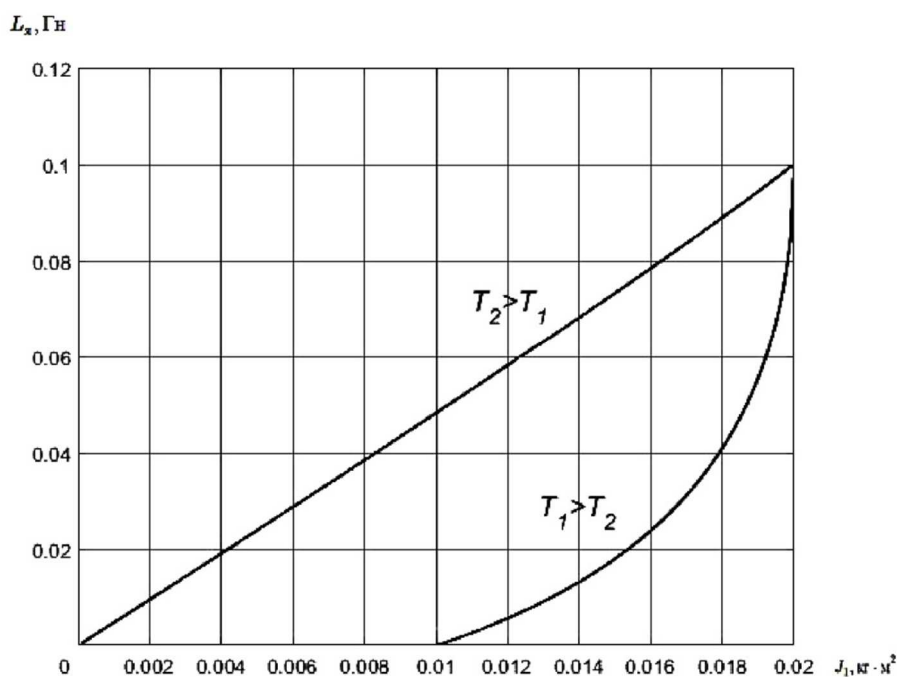


Рисунок 3 – Зависимость индуктивности якорной цепи от выбранного момента инерции электродвигателя двухмассовой упругой электромеханической системы с тремя кратными корнями характеристического уравнения

Переходная характеристика системы четвертого порядка с тремя кратными корнями имеет вид:

$$h_{40}(t) = -\frac{T_1(T_1^2 - 3T_1T_2 + 3T_2^2)}{(T_1 - T_2)^3} \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} - \frac{T_1 - 2T_2}{(T_1 - T_2)^2} \cdot t \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} - \frac{1}{2T_1(T_1 - T_2)} \cdot t^2 \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} + \frac{T_2^3}{(T_1 - T_2)^3} \cdot e^{-\frac{t}{T_2}} + 1.$$

Полученная переходная характеристика изображена на рисунке 4.

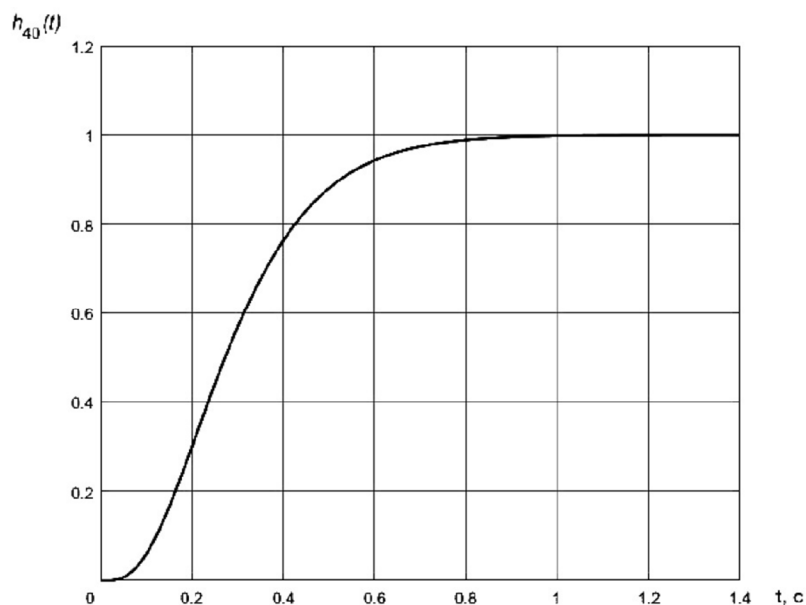


Рисунок 4 – Переходная характеристика двухмассовой упругой электромеханической системы с тремя кратными корнями характеристического уравнения

Вывод: Определены параметры двухмассовой упругой электромеханической системы соответствующие передаточной функции с тремя кратными корнями характеристического уравнения. Определена переходная характеристика двухмассовой упругой электромеханической системы с тремя кратными корнями характеристического уравнения.

Литература

1. Добробаба Ю.П., Мурлин А.Г., Серкин А.Д., Анализ переходных характеристик систем четвертого порядка с кратными корнями характеристического уравнения // Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). – 2019. – № 1. – С. 417–422.

References

1. Dobrobaba Yu.P., Murlin A.G., Serkin A.D. The analysis of transitional features of the system of the fourth order with multiple roots of the characteristic equation // Science. Engineering. Technology (polytechnical bulletin). – 2019. – № 1. – P. 417–422.