

УДК 62

**ДВУХМАССОВАЯ УПРУГАЯ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКАЯ СИСТЕМА
С ЧЕТЫРЬМА КРАТНЫМИ КОРНЯМИ
ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ**



**TWO-MASS ELASTIC ELECTROMECHANICAL SYSTEM
WITH FOUR MULTIPLE ROOTS OF THE CHARACTERISTIC EQUATION**

Добробаба Юрий Петрович

кандидат технических наук, доцент,
доцент кафедры электроснабжения
промышленных предприятий,
Кубанский государственный технологический университет

Асланова Диана Александровна

студент,
Кубанский государственный технологический университет

Печёнкин Олег Андреевич

студент,
Кубанский государственный технологический университет
pchn257@mail.ru

Аннотация. В данной статье определены параметры двухмассовой упругой электромеханической системы, при которых её передаточная функция имеет четыре кратных корня характеристического уравнения. Двухмассовая упругая электромеханическая система с кратными корнями характеристического уравнения обеспечивает предельное быстродействие переходных процессов без перерегулирования [1].

Ключевые слова: двигатель постоянного тока, система четвертого порядка, передаточная функция, упругий валопровод.

Dobrobaba Yury Petrovich

Candidate of Technical Sciences,
Associate Professor, Associate Professor
of Department of Power Supply Industrial
Enter Prises,
Kuban State Technological University

Aslanova Diana Alexandrovna

Student,
Kuban State Technological University

Pechonkin Oleg Andreevich

Student,
Kuban State Technological University
pchn257@mail.ru

Annotation. In this article, the parameters of a two-mass elastic electromechanical system are determined, in which its transfer function has four multiple roots of the characteristic equation. A two-mass elastic electromechanical system with multiple roots of the characteristic equation provides the maximum speed of transients without overshoot [1].

Keywords: DC motor, fourth order system, transfer function, elastic shaft line.

Математическая модель двухмассовой упругой электромеханической системы имеет вид:

$$\begin{cases} U = C_e \omega_1 + R_{я} I_{я} + L_{я} \frac{dI_{я}}{dt}; \\ C_M I_{я} = M_y + J_1 \frac{d\omega_1}{dt}; \\ M_y = M_{co} + J_2 \frac{d\omega_2}{dt}; \\ \frac{dM_y}{dt} = C_y \cdot (\omega_1 - \omega_2). \end{cases}$$

где U – напряжение, подаваемое на якорную цепь двигателя; C_e – коэффициент пропорциональности между угловой скоростью двигателя и ЭДС двигателя; ω_1 – угловая скорость двигателя; $R_{я}$ – сопротивление якорной цепи двигателя; $L_{я}$ – индуктивность якорной цепи двигателя; $I_{я}$ – ток якорной цепи двигателя; C_M – коэффициент пропорциональности между током и моментом электродвигателя; M_y – момент в валопроводе между двигателем и редуктором; J_1 – момент инерции двигателя; M_{co} – момент сопротивления; J_2 – момент инерции рабочего механизма; ω_2 – угловая скорость рабочего механизма; C_y – коэффициент упругости валопровода.

Передаточная функция для двухмассовой упругой электромеханической системы имеет вид:

$$\frac{\omega_2(p)}{U(p)} = \frac{1}{C_e} \cdot \frac{1}{B_4 p^4 + B_3 p^3 + B_2 p^2 + B_1 p + 1}, \quad (1)$$

где

$$B_1 = \frac{R_{я}(J_1 + J_2)}{C_e C_M}; B_2 = \frac{L_{я}(J_1 + J_2)}{C_e C_M} + \frac{J_2}{C_y}; B_3 = \frac{R_{я} J_1 J_2}{C_e C_M C_y}; B_4 = \frac{L_{я} J_1 J_2}{C_e C_M C_y}.$$

Передаточная функция системы четвертого порядка с четырьмя кратными корнями характеристического уравнения имеет вид:

$$W_{40}(p) = \frac{1}{(Tp+1)^4};$$

или

$$W_{40}(p) = \frac{1}{T^4 p^4 + 4T^3 p^3 + 6T^2 p^2 + 4Tp + 1}, \quad (2)$$

где T – постоянная времени полинома знаменателя передаточной функции четвертого порядка.

Приравняв (1) и (2), получим систему уравнений (3–6):

$$\frac{L_{я} J_1 J_2}{C_e C_M C_y} = T^4; \quad (3)$$

$$\frac{R_{я} J_1 J_2}{C_e C_M C_y} = 4T^3; \quad (4)$$

$$\frac{L_{я}(J_1 + J_2)}{C_e C_M} + \frac{J_2}{C_y} = 6T^2; \quad (5)$$

$$\frac{R_{я}(J_1 + J_2)}{C_e C_M} = 4T. \quad (6)$$

Из уравнений (3) и (4) получим:

$$\frac{L_{я}}{R_{я}} = \frac{1}{4} T. \quad (7)$$

Из уравнений (5), (6) и (7) получим:

$$\frac{J_2}{C_y} = 5T^2. \quad (8)$$

Из уравнений (4) и (8) получим:

$$\frac{R_{я} J_1}{C_e C_M} = \frac{4}{5} T. \quad (9)$$

Из уравнений (6) и (9) получим:

$$\frac{R_{я} J_2}{C_e C_M} = \frac{16}{5} T. \quad (10)$$

Из уравнений (9) и (10) получим:

$$J_1 = \frac{1}{4} J_2. \quad (11)$$

Из уравнений (6) и (11) получим:

$$T = \frac{5}{16} \cdot \frac{R_{я} J_2}{C_e C_M}. \quad (12)$$

Из уравнений (5), (8) и (11) получим:

$$L_{я} = \frac{5}{64} \cdot \frac{R_{я}^2 J_2}{C_e C_M}. \quad (13)$$

Из уравнений (8) и (12) получим:

$$C_y = \frac{256}{125} \cdot \frac{C_e^2 C_M^2}{R_{я}^2 J_2}. \quad (14)$$

Электромеханическая постоянная времени равна:

$$T_M = \frac{R_{я}(J_1 + J_2)}{C_e C_M}. \quad (15)$$

Рассмотрим трехмассовую упругую электромеханическую систему с параметрами $C_e = 1,25 \frac{\text{В}\cdot\text{с}}{\text{рад}}$, $C_M = 1,25 \text{ В}\cdot\text{с}$, $R_{я} = 5 \text{ Ом}$, $J_2 = 0,08 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$. Определим варьируемые параметры двухмассовой упругой электромеханической системы, при которых её передаточная функция имеет четыре кратных корня характеристического уравнения.

$$J_1 = \frac{1}{4} J_2 = \frac{1}{4} \cdot 0,08 = 0,02 \text{ кг}\cdot\text{м}^2;$$

$$L_{я} = \frac{5}{64} \cdot \frac{R_{я}^2 J_2}{C_e C_M} = \frac{5}{64} \cdot \frac{5^2 \cdot 0,08}{1,25 \cdot 1,25} = 0,1 \text{ Гн};$$

$$C_y = \frac{256}{125} \cdot \frac{C_e^2 C_M^2}{R_{я}^2 J_2} = \frac{256}{125} \cdot \frac{1,25^2 \cdot 1,25^2}{5^2 \cdot 0,08} = 2,5 \frac{\text{Н}\cdot\text{м}}{\text{рад}}$$

$$T = \frac{5}{16} \cdot \frac{R_{я} J_2}{C_e C_M} = \frac{5}{16} \cdot \frac{5 \cdot 0,08}{1,25 \cdot 1,25} = 0,08 \text{ с};$$

$$T_M = \frac{R_{я}(J_1 + J_2)}{C_e C_M} = \frac{5}{1,25 \cdot 1,25} \cdot (0,08 + 0,02) = 0,32 \text{ с};$$

$$J = J_1 + J_2 = 0,08 + 0,02 = 0,1 \text{ кг}\cdot\text{м}^2.$$

Согласно работе [1], переходная характеристика системы четвертого порядка с четырьмя кратными корнями имеет вид:

$$h_{40}(t) = -1 \cdot e^{-\frac{t}{T}} - \frac{1}{T} \cdot t \cdot e^{-\frac{t}{T}} - \frac{1}{2T^2} \cdot t^2 \cdot e^{-\frac{t}{T}} - \frac{1}{6T^3} \cdot t^3 \cdot e^{-\frac{t}{T}} + 1.$$

Полученная переходная характеристика изображена на рисунке 1.

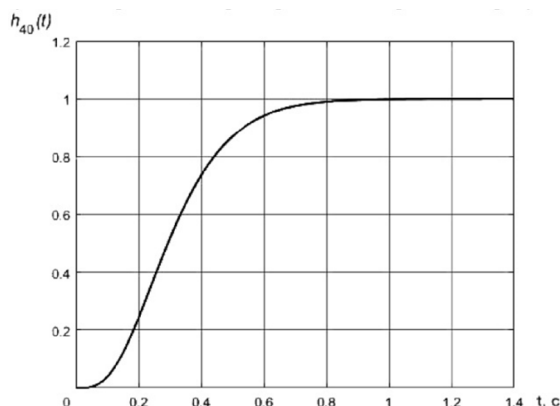


Рисунок 1 – Переходная характеристика двухмассовой упругой электромеханической системы с кратными корнями характеристического уравнения

Вывод: Определены параметры двухмассовой упругой электромеханической системы соответствующие передаточной функции с четырьмя кратными корнями характеристического уравнения. Определена переходная характеристика двухмассовой упругой электромеханической системы с четырьмя кратными корнями характеристического уравнения.

Литература

1. Добробаба Ю.П., Мурлин А.Г., Серкин А.Д., Анализ переходных характеристик систем четвертого порядка с кратными корнями характеристического уравнения // Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). – 2019. – № 1. – С. 417–422.

References

1. Dobrobaba Yu.P., Murlin A.G., Serkin A.D., The analysis of transitional features of the system of the fourth order with multiple roots of the characteristic equation // Science. Engineering. Technology (polytechnical bulletin). – 2019. – № 1. – P. 417–422.