

**ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕНИЯ ДЕЙСТВУЮЩИЙ
НА ВОДООТДЕЛЯЮЩУЮ КОЛОННУ ПРОБУРЕННЫХ
С ПОЛУПОГРУЖНЫХ БУРОВЫХ УСТАНОВКАХ**



**INVESTIGATION OF STRESS ACTING
ON THE RISER OF SEMI-SUBMERSIBLE DRILLING RIGS**

Ибрагимов Рафик Салман оглы

к.т.н., доцент,
кафедра «Нефтегазовая инженерия»
Азербайджанский государственный
университет нефти и промышленности

Бахшалиева Ширин Октай кызы

доктор философии,
кафедра «Нефтегазовая инженерия»
Азербайджанский государственный
университет нефти и промышленности
bahshaliyeva@mail.ru

Ибрагимов Заур Рафик оглы

магистр,
кафедра «Нефтегазовая инженерия»
Азербайджанский государственный
университет нефти и промышленности

Аннотация. Статье указано, что водоотделяющая колонна (райзер) не может быть рассмотрена как балка, которая, как известно, работает, в основном, на изгиб. Вследствие большого соотношения длины к высоте райзера при ощутимой поперечной нагрузке кривизна оси райзера становится сравнимой с его гибкостью. Вследствие отмеченных особенностей к расчету райзера нельзя применить обычные формулы сопротивления материалов, основанные на гипотезе плоских сечений и отсутствии нормальных напряжений в площадях, параллельных оси балки. Предложен, что для расчета райзера можно использовать теорию Кармана-Киргофа, основанную на более точных и общих допущениях.

Ключевые слова: водоотделяющая колонна, деформация, нагрузка, уравнение, прогиб стержня, коэффициент.

Ibrahimov Rafik Salman

Dosent,
«Oil and Qaz Engineering» Department,
Azerbaijan State Oil and
Industrial University

Bakhshaliyeva Shirin Oktay

PhD,
«Oil and Qaz Engineering» Department,
Azerbaijan State Oil and
Industrial University
bahshaliyeva@mail.ru

Ibragimov Zaur Rafik

Magistr,
«Oil and Qaz Engineering» Department,
Azerbaijan State Oil and
Industrial University

Annotation. The article states that the riser cannot be considered as a beam, which, as you know, works mainly in bending. Due to the high ratio of the length to the height of the riser with a noticeable lateral load, the curvature of the riser axis becomes comparable to its flexibility. Due to the noted features, it is impossible to apply the usual formulas for the strength of materials based on the hypothesis of flat sections and the absence of normal stresses in areas parallel to the beam axis to the calculation of the riser. It is proposed that the Karman-Kirgoff theory, based on more precise and general assumptions, can be used to calculate the riser.

Keywords: riser, deformation, load, equation, rod deflection, coefficient

Введение. Водоотделяющая колонна (райзер) не может быть рассмотрена как балка, которая, как известно, работает, в основном, на изгиб. Вследствие большого соотношения длины к высоте райзера при ощутимой поперечной нагрузке кривизна оси райзера становится сравнимой с его гибкостью d / l^2 , где d – диаметр стержня, а l – его пролет. Это ведет помимо появления изгибающих напряжений к появлению значительных растягивающих сил [1, 2, 3].

Постановка работы. Вследствие отмеченных особенностей к расчету райзера нельзя применить обычные формулы сопротивления материалов, основанные на гипотезе плоских сечений и отсутствии нормальных напряжений в площадях, параллельных оси балки. Для расчета такого райзера необходимо применить более точные методы, учитывающие вышеуказанную ограниченность формул сопротивление материалов.

Результаты и обсуждение. Для расчета райзера можно использовать теорию Кармана-Киргофа, основанную на более точных и общих допущениях.

1. Райзер имеет столь малые поперечные размеры, что совокупность точек, лежащих на одной прямой перпендикулярной к срединной плоскости райзера до деформации, остается нормальной к срединной плоскости после деформации [4].

2. Нормальными напряжениями в плоскостях параллельных срединной поверхности по сравнению с другими напряжениями можно пренебречь:

Основываясь на указанных допущениях, в фундаменте которых лежит так называемая гипотеза прямых нормалей, и на некоторых менее значительных упрощениях, Карманом было выведено общее уравнение деформации в применении к пластинам и балкам-полоскам. Можно положить в этих уравнениях члены, зависящие от одной из координат, равным нулю, т.е. считать, что деформация в поперечном направлении райзера отсутствует. Это является следствием весьма малых поперечных размеров райзера по сравнению с его длиной и практически ничтожных деформация, и следовательно, напряжения, возникающих в поперечном направлении райзера.

В этом случае система уравнений Кармана запишется в следующем виде:

$$\begin{cases} EJ \frac{\partial^4 \omega}{\partial x^4} = q(x) + T \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} \\ \frac{\partial U}{\partial x} = \frac{T}{EF} - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \omega}{\partial x} \right)^2 \end{cases} \quad (1) \text{ и } (2)$$

Здесь приняты следующие обозначения:

J – момент инерции поперечного сечения стержня;

E – модуль упругости материала стержня;

q(x) – поперечная внешняя нагрузка на стержень;

T – продольная растягивающая сила в стержне;

ω – прогиб стержня;

F – площадь поперечного сечения стержня;

x – абсцисса поперечного сечения стержня;

U – перемещение точек срединного слоя стержня.

Граничные условия задачи для случая свободно опертого на неподвижные опоры стержня следующие:

При $x = 0$ и $x = l$

$$\omega = 0, M_{x=0} = M_{x=l} = -EJ \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} = 0, U = 0$$

Интегрирование системы дифференциальных уравнений (1) и (2) представляет определенное затруднение вследствие наличия нелинейных членов. Решение этих уравнений можно получить при использовании лишь различных приближенных способов. Применим для этой цели метод решения в рядах, т.е. ищем решение не в замкнутом виде, а в форме тригонометрического ряда.

$$\omega = \sum_{k=1}^{\infty} a_k \sin \frac{k\pi x}{l}$$

где a_k – неизвестные постоянные ряда.

Все члены этого ряда удовлетворяют граничным условиям.

Разложим нагрузку q(x) также в тригонометрические ряды. В ранее приведенном исследовании нами принята нагрузка, соответствующая схеме рисунка 1.

Имеется треугольная нагрузка от колебания $q_1(x) = q_1^0 \frac{x}{l}$, идущая вдоль всего стержня; треугольная нагрузка от волнения $q_2(x) = II_c \frac{x-c}{1-c} q_2^0$, идущая на ограниченном верхнем участке стержня; равномерно распределенная нагрузка от течения $q_4(x) = q_4^0$.

Удерживая в рядах лишь члены соответствующие нечетным значениям индекса к запишем функции q(x) в виде рядов:

$$q_1 = \sum_k^{1,3,5} a_{1k} \sin \frac{k\pi x}{l};$$

$$q_2 = \sum_k^{1,3,5} a_{2k} \sin \frac{k\pi x}{l};$$

$$q_4 = \sum_k^{1,3,5} a_{3k} \sin \frac{k\pi x}{l}.$$

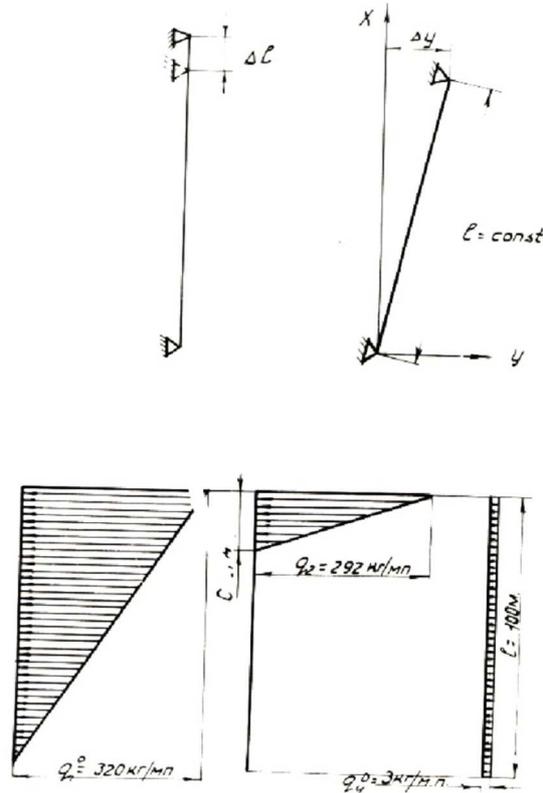


Рисунок 1

Коэффициенты ряда a_{ik} определены путем интегрирования соответствующих функций для внешней нагрузки $q(x)$ (коэффициенты Фурье) по известному выражению:

$$a_{ik} = \frac{2}{l} \int_0^l q(x) \sin \frac{k\pi x}{l} dx.$$

После выполнения интегрирования получим:

$$a_{1k} = \frac{4}{k\pi} q_1^0; \quad a_{4k} = \frac{4}{k\pi} q_4^0;$$

$$a_{2k} = \frac{2q_2^0}{(1-c)k\pi} \left(1 - c - \frac{1}{k\pi} \sin \frac{k\pi c}{l} \right).$$

Если подставить значение ω в форме ряда в уравнение (1) получим:

$$\frac{dU}{dx} = \frac{T}{EF} - \frac{\pi^2}{2l^2} \sum_k^{1,3,5} k^2 a_k^2 \cos \frac{k\pi x}{l}. \quad (3)$$

Проинтегрировав это уравнение (3), получим:

$$U = \frac{T}{EF} x - \frac{\pi^2}{2l^2} \sum_k^{1,3,5} k^2 a_k^2 \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{4k\pi} \sin \frac{2k\pi x}{l} \right)$$

Используя граничное условие $x = l, u = 0$.

$$0 = \frac{T}{EF} l - \frac{\pi^2 l}{4l^2} \sum_k^{1,3,5} k^2 a_k^2$$

Откуда можно получить значение T

$$T = \frac{\pi^2 EF}{4l^2} \sum_k^{1,3,5} k^2 a_k^2$$

Если теперь в уравнение (1) подставить значения ω и $q(x)$ в рядах, а также полученное значение для T , то уравнение (1) получим:

$$\sum_k^{1,3,5} \left[D \left(\frac{k\pi}{l} \right)^4 a_k + \frac{EF}{4} a_k^3 \left(\frac{k\pi}{l} \right)^4 \right] \sin \frac{k\pi x}{l} =$$

$$= \sum_k^{1,3,5} \left[\frac{4}{k\pi} q_1^0 + \frac{2q_2^0}{(1-c)k\pi} \left(1 - c - \sin \frac{k\pi c}{l} \cdot \frac{1}{k\pi} \right) + \frac{4}{k\pi} q_4^0 \right] \sin \frac{k\pi x}{l}.$$

Что может иметь место при всяком X лишь в случае, если при всяком K будет:

$$D\left(\frac{k\pi}{l}\right)^4 a_k + \frac{EF}{4} \left(\frac{k\pi}{l}\right)^4 a_k^3 = \frac{4}{k\pi} q_1^0 + \frac{2q_2^0}{(1-c)k\pi} \left(1 - c - \sin \frac{k\pi c}{l} \cdot \frac{1}{k\pi}\right) + \frac{4}{k\pi} q_4^0. \quad (4)$$

Путем решения этого кубического уравнения относительно неизвестной постоянной a_k можно ее определить для любого значения k . После определения постоянных a_k по формуле (4) можно определить величину растягивающей силы T с любой степенью точности.

Если подставить в выражение для изгибающего момента $M = -EJ \frac{\partial^2 \omega}{dx^2}$ выражение для ω в форме ряда, то получим:

$$M = \sum_k^{1,3,5} EJ \left(\frac{k\pi}{l}\right)^2 a_k \sin \frac{k\pi x}{l}$$

Изгибающий момент можно также вычислить по известным a_k с любой степенью точности.

Практические вычисления показывают, что ряд быстро сходится, и для получения достаточно высокой степени точности достаточно трех членов ряда, а для приближенных расчетов и одного члена разложения.

Приведем другое приближенное решение. Выражение для ω имеем в форме синусоиды в замкнутом виде

$$\omega = f \sin \frac{\pi x}{l},$$

где f – коэффициент, который необходимо отыскать.

Подставляя выбранное нами выражение упругой линии в уравнение (2) получим:

$$\frac{dU}{dx} = \frac{T}{EF} - \frac{1}{2} \frac{\pi^2}{l^2} f^3 \cos^2 \frac{\pi x}{l}$$

По аналогии с предыдущим проинтегрируем это уравнение для определения U :

$$U = \frac{T_k}{EF} x - \frac{1}{2} \frac{\pi^2}{l^2} f^2 \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{4\pi} \sin \frac{2\pi x}{l} \right)$$

Используя граничное условие задачи при $x = l$ и $u = 0$, получим:

$$T = \frac{\pi^2 f^2 EF}{4l^2}$$

Подставив полученное значение T , принятое ранее значение ω и q в общее уравнение изгиба (1), получим:

$$\left[EJ \left(\frac{\pi}{l}\right)^4 f + \frac{EF}{4} \left(\frac{\pi}{l}\right)^4 f^3 \right] \sin \frac{\pi x}{l} = q(x). \quad (5)$$

Из этого уравнения видно, что при принятом выражении ω нагрузка $q(x)$ распределена вдоль стержня по синусоидальному закону при любом значении f . Действительный же характер нагрузки вдоль стержня выражается зависимостью, далекой от синусоиды:

$$q(x) = \frac{x}{l} q_1^0 + \parallel_c \frac{x-c}{l-c} q_2^0 + q_4^0$$

В связи с этим, если полагать $q(x)$ изменяющимся по действительному закону, то невозможно точно удовлетворить уравнению (5) при выбранном выражении для прогибов ω . Однако в этом случае можно воспользоваться принципом равенства работ при перемещении внешних сил на деформации (прогибе). Можно подобрать величину f в формулу (5) таким образом, чтобы заданная нагрузка и теоретическая, соответствующая прогибу ω , производили на перемещении одинаковую работу. Для этого необходимо приравнять работу нагрузки, соответствующей левой части равенства (5) с работой нагрузки соответствующей действительному ее характеру на одинаковом перемещении, определяемом равенством:

$$\omega = f \sin \frac{\pi x}{l}.$$

Для чего необходимо проинтегрировать эту работу вдоль всего стержня и приравнять интегралы:

$$\int_0^1 \left[EJ \left(\frac{\pi}{l} \right)^4 + \frac{EF}{4} \left(\frac{\pi}{l} \right)^4 f^3 \right] f \sin^2 \frac{\pi x}{l} = \int_0^1 \left(q_1^0 + \mu_c \frac{x-c}{l-c} q_2^0 + q_4^0 \right) f \sin \frac{\pi x}{l}.$$

Выполняя интегрирование, получим:

$$\frac{EF\pi^4}{4l^2} f^3 + \frac{EF\pi^4}{l^4} f = \frac{4q_1^0}{\pi} + \frac{2q_2^0}{(l-c)\pi} \left(l - c - \frac{1}{\pi} \sin \frac{\pi c}{l} \right) + \frac{4}{\pi} q_4^0. \quad (6)$$

Решая это уравнение относительно f , получим значение этой неизвестной. Следует заметить, что последнее уравнение (6) имеет всегда вещественный положительный корень.

Выводы. Для вычисления напряжений можно воспользоваться следующими выражениями, полученными на основании предыдущих формул.

Изгибающие напряжения в стержне

$$\sigma_{из} = ERf \frac{\pi^2}{l^2} \sin \frac{\pi x}{l}.$$

Цепные напряжения в стержне

$$\sigma_{цеп} = \frac{\pi^2 f^2 E}{4l^2},$$

где R – радиус поперечного сечения стержня.

Результат, полученный для случая решения в замкнутом виде, не отличается от первого приближения при решении в рядах.

Литература

1. Impact of Wind / Wave Misalignment in the Loads Analysis of a Floating Wind Turbine (poster) / L. Barj [et al.] // WINDPOWER. – Chicago, IL, May 5–8. – 2013.
2. Wind / Wave Misalignment in the Loads Analysis of a Floating Offshore Wind Turbine / L. Barj [et al.] // In the Proceedings of AIAA SciTech 2014 National Harbor, Maryland January 13–17. – 2014.
3. WindWave Misalignment Effects on Floating Wind Turbines: Motions and Tower Load Effects / E. Bachynski [et al.] // Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering. – 2014. – Vol. 136 / 041902-1.
4. Fully Coupled Three-Dimensional Dynamic Response of a Tension-Leg Platform Floating Wind Turbine in Waves and Wind / G.K.V. Ramachandran [et al.] // Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering. – 2014. – Vol. 136 / 020901-1.
5. Model Experiment of a SPAR Type Offshore Wind Turbine in Storm Condition / K. Kokubun [et al.] // Ocean Space Utilization; Ocean Renewable Energy. – 2012/ – Vol. 7. – P. 569. – DOI :10.1115/OMAE2012-83993, ASME
6. Dynamic Analysis of a Floating Offshore Wind Turbine Under Extreme Environmental Conditions / T. Utsunomiya [et al.] // Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering. – 2014. – Vol. 136 / 020904-1.
7. Jonkman B., Jonkman J. FAST v8.16.00a-bjj // NREL. – 2016.
8. Offshore Code Comparison Collaboration Within IEA Wind Task 23: Phase IV Results Regarding Floating Wind Turbine Modeling / J. Jonkman [et al.] // Proceedings of the European Wind Energy Conference EWEC2010. – Warsaw, Poland. – 2010.
9. Hall M. MoorDyn Users's Guide. – Orono, ME : Dept. of Mech. Eng. Maine's Univ. – 2010.
10. Verification and Validation of Multisegmented Mooring Capabilities in FAST v8 / M.T. Andersen [et al.] // Proc. Int Ocean and Polar Eng. Conf., Rhodes. – 2016. – P. 371.

References

1. Impact of Wind / Wave Misalignment in the Loads Analysis of a Floating Wind Turbine (poster) / L. Barj [et al.] // WINDPOWER. – Chicago, IL, May 5–8. – 2013.
2. Wind / Wave Misalignment in the Loads Analysis of a Floating Offshore Wind Turbine / L. Barj [et al.] // In the Proceedings of AIAA SciTech 2014 National Harbor, Maryland January 13–17. – 2014.

3. WindWave Misalignment Effects on Floating Wind Turbines: Motions and Tower Load Effects / E. Bachynski [et al.] // Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering. – 2014. – Vol. 136 / 041902-1.
4. Fully Coupled Three-Dimensional Dynamic Response of a Tension-Leg Platform Floating Wind Turbine in Waves and Wind / G.K.V. Ramachandran [et al.] // Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering. – 2014. – Vol. 136 / 020901-1.
5. Model Experiment of a SPAR Type Offshore Wind Turbine in Storm Condition / K. Kokubun [et al.] // Ocean Space Utilization; Ocean Renewable Energy. – 2012/ – Vol. 7. – P. 569. – DOI :10.1115/OMAE2012-83993, ASME
6. Dynamic Analysis of a Floating Offshore Wind Turbine Under Extreme Environmental Conditions / T. Utsunomiya [et al.] // Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering. – 2014. – Vol. 136 / 020904-1.
7. Jonkman B., Jonkman J. FAST v8.16.00a-bjj // NREL. – 2016.
8. Offshore Code Comparison Collaboration Within IEA Wind Task 23: Phase IV Results Regarding Floating Wind Turbine Modeling / J. Jonkman [et al.] // Proceedings of the European Wind Energy Conference EWEC2010. – Warsaw, Poland. – 2010.
9. Hall M. MoorDyn Users's Guide. – Orono, ME : Dept. of Mech. Eng. Maine's Univ. – 2010.
10. Verification and Validation of Multisegmented Mooring Capabilities in FAST v8 / M.T. Andersen [et al.] // Proc. Int Ocean and Polar Eng. Conf., Rhodes. – 2016. – P. 371.