

УДК 62

**БЛИЗКАЯ К ОПТИМАЛЬНОЙ ПО БЫСТРОДЕЙСТВИЮ ДИАГРАММА
ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ИСПОЛНИТЕЛЬНОГО ОРГАНА ЭЛЕКТРОПРИВОДА
ПРИ ОГРАНИЧЕНИЯХ ПО НАПРЯЖЕНИЮ, ПО МАКСИМАЛЬНОМУ
И МИНИМАЛЬНОМУ ЗНАЧЕНИЯМ ТОКА**



**CLOSE TO THE OPTIMAL SPEED DIAGRAM OF MOVEMENT OF
THE EXECUTIVE BODY OF THE ELECTRIC DRIVE UNDER VOLTAGE
LIMITATIONS, AT THE MAXIMUM AND MINIMUM CURRENT VALUES**

Добробаба Юрий Петрович
кандидат технических наук, доцент,
доцент кафедры электроснабжения
промышленных предприятий,
Кубанский государственный
технологический университет

Мурлина Владислава Анатольевна
кандидат технических наук, доцент,
доцент кафедры
информационных систем
и программирования,
Кубанский государственный
технологический университет

Чернуха Максим Валерьевич
студент,
Кубанский государственный
технологический университет

Кияшко Данил Сергеевич
студент,
Кубанский государственный
технологический университет

Аннотация. Разработана близкая к оптимальной по быстродействию диаграмма перемещения исполнительного органа электропривода при ограничении по напряжению, по максимальному и минимальному значениям тока. Диаграмма состоит из пяти этапов, определена область существования диаграммы.

Ключевые слова: близкая к оптимальной, с ограничением по напряжению, с ограничением по максимальному значению тока, с ограничением по минимальному значению тока, пятиэтапная диаграмма.

Dobrobaba Yury Petrovich
Candidate of Technical Sciences,
Associate Professor,
Associate Professor of Department
of Power Supply Industrial Enterprises,
Kuban State Technological University

Murlina Vladislava Anatolievna
Candidate of Technical Sciences,
Associate Professor,
Associate Professor of the Department
of Information Systems and Programming,
Kuban State Technological University

Chernukha Maksim Valerevich
Student,
Kuban State Technological University

Kiyashko Danil Sergeevich
Student,
Kuban State Technological University

Annotation. A movement diagram of the actuator of the electric drive with limitation in voltage, maximum and minimum current values has been developed, which is close to the optimal speed diagram. The diagram consists of five stages, the area of existence of the diagram is determined.

Keywords: close to optimal, with voltage limitation, with limitation for maximum current value, with limitation for minimum current value, five-stage diagram.

Биографии [1] приведена оптимальная по быстродействию диаграмма перемещения исполнительного органа электропривода при ограничениях по напряжению, по максимальному и минимальному значениям тока, состоящая из пяти этапов. В зависимости от расклада корней характеристического уравнения системы возможны три вида переходных процессов. Это обуславливает необходимость разработки трёх алгоритмов управления перемещением исполнительного органа электропривода.

Чтобы устранить указанный недостаток в данной работе предлагается близкая к оптимальной по быстродействию диаграмма перемещения исполнительного органа электропривода при ограничениях по напряжению, по максимальному и минимальному значениям тока.

На рисунке 1 приведена близкая к оптимальной по быстродействию диаграмма перемещения исполнительного органа электропривода при ограничениях по напряжению, максимальному и минимальному значениям тока (механические контролируемые координаты).

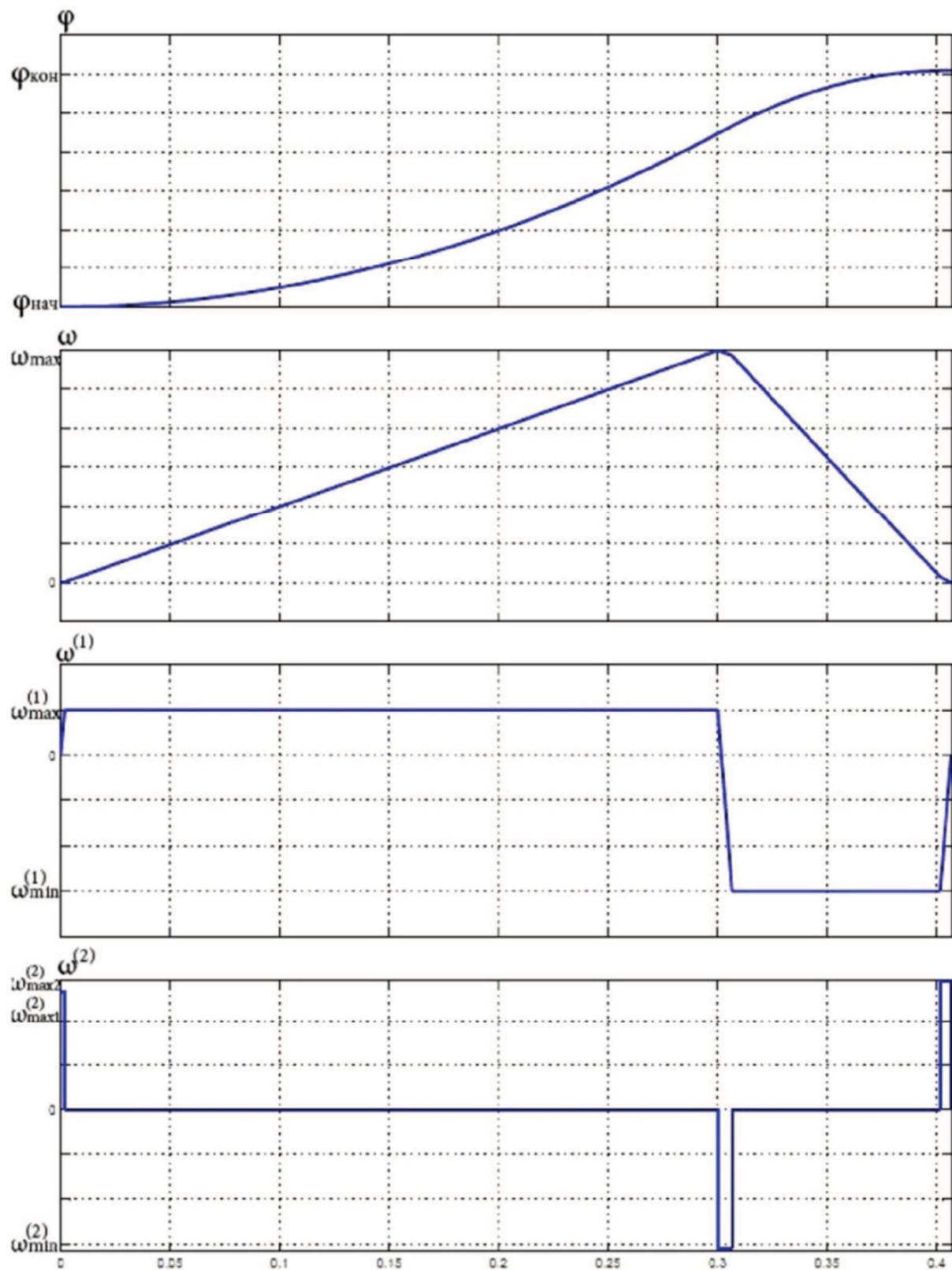


Рисунок 1 – Близкая к оптимальной по быстродействию диаграмма перемещения исполнительного органа электропривода при ограничениях по напряжению, максимальному и минимальному значениям тока (механические контролируемые координаты)

На рисунке 2 приведена близкая к оптимальной по быстродействию диаграмма перемещения исполнительного органа электропривода при ограничениях по напряжению, максимальному и минимальному значениям тока (электрические контролируемые координаты).

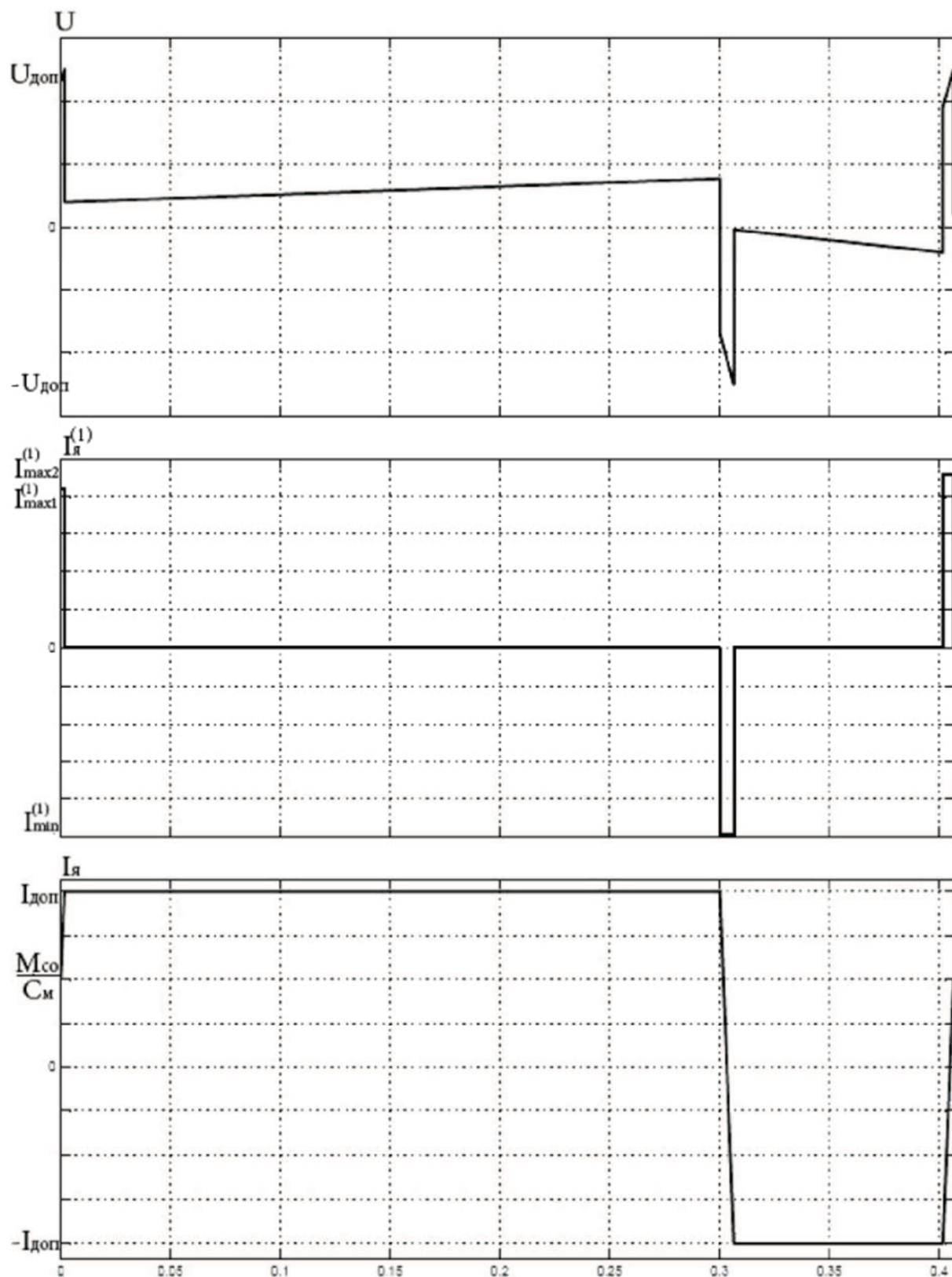


Рисунок 2 – Близкая к оптимальной по быстродействию диаграмма перемещения исполнительного органа электропривода при ограничениях по напряжению, максимальному и минимальному значениям тока (электрические контролируемые координаты)

На рисунках приняты обозначения:

φ – угол поворота исполнительного органа электропривода, рад;

ω – угловая скорость исполнительного органа электропривода, $\frac{\text{рад}}{\text{с}}$;

$\omega^{(1)}$ – первая производная угловой скорости исполнительного органа электропривода, $\frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$;

$\omega^{(2)}$ – вторая производная угловой скорости исполнительного органа электропривода, $\frac{\text{рад}}{\text{с}^3}$;

U – напряжение, приложенное к якорной цепи электродвигателя, В;

$I_{\text{я}}$ – ток якорной цепи электродвигателя, $\frac{\text{А}}{\text{с}}$;

$I_{\text{я}}^{(1)}$ – первая производная тока якорной цепи электродвигателя, $\frac{\text{А}}{\text{с}}$;

$M_{\text{ко}}$ – момент сопротивления электропривода, Н·м;

$\varphi_{\text{ нач}}$ – начальное значение угла поворота исполнительного органа электропривода, рад;

$\varphi_{\text{ кон}}$ – конечное значение угла поворота исполнительного органа электропривода, рад;

$\omega_{\text{ max}}$ – максимальное значение угловой скорости исполнительного органа электропривода, $\frac{\text{рад}}{\text{с}}$;

$\omega_{\text{ max1}}^{(1)}$ – максимальное значение первой производной угловой скорости исполнительного органа электропривода, $\frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$;

$\omega_{\text{ min}}^{(1)}$ – минимальное значение первой производной угловой скорости исполнительного органа электропривода, $\frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$;

$\omega_{\text{ max1}}^{(2)}$ – максимальное значение второй производной угловой скорости исполнительного органа электропривода на первом этапе, $\frac{\text{рад}}{\text{с}^3}$;

$\omega_{\text{ min}}^{(2)}$ – минимальное значение второй производной угловой скорости исполнительного органа электропривода, $\frac{\text{рад}}{\text{с}^3}$;

$\omega_{\text{ max2}}^{(2)}$ – максимальное значение второй производной угловой скорости исполнительного органа электропривода на четвёртом этапе, $\frac{\text{рад}}{\text{с}^3}$;

$U_{\text{ доп}}$ – допустимое значение напряжения, приложенного к якорной цепи электродвигателя, В.

$I_{\text{ доп}}$ – допустимое значение тока якорной цепи электродвигателя, А;

$I_{\text{ max1}}^{(1)}$ – максимальное значение первой производной тока якорной цепи электродвигателя на первом этапе, А;

$I_{\text{ min}}^{(1)}$ – минимальное значение первой производной тока якорной цепи электродвигателя, А;

$I_{\text{ max2}}^{(1)}$ – максимальное значение первой производной тока якорной цепи электродвигателя на четвёртом этапе, А;

t – время, с;

t_1 – длительность первого этапа, с;

t_2 – длительность второго этапа, с;

t_3 – длительность третьего этапа, с;

t_4 – длительность четвёртого этапа, с;

t_5 – длительность пятого этапа, с;

C_m – коэффициент пропорциональности между током и моментом электродвигателя, В·с.

Определим аналитические зависимости контролируемых координат электропривода от времени при его близком к оптимальному по быстродействию движению при ограничениях по напряжению и максимальному и минимальному значениям тока.

Этап 1. В интервале времени $0 \leq t \leq t_1$:

$$\begin{aligned}\omega^{(2)}(t) &= \omega_{\max 1}^{(2)}; \\ \omega^{(1)}(t) &= \omega_{\max 1}^{(2)} \cdot t; \\ \omega(t) &= \frac{1}{2} \omega_{\max 1}^{(2)} \cdot t^2; \\ \varphi(t) &= \varphi_{\text{нач}} + \frac{1}{6} \omega_{\max 1}^{(2)} \cdot t^3; \\ I_{\text{я}}(t) &= \frac{1}{C_M} \cdot [M_{\text{ко}} + J \omega_{\max 1}^{(2)} \cdot t]; \\ I_{\text{я}}^{(1)}(t) &= \frac{J}{C_M} \cdot \omega_{\max 1}^{(2)}; \\ U(t) &= \frac{1}{2} C_e \omega_{\max 1}^{(2)} \cdot t^2 + \frac{R_{\text{я}}}{C_M} \cdot [M_{\text{ко}} + J \omega_{\max 1}^{(2)} \cdot t] + \frac{L_{\text{я}} J}{C_M} \cdot \omega_{\max 1}^{(2)},\end{aligned}$$

где J – момент инерции исполнительного органа электропривода, $\text{кг}\cdot\text{м}^2$;
 C_e – коэффициент пропорциональности между угловой скоростью и ЭДС электродвигателя, $\frac{\text{В}\cdot\text{с}}{\text{рад}}$;
 $R_{\text{я}}$ – сопротивление якорной цепи электродвигателя, Ом;
 $L_{\text{я}}$ – индуктивность якорной цепи электродвигателя, Гн.

При $t = 0_+$

$$\begin{aligned}\omega_{0+}^{(2)} &= \omega_{\max 1}^{(2)}; \\ \omega_{0+}^{(1)} &= 0; \\ \omega_{0+} &= 0; \\ \varphi_{0+} &= \varphi_{\text{нач}}; \\ I_{\text{я}0+} &= \frac{1}{C_M} \cdot M_{\text{ко}}; \\ I_{\text{я}0+}^{(1)} &= \frac{J}{C_M} \cdot \omega_{\max 1}^{(2)}; \\ U_{0+} &= \frac{R_{\text{я}}}{C_M} \cdot M_{\text{ко}} + \frac{L_{\text{я}} J}{C_M} \cdot \omega_{\max 1}^{(2)}.\end{aligned}$$

При $t = t_1$

$$\begin{aligned}\omega_1^{(2)} &= \omega_{\max 1}^{(2)}; \\ \omega_1^{(1)} &= \omega_{\max 1}^{(2)} \cdot t_1; \\ \omega_1 &= \frac{1}{2} \omega_{\max 1}^{(2)} \cdot t_1^2; \\ \varphi_1 &= \varphi_{\text{нач}} + \frac{1}{6} \omega_{\max 1}^{(2)} \cdot t_1^3; \\ I_{\text{я}1} &= \frac{1}{C_M} \cdot [M_{\text{ко}} + J \omega_{\max 1}^{(2)} \cdot t_1]; \\ I_{\text{я}}^{(1)} &= \frac{J}{C_M} \cdot \omega_{\max 1}^{(2)}; \\ U_1 &= \frac{1}{2} C_e \omega_{\max 1}^{(2)} \cdot t_1^2 + \frac{R_{\text{я}}}{C_M} \cdot [M_{\text{ко}} + J \omega_{\max 1}^{(2)} \cdot t_1] + \frac{L_{\text{я}} J}{C_M} \cdot \omega_{\max 1}^{(2)}.\end{aligned}$$

Так как $I_{\text{я}1} = I_{\text{доп}}$, то

$$\begin{aligned}I_{\text{доп}} &= \frac{1}{C_M} \cdot [M_{\text{ко}} + J \omega_{\max 1}^{(2)} \cdot t_1]; \\ \omega_{\max 1}^{(2)} &= \frac{C_M I_{\text{доп}} - M_{\text{ко}}}{J \cdot t_1}.\end{aligned}$$

Так как $U_1 = U_{\text{доп}}$, то

$$\begin{aligned} U_{\text{доп}} &= \frac{1}{2} C_e \omega_{\max 1}^{(2)} \cdot t_1^2 + \frac{R_{\text{я}}}{C_m} \cdot \left[M_{\text{ко}} + J \omega_{\max 1}^{(2)} \cdot t_1 \right] + \frac{L_{\text{я}} J}{C_m} \cdot \omega_{\max 1}^{(2)}; \\ \frac{U_{\text{доп}} - R_{\text{я}} M_{\text{ко}}}{C_e} &= \frac{C_m I_{\text{доп}} - M_{\text{ко}}}{J \cdot t_1} \cdot \left(\frac{1}{2} t_1^2 + \frac{R_{\text{я}} J}{C_e C_m} \cdot t_1 + \frac{L_{\text{я}} J}{C_e C_m} \right); \\ t_1^2 + 2 \cdot \left[\frac{R_{\text{я}} J}{C_e C_m} - \left(\frac{U_{\text{доп}} - R_{\text{я}} M_{\text{ко}}}{C_e} - \frac{C_m I_{\text{доп}} - M_{\text{ко}}}{J \cdot t_1} \right) \cdot \frac{J}{C_m I_{\text{доп}} - M_{\text{ко}}} \right] \cdot t_1 + 2 \cdot \frac{L_{\text{я}} J}{C_e C_m} &= 0; \\ t_1 &= \left[\left(\frac{U_{\text{доп}} - R_{\text{я}} M_{\text{ко}}}{C_e} - \frac{C_m I_{\text{доп}} - M_{\text{ко}}}{J \cdot t_1} \right) \cdot \frac{J}{C_m I_{\text{доп}} - M_{\text{ко}}} - \frac{R_{\text{я}} J}{C_e C_m} \right] - \sqrt{\left[\left(\frac{U_{\text{доп}} - R_{\text{я}} M_{\text{ко}}}{C_e} - \frac{C_m I_{\text{доп}} - M_{\text{ко}}}{J \cdot t_1} \right) \cdot \frac{J}{C_m I_{\text{доп}} - M_{\text{ко}}} - \frac{R_{\text{я}} J}{C_e C_m} \right]^2 - 2 \cdot \frac{L_{\text{я}} J}{C_e C_m}}. \end{aligned}$$

Таким образом, определяются два параметра близкой к оптимальной по быстродействию диаграмме перемещения исполнительного органа электропривода при ограничениях по напряжению, максимальному и минимальному значениям тока: длительность первого этапа и максимальное значение второй производной угловой скорости исполнительного органа электропривода на первом этапе.

Этап 2. В интервале времени $t_1 \leq t \leq (t_1 + t_2)$:

$$\begin{aligned} \omega^{(2)}(t) &= 0; \\ \omega^{(1)}(t) &= \omega_{\max 1}^{(2)} \cdot t_1 = \frac{C_m I_{\text{доп}} - M_{\text{ко}}}{J}; \\ \omega(t) &= \omega_1 + \frac{C_m I_{\text{доп}} - M_{\text{ко}}}{J} \cdot (t - t_1); \\ \varphi(t) &= \varphi_1 + \omega_1 \cdot (t - t_1) + \frac{1}{2} \cdot \frac{C_m I_{\text{доп}} - M_{\text{ко}}}{J} \cdot (t - t_1)^2; \\ I_{\text{я}}(t) &= I_{\text{доп}}; \\ I_{\text{я}}^{(1)}(t) &= 0; \\ U(t) &= C_e \cdot \left[\omega_1 + \frac{C_m I_{\text{доп}} - M_{\text{ко}}}{J} \cdot (t - t_1) \right] + R_{\text{я}} I_{\text{доп}}. \end{aligned}$$

При $t = t_{1+}$

$$\begin{aligned} \omega_{1+}^{(2)} &= 0; \\ \omega_{1+}^{(1)} &= \frac{C_m I_{\text{доп}} - M_{\text{ко}}}{J}; \\ \omega_{1+} &= \omega_1; \\ \varphi_{1+} &= \varphi_1; \\ I_{\text{я}1+} &= I_{\text{доп}}; \\ I_{\text{я}1+}^{(1)} &= 0; \\ U_{1+} &= C_e \omega_1 + R_{\text{я}} I_{\text{доп}}. \end{aligned}$$

При $t = (t_1 + t_2)$

$$\begin{aligned} \omega_2^{(2)} &= 0; \\ \omega_2^{(1)} &= \frac{C_m I_{\text{доп}} - M_{\text{ко}}}{J}; \\ \omega_2 &= \omega_1 + \frac{C_m I_{\text{доп}} - M_{\text{ко}}}{J} \cdot t_2; \\ \varphi_2 &= \varphi_1 + \omega_1 \cdot t_2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{C_m I_{\text{доп}} - M_{\text{ко}}}{J} \cdot t_2^2; \\ I_{\text{я}2} &= I_{\text{доп}}; \\ I_{\text{я}2}^{(1)} &= 0; \end{aligned}$$

$$U_2 = C_e \cdot \left[\omega_1 + \frac{C_m I_{\text{доп}} - M_{\text{ко}}}{J} \cdot t_2 \right] + R_y I_{\text{доп}}.$$

Этап 3. В интервале времени $(t_1 + t_2) \leq t \leq (t_1 + t_2 + t_3)$:

$$\omega^{(2)}(t) = \omega_{\min}^{(2)};$$

$$\omega^{(1)}(t) = \frac{C_m I_{\text{доп}} - M_{\text{ко}}}{J} + \omega_{\min}^{(2)} \cdot (t - t_1 - t_2);$$

$$\omega(t) = \omega_1 + \frac{C_m I_{\text{доп}} - M_{\text{ко}}}{J} \cdot t_2 + \frac{C_m I_{\text{доп}} - M_{\text{ко}}}{J} \cdot (t - t_1 - t_2) + \frac{1}{2} \omega_{\min}^{(2)} \cdot (t - t_1 - t_2)^2;$$

$$\varphi(t) = \varphi_1 + \omega_1 \cdot t_2 + \frac{1}{2} \frac{C_m I_{\text{доп}} - M_{\text{ко}}}{J} \cdot t_2^2 + \omega_1 \cdot (t - t_1 - t_2) + \frac{C_m I_{\text{доп}} - M_{\text{ко}}}{J} \cdot$$

$$\cdot t_2 \cdot (t - t_1 - t_2) + \frac{1}{2} \cdot \frac{C_m I_{\text{доп}} - M_{\text{ко}}}{J} \cdot (t - t_1 - t_2)^2 + \frac{1}{6} \omega_{\min}^{(2)} \cdot (t - t_1 - t_2)^3;$$

$$I_y(t) = I_{\text{доп}} + \frac{J}{C_m} \cdot \omega_{\min}^{(2)} \cdot (t - t_1 - t_2);$$

$$I_y^{(1)}(t) = \frac{J}{C_m} \cdot \omega_{\min}^{(2)};$$

$$U(t) = C_e \cdot \left[\omega_1 + \frac{C_m I_{\text{доп}} - M_{\text{ко}}}{J} \cdot t_2 + \frac{C_m I_{\text{доп}} - M_{\text{ко}}}{J} \cdot (t - t_1 - t_2) + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \omega_{\min}^{(2)} \cdot (t - t_1 - t_2)^2 \right] + R_y I_{\text{доп}} + \frac{R_y J}{C_m} \cdot \omega_{\min}^{(2)} \cdot (t - t_1 - t_2) + \frac{L_y J}{C_m} \cdot \omega_{\min}^{(2)}.$$

При $t = (t_1 + t_2)_+$

$$\omega_{2+}^{(2)} = \omega_{\min}^{(2)};$$

$$\omega_{2+}^{(1)} = \frac{C_m I_{\text{доп}} - M_{\text{ко}}}{J};$$

$$\omega_{2+} = \omega_1 + \frac{C_m I_{\text{доп}} - M_{\text{ко}}}{J} \cdot t_2;$$

$$\varphi_{2+} = \varphi_1 + \omega_1 \cdot t_2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{C_m I_{\text{доп}} - M_{\text{ко}}}{J} \cdot t_2^2;$$

$$I_{y2+} = I_{\text{доп}};$$

$$I_{y2+}^{(1)} = \frac{J}{C_m} \cdot \omega_{\min}^{(2)};$$

$$U_{2+} = C_e \cdot \left[\omega_1 + \frac{C_m I_{\text{доп}} - M_{\text{ко}}}{J} \cdot t_2 \right] + R_y I_{\text{доп}} + \frac{L_y J}{C_m} \cdot \omega_{\min}^{(2)}.$$

При $t = (t_1 + t_2 + t_3)$

$$\omega_3^{(2)} = \omega_{\min}^{(2)};$$

$$\omega_3^{(1)} = \frac{C_m I_{\text{доп}} - M_{\text{ко}}}{J} + \omega_{\min}^{(2)} \cdot t_3;$$

$$\omega_3 = \omega_1 + \frac{C_m I_{\text{доп}} - M_{\text{ко}}}{J} \cdot (t_2 + t_3) + \frac{1}{2} \omega_{\min}^{(2)} \cdot t_3^2;$$

$$\varphi_3 = \varphi_1 + \omega_1 \cdot (t_2 + t_3) + \frac{C_m I_{\text{доп}} - M_{\text{ко}}}{J} \cdot \left(\frac{1}{2} t_2^2 + t_2 \cdot t_3 + \frac{1}{2} t_3^2 \right) + \frac{1}{6} \omega_{\min}^{(2)} \cdot t_3^3;$$

$$I_{y3} = I_{\text{доп}} + \frac{J}{C_m} \cdot \omega_{\min}^{(2)} \cdot t_3;$$

$$I_{y3}^{(1)} = \frac{J}{C_m} \cdot \omega_{\min}^{(2)};$$

$$U_3 = C_e \cdot \left[\omega_1 + \frac{C_m I_{\text{доп}} - M_{\text{ко}}}{J} \cdot (t_2 + t_3) + \frac{1}{2} \omega_{\min}^{(2)} \cdot t_3^2 \right] + R_y I_{\text{доп}} + \frac{R_y J}{C_m} \cdot \omega_{\min}^{(2)} \cdot t_3 + \frac{L_y J}{C_m} \cdot \omega_{\min}^{(2)}.$$

Так как $I_{y3} = -I_{\text{доп}}$, то

$$-I_{\text{доп}} = I_{\text{доп}} + \frac{J}{C_m} \cdot \omega_{\min}^{(2)} \cdot t_3;$$

$$\omega_{\min}^{(2)} = -2 \frac{C_m I_{\text{доп}}}{J \cdot t_3}.$$

Так как $U_3 = -U_{\text{доп}}$, то

$$\begin{aligned} -U_{\text{доп}} &= C_e \cdot \left[\omega_1 + \frac{C_m I_{\text{доп}} - M_{\text{ко}}}{J} \cdot (t_2 + t_3) + \frac{1}{2} \cdot \omega_{\min}^{(2)} \cdot t_3^2 \right] + R_{\text{я}} I_{\text{доп}} + \\ &\quad + \frac{R_{\text{я}} J}{C_m} \cdot \omega_{\min}^{(2)} \cdot t_3 + \frac{L_{\text{я}} J}{C_m} \cdot \omega_{\min}^{(2)}; \\ \left(\frac{U_{\text{доп}}}{C_e} + \omega_1 + \frac{R_{\text{я}} I_{\text{доп}}}{C_e} \right) + \frac{C_m I_{\text{доп}} - M_{\text{ко}}}{J} \cdot (t_2 + t_3) - 2 \cdot \frac{C_m I_{\text{доп}}}{J \cdot t_3} \cdot \left(\frac{1}{2} t_3^2 + \frac{R_{\text{я}} J}{C_e C_m} \cdot t_3 + \frac{L_{\text{я}} J}{C_e C_m} \right) &= 0. \quad (1) \end{aligned}$$

Этап 4. В интервале времени $(t_1 + t_2 + t_3) \leq t \leq (t_1 + t_2 + t_3 + t_4)$:

$$\begin{aligned} \omega^{(2)}(t) &= 0; \\ \omega^{(1)}(t) &= \frac{C_m I_{\text{доп}} - M_{\text{ко}}}{J} - 2 \cdot \frac{C_m I_{\text{доп}}}{J} = -\frac{C_m I_{\text{доп}} + M_{\text{ко}}}{J}; \\ \omega(t) &= \omega_1 + \frac{C_m I_{\text{доп}} - M_{\text{ко}}}{J} \cdot (t_2 + t_3) - \frac{C_m I_{\text{доп}}}{J} \cdot t_3 - \frac{C_m I_{\text{доп}} + M_{\text{ко}}}{J} \cdot (t - t_1 - t_2 - t_3); \\ \varphi(t) &= \varphi_1 + \omega_1 \cdot (t_2 + t_3) + \frac{C_m I_{\text{доп}} - M_{\text{ко}}}{J} \cdot \left(\frac{1}{2} t_2^2 + t_2 t_3 + \frac{1}{2} t_3^2 \right) - \\ &\quad - \frac{1}{3} \cdot \frac{C_m I_{\text{доп}}}{J} \cdot t_3^2 + \omega_1 \cdot (t - t_1 - t_2 - t_3) + \frac{C_m I_{\text{доп}} - M_{\text{ко}}}{J} \cdot (t_2 + t_3) \times \\ &\quad \times (t - t^1 - t^2 - t^3) - \frac{C_m I_{\text{доп}}}{J} \cdot t_3 \cdot (t - t^1 - t^2 - t^3) - \frac{1}{2} \cdot \frac{C_m I_{\text{доп}} + M_{\text{ко}}}{J} \cdot (t - t_1 - t_2 - t_3)^2; \\ I_{\text{я}}(t) &= -I_{\text{доп}}; \\ I_{\text{я}}^{(1)}(t) &= 0; \\ U(t) &= C_e \cdot \left[\omega_1 + \frac{C_m I_{\text{доп}} - M_{\text{ко}}}{J} \cdot (t_2 + t_3) - \frac{C_m I_{\text{доп}}}{J} \cdot t_3 - \frac{C_m I_{\text{доп}} + M_{\text{ко}}}{J} \times \times (t - t_1 - t_2 - t_3) \right] - R_{\text{я}} I_{\text{доп}}. \end{aligned}$$

При $t = (t_1 + t_2 + t_3)_+$

$$\begin{aligned} \omega_{3+}^{(2)} &= 0; \\ \omega_{3+}^{(1)} &= -\frac{C_m I_{\text{доп}} + M_{\text{ко}}}{J}; \\ \omega_{3+} &= \omega_1 + \frac{C_m I_{\text{доп}} - M_{\text{ко}}}{J} \cdot (t_2 + t_3) - \frac{C_m I_{\text{доп}}}{J} \cdot t_3; \\ \varphi_{3+} &= \varphi_1 + \omega_1 \cdot (t_2 + t_3) + \frac{C_m I_{\text{доп}} - M_{\text{ко}}}{J} \cdot \left(\frac{1}{2} t_2^2 + t_2 t_3 + \frac{1}{2} t_3^2 \right) - \frac{1}{3} \cdot \frac{C_m I_{\text{доп}}}{J} \cdot t_3^2; \\ I_{\text{я}3+} &= -I_{\text{доп}}; \\ I_{\text{я}3+}^{(1)} &= 0; \\ U_{3+} &= C_e \cdot \left[\omega_1 + \frac{C_m I_{\text{доп}} - M_{\text{ко}}}{J} \cdot (t_2 + t_3) - \frac{C_m I_{\text{доп}}}{J} \cdot t_3 \right] - R_{\text{я}} I_{\text{доп}}. \end{aligned}$$

При $t = (t_1 + t_2 + t_3 + t_4)$

$$\begin{aligned} \omega_4^{(2)} &= 0; \\ \omega_4^{(1)} &= -\frac{C_m I_{\text{доп}} + M_{\text{ко}}}{J}; \\ \omega_4 &= \omega_1 + \frac{C_m I_{\text{доп}} - M_{\text{ко}}}{J} \cdot (t_2 + t_3) - \frac{C_m I_{\text{доп}}}{J} \cdot t_3 - \frac{C_m I_{\text{доп}} + M_{\text{ко}}}{J} \cdot t_4; \quad (2) \\ \varphi_4 &= \varphi_1 + \omega_1 \cdot (t_2 + t_3 + t_4) + \frac{C_m I_{\text{доп}} - M_{\text{ко}}}{J} \cdot \\ &\quad \cdot \left(\frac{1}{2} t_2^2 + t_2 t_3 + \frac{1}{2} t_3^2 + t_2 t_4 + t_3 t_4 \right) - \frac{C_m I_{\text{доп}}}{J} \cdot \left(\frac{1}{3} t_3^2 + t_3 t_4 \right) - \frac{1}{2} \cdot \frac{C_m I_{\text{доп}} + M_{\text{ко}}}{J} \cdot t_4^2; \quad (3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_{\text{я}4} &= -I_{\text{доп}}; \\ I_{\text{я}4}^{(1)} &= 0; \\ U_4 &= C_e \cdot \left[\omega_1 + \frac{C_m I_{\text{доп}} - M_{\text{ко}}}{J} \cdot (t_2 + t_3) - \frac{C_m I_{\text{доп}}}{J} \cdot t_3 - \frac{C_m I_{\text{доп}} + M_{\text{ко}}}{J} \cdot t_4 \right] - R_{\text{я}} I_{\text{доп}}. \end{aligned}$$

Этап 5. В интервале времени $(t_1 + t_2 + t_3 + t_4) \leq t \leq (t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5)$:

$$\begin{aligned} \omega^{(2)}(t) &= \omega_{\max 2}^{(2)}; \\ \omega^{(1)}(t) &= -\frac{C_M I_{\text{доп}} + M_{\text{ко}}}{J} + \omega_{\max 2}^{(2)} \cdot (t - t_1 - t_2 - t_3 - t_4); \\ \omega(t) &= \omega_4 - \frac{C_M I_{\text{доп}} + M_{\text{ко}}}{J} \cdot (t - t_1 - t_2 - t_3 - t_4) + \\ &+ \frac{1}{2} \omega_{\max 2}^{(2)} \cdot (t - t_1 - t_2 - t_3 - t_4)^2; \\ \varphi(t) &= \varphi_4 + \omega_4 \cdot (t - t_1 - t_2 - t_3 - t_4) - \frac{1}{2} \cdot \frac{C_M I_{\text{доп}} + M_{\text{ко}}}{J} \cdot \\ &\cdot (t - t_1 - t_2 - t_3 - t_4)^2 + \frac{1}{6} \cdot \omega_{\max 2}^{(2)} \cdot (t - t_1 - t_2 - t_3 - t_4)^3; \\ I_{\text{я}}(t) &= -I_{\text{доп}} + \frac{J}{C_M} \cdot \omega_{\max 2}^{(2)} \cdot (t - t_1 - t^2 - t^3 - t_4); \\ I_{\text{я}}^{(1)}(t) &= \frac{J}{C_M} \cdot \omega_{\max 2}^{(2)}; \\ U(t) &= C_e \cdot \left[\omega_4 - \frac{C_M I_{\text{доп}} + M_{\text{ко}}}{J} \cdot (t - t_1 - t_2 - t_3 - t_4) + \frac{1}{2} \omega_{\max 2}^{(2)} \times (t - t_1 - t_2 - t_3 - t_4)^2 \right] - \\ &- R_{\text{я}} I_{\text{доп}} + \frac{R_{\text{я}} J}{C_M} \cdot \omega_{\max 2}^{(2)} \cdot (t - t_1 - t_2 - t_3 - t_4) + \frac{L_{\text{я}} J}{C_M} \cdot \omega_{\max 2}^{(2)}. \end{aligned}$$

При $t = (t_1 + t_2 + t_3 + t_4) +$

$$\begin{aligned} \omega_{4+}^{(2)} &= \omega_{\max 2}^{(2)}; \\ \omega_{4+}^{(1)} &= -\frac{C_M I_{\text{доп}} + M_{\text{ко}}}{J}; \\ \omega_{4+} &= \omega_4; \\ \varphi_{4+} &= \varphi_4; \\ I_{\text{я}4+} &= -I_{\text{доп}}; \\ I_{\text{я}4+}^{(1)} &= \frac{J}{C_M} \cdot \omega_{\max 2}^{(2)}; \\ U_{4+} &= C_e \omega_4 - R_{\text{я}} I_{\text{доп}} + \frac{L_{\text{я}} J}{C_M} \cdot \omega_{\max 2}^{(2)}. \end{aligned}$$

При $t = (t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5)$

$$\begin{aligned} \omega_5^{(2)} &= \omega_{\max 2}^{(2)}; \\ \omega_5^{(1)} &= -\frac{C_M I_{\text{доп}} + M_{\text{ко}}}{J} + \omega_{\max 2}^{(2)} \cdot t_5; \\ \omega_5 &= \omega_4 - \frac{C_M I_{\text{доп}} + M_{\text{ко}}}{J} \cdot t_5 + \frac{1}{2} \omega_{\max 2}^{(2)} \cdot t_5^2; \\ \varphi_5 &= \varphi_4 + \omega_4 \cdot t_5 - \frac{1}{2} \cdot \frac{C_M I_{\text{доп}} + M_{\text{ко}}}{J} \cdot t_5^2 + \frac{1}{6} \omega_{\max 2}^{(2)} \cdot t_5^3; \\ I_{\text{я}5} &= -I_{\text{доп}} + \frac{J}{C_M} \cdot \omega_{\max 2}^{(2)} \cdot t_5; \\ I_{\text{я}5}^{(1)} &= \frac{J}{C_M} \cdot \omega_{\max 2}^{(2)}; \end{aligned}$$

$$U_5 = C_e \cdot \left[\omega_4 - \frac{C_M I_{\text{доп}} + M_{\text{ко}}}{J} \cdot t_5 + \frac{1}{2} \omega_{\max 2}^{(2)} \cdot t_5^2 \right] - R_{\text{я}} I_{\text{доп}} + \frac{R_{\text{я}} J}{C_M} \cdot \omega_{\max 2}^{(2)} \cdot t_5 + \frac{L_{\text{я}} J}{C_M} \cdot \omega_{\max 2}^{(2)}.$$

Так как $\varphi_5 = \varphi_{\text{кон}}$, то

$$\varphi_{\text{кон}} = \varphi_4 + \omega_4 \cdot t_5 - \frac{1}{2} \cdot \frac{C_M I_{\text{доп}} + M_{\text{ко}}}{J} \cdot t_5^2 + \frac{1}{6} \omega_{\max 2}^{(2)} \cdot t_5^3.$$

Так как $\omega_5 = 0$, то

$$\omega_4 - \frac{C_M I_{\text{доп}} + M_{\text{ко}}}{J} \cdot t_5 + \frac{1}{2} \omega_{\text{max2}}^{(2)} \cdot t_5^2 = 0.$$

Так как $\omega_5^{(1)} = 0$, то

$$\omega_{\text{max2}}^{(2)} \cdot t_5 = \frac{C_M I_{\text{доп}} + M_{\text{ко}}}{J}.$$

Так как $U_5 = U_{\text{доп}}$, то

$$U_{\text{доп}} = -R_y I_{\text{доп}} + R_y \left(I_{\text{доп}} + \frac{M_{\text{ко}}}{C_M} \right) + \frac{L_y J}{C_M} \cdot \omega_{\text{max2}}^{(2)};$$

$$U_{\text{доп}} = \frac{R_y}{C_M} \cdot M_{\text{ко}} + \frac{L_y J}{C_M} \cdot \omega_{\text{max2}}^{(2)};$$

$$\omega_{\text{max2}}^{(2)} = \frac{C_M U_{\text{доп}}}{L_y J} - \frac{R_y M_{\text{ко}}}{L_y J}.$$

$$t_5 = \frac{C_M I_{\text{доп}} + M_{\text{ко}}}{C_M U_{\text{доп}} - R_y M_{\text{ко}}} \cdot L_y.$$

$$\omega_4 = \frac{1}{2} \cdot \frac{C_M I_{\text{доп}} + M_{\text{ко}}}{J} \cdot t_5.$$

$$\varphi_{\text{кон}} = \varphi_4 + \frac{1}{2} \cdot \frac{C_M I_{\text{доп}} + M_{\text{ко}}}{J} \cdot t_5^2 - \frac{1}{2} \cdot \frac{C_M I_{\text{доп}} + M_{\text{ко}}}{J} \cdot t_5^2 + \frac{1}{6} \cdot \frac{C_M I_{\text{доп}} + M_{\text{ко}}}{J} \cdot t_5^2;$$

$$\varphi_4 = \varphi_{\text{кон}} - \frac{1}{6} \cdot \frac{C_M I_{\text{доп}} + M_{\text{ко}}}{J} \cdot t_5^2.$$

Из системы, состоящей из трёх уравнений (1), (2) и (3), определяются длительности второго, третьего и четвёртого этапов.

Если $t_4 = 0$, то $(\varphi_{\text{кон}} - \varphi_{\text{нач}}) = \varphi_{\text{гр.2}}$.

При этом справедлива система уравнений:

$$\begin{cases} \left(\frac{U_{\text{доп}}}{C_e} + \omega_1 + \frac{R_y I_{\text{доп}}}{C_e} \right) + \frac{C_M I_{\text{доп}} - M_{\text{ко}}}{J} \cdot (t_2 + t_3) - 2 \cdot \frac{C_M I_{\text{доп}}}{J \cdot t_3} \times \\ \times \left(\frac{1}{2} t_3^2 + \frac{R_y J}{C_e C_M} \cdot t_3 + \frac{L_y J}{C_e C_M} \right) = 0; \\ \omega_4 = \omega_1 + \frac{C_M I_{\text{доп}} - M_{\text{ко}}}{J} \cdot (t_2 + t_3) - \frac{C_M I_{\text{доп}}}{J} \cdot t_3; \\ \varphi_{\text{гр.2}} = \frac{1}{6} \omega_{\text{max1}}^{(2)} \cdot t_1^3 + \omega_1 \cdot (t_2 + t_3) + \frac{1}{2} \cdot \frac{C_M I_{\text{доп}} - M_{\text{ко}}}{J} \cdot (t_2 + t_3)^2 - \\ - \frac{1}{3} \cdot \frac{C_M I_{\text{доп}}}{J} \cdot t_3^2 + \frac{1}{6} \cdot \frac{C_M I_{\text{доп}} + M_{\text{ко}}}{J} \cdot t_5^2. \\ \frac{C_M I_{\text{доп}} - M_{\text{ко}}}{J} \cdot (t_2 + t_3) = \omega_4 - \omega_1 + \frac{C_M I_{\text{доп}}}{J} \cdot t_3. \\ \frac{U_{\text{доп}}}{C_e} + \omega_1 + \frac{R_y I_{\text{доп}}}{C_e} + \omega_4 - \omega_1 + \frac{C_M I_{\text{доп}}}{J} \cdot t_3 - \frac{C_M I_{\text{доп}}}{J} \cdot t_3 - 2 \cdot \frac{R_y I_{\text{доп}}}{C_e} - 2 \cdot \frac{L_y I_{\text{доп}}}{C_e} \cdot \frac{1}{t_3} = 0; \\ \left(\frac{U_{\text{доп}}}{C_e} + \omega_4 - \frac{R_y I_{\text{доп}}}{C_e} \right) \cdot t_3 = 2 \cdot \frac{L_y I_{\text{доп}}}{C_e}; \\ t_3 = 2 \cdot \frac{L_y I_{\text{доп}}}{U_{\text{доп}} + C_e \omega_4 - R_y I_{\text{доп}}}. \\ (t_2 + t_3) = \frac{J \cdot (\omega_4 - \omega_1)}{C_M I_{\text{доп}} - M_{\text{ко}}} + \frac{C_M I_{\text{доп}}}{C_M I_{\text{доп}} - M_{\text{ко}}} \cdot t_3; \\ t_2 = \frac{J \cdot (\omega_4 - \omega_1)}{C_M I_{\text{доп}} - M_{\text{ко}}} + \frac{M_{\text{ко}}}{C_M I_{\text{доп}} - M_{\text{ко}}} \cdot t_3. \end{cases}$$

Если $t = (t_1 + t_2 + \frac{1}{4} t_3)$, то

$$\omega_{\text{экстр}}^{(1)} = 0;$$

$$\omega_{\text{экстр}} = \omega_{\text{max}}.$$

$$\frac{C_M I_{\text{доп}} - M_{\text{ко}}}{J} + \omega_{\text{min}}^{(2)} \cdot \frac{1}{4} t_3 = 0;$$

$$\frac{1}{4}t_3 = -\frac{C_M I_{\text{доп}} - M_{\text{ко}}}{J \omega_{\min}^{(2)}};$$

$$\omega_{\max} = \omega_1 + \frac{C_M I_{\text{доп}} - M_{\text{ко}}}{J} \cdot \left(t_2 + \frac{1}{4}t_3 \right) + \frac{1}{32} \omega_{\min}^{(2)} \cdot t_3^2.$$

Если $\omega_{\max} = \omega_{\text{доп}}$, то $(\varphi_{\text{кон}} - \varphi_{\text{нач}}) = \varphi_{\text{гр.3}}$.

При этом

$$\begin{cases} \omega_{\text{доп}} = \omega_{\max}^{(1)} \cdot \left(\frac{1}{2}t_1 + t_{2\max} + \frac{1}{8}t_3 \right); \\ \omega_{\text{доп}} = -\omega_{\min}^{(1)} \cdot \left(\frac{3}{8}t_3 + t_{4\max} + \frac{1}{2}t_5 \right); \end{cases}$$

$$t_{2\max} = \frac{\omega_{\text{доп}}}{\omega_{\max}^{(1)}} - \frac{1}{2}t_1 - \frac{1}{8}t_3;$$

$$t_{4\max} = -\frac{\omega_{\text{доп}}}{\omega_{\max}^{(1)}} - \frac{3}{8}t_3 - \frac{1}{2}t_5;$$

$$\left(\frac{U_{\text{доп}}}{C_e} + \omega_1 - \frac{R_y I_{\text{доп}}}{C_e} \right) + \frac{C_M I_{\text{доп}} - M_{\text{ко}}}{J} \cdot \left[\frac{\omega_{\text{доп}}}{\omega_{\max}^{(1)}} - \frac{1}{2}t_1 - \frac{1}{8}t_3 + t_3 \right] - \frac{C_M I_{\text{доп}}}{J} \cdot t_3 -$$

$$- 2 \cdot \frac{R_y I_{\text{доп}}}{C_e} - 2 \cdot \frac{L_y I_{\text{доп}}}{C_e} \cdot \frac{1}{t_3} = 0;$$

$$\left(\frac{U_{\text{доп}}}{C_e} + \omega_1 - \frac{R_y I_{\text{доп}}}{C_e} \right) + \frac{C_M I_{\text{доп}} - M_{\text{ко}}}{J} \cdot \left[\frac{\omega_{\text{доп}}}{\omega_{\max}^{(1)}} - \frac{1}{2}t_1 \right] + \frac{7}{8} \frac{C_M I_{\text{доп}} - M_{\text{ко}}}{J} \cdot t_3 -$$

$$- \frac{C_M I_{\text{доп}}}{J} \cdot t_3 = 2 \cdot \frac{L_y I_{\text{доп}}}{C_e} \cdot \frac{1}{t_3};$$

$$\left(\frac{U_{\text{доп}}}{C_e} + \omega_1 - \frac{R_y I_{\text{доп}}}{C_e} \right) + \frac{C_M I_{\text{доп}} - M_{\text{ко}}}{J} \cdot \left[\frac{\omega_{\text{доп}}}{\omega_{\max}^{(1)}} - \frac{1}{2}t_1 \right] - \frac{1}{8} \frac{C_M I_{\text{доп}} + 7M_{\text{ко}}}{J} \cdot t_3 = 2 \cdot \frac{L_y I_{\text{доп}}}{C_e} \cdot \frac{1}{t_3};$$

$$t_3^2 - \frac{8J}{C_M I_{\text{доп}} + 7M_{\text{ко}}} \cdot \left\{ \left(\frac{U_{\text{доп}}}{C_e} + \omega_1 - \frac{R_y I_{\text{доп}}}{C_e} \right) + \frac{C_M I_{\text{доп}} - M_{\text{ко}}}{J} \cdot \left[\frac{\omega_{\text{доп}}}{\omega_{\max}^{(1)}} - \frac{1}{2}t_1 \right] \right\} \times$$

$$\times t_3 + \frac{16J}{C_M I_{\text{доп}} + 7M_{\text{ко}}} \cdot \frac{L_y I_{\text{доп}}}{C_e} = 0.$$

$$t_3 = \frac{4J}{C_M I_{\text{доп}} + 7M_{\text{ко}}} \cdot \left\{ \left(\frac{U_{\text{доп}}}{C_e} + \omega_1 - \frac{R_y I_{\text{доп}}}{C_e} \right) + \frac{C_M I_{\text{доп}} - M_{\text{ко}}}{J} \cdot \left[\frac{\omega_{\text{доп}}}{\omega_{\max}^{(1)}} - \frac{1}{2}t_1 \right] \right\} -$$

$$- \sqrt{\frac{16J^2}{(C_M I_{\text{доп}} + 7M_{\text{ко}})^2} \cdot \left\{ \left(\frac{U_{\text{доп}}}{C_e} + \omega_1 - \frac{R_y I_{\text{доп}}}{C_e} \right) + \frac{C_M I_{\text{доп}} - M_{\text{ко}}}{J} \cdot \left[\frac{\omega_{\text{доп}}}{\omega_{\max}^{(1)}} - \frac{1}{2}t_1 \right] \right\}^2}$$

$$- \frac{16J}{C_M I_{\text{доп}} + 7M_{\text{ко}}} \cdot \frac{L_y I_{\text{доп}}}{C_e}.$$

При этом

$$\varphi_{\text{гр.3}} = \frac{1}{6} \omega_{\max}^{(2)} \cdot t_1^3 + \omega_1 \cdot (t_{2\max} + t_3 + t_{4\max}) + \frac{C_M I_{\text{доп}} - M_{\text{ко}}}{J} \times$$

$$\times \left(\frac{1}{2}t_{2\max}^2 + t_{2\max} t_3 + \frac{1}{2}t_3^2 + t_{2\max} t_{4\max} + t_3 t_{4\max} \right) -$$

$$- \frac{C_M I_{\text{доп}}}{J} \left(\frac{1}{3}t_3^2 + t_3 t_{4\max} \right) - \frac{1}{2} \frac{C_M I_{\text{доп}} + M_{\text{ко}}}{J} \cdot t_{4\max}^2.$$

В данной статье рассматривается электропривод имеющий следующие параметры: $C_e = 1,25 \frac{B \cdot c}{\text{рад}}$; $C_M = 1,25 B \cdot c$; $R_y = 5 \Omega$; $L_y = 0,1 \text{ Гн}$; $J = 0,05 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$. На контролируемые координаты электропривода наложены ограничения: $U_{\text{доп}} = 250 \text{ В}$; $I_{\text{доп}} = 8 \text{ А}$; $\omega_{\text{доп}} = 160 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$. Момент сопротивления электропривода $M_{\text{ко}} = 5 \text{ Н} \cdot \text{м}$.

В таблице 1 представлены результаты численного эксперимента рассматриваемого электропривода.

Таблица 1

$(\varphi_{\text{кон}} - \varphi_{\text{нач}})$, рад	t_2 , с	t_3 , с	t_4 , с	T_{II} , с	$\frac{(2) \text{ рад}}{\text{мин} \cdot \text{с}^2}$	$\text{max} \frac{\text{рад}}{\text{с}}$
0,023977117	0,014456885	$7,583719736 \cdot 10^{-3}$	0	0,029163838	-52744,56519	1,635777
6,097327939	0,298236007	$6,488567778 \cdot 10^{-3}$	0,094958091	0,4068059	-61646,88629	30
24,16765343	0,598343369	$5,62967319 \cdot 10^{-3}$	0,19520176	0,793623545	-71052,0818	60
54,22255476	0,898425576	$4,972019808 \cdot 10^{-3}$	0,295526796	1,206047626	-80450,20242	90
96,26598097	1,198490555	$4,452187403 \cdot 10^{-3}$	0,395721734	1,605787711	-89843,47778	120
150,3011936	1,498543215	$4,030905416 \cdot 10^{-3}$	0,495879714	2,005577069	-99233,28848	150
170,9789272	1,598558619	$3,907676426 \cdot 10^{-3}$	0,529259258	2,138848788	-102362,6207	160

Для данного электропривода построена близкая к оптимальной по быстродействию диаграмма исполнительного органа электропривода при ограничениях по напряжению, максимальному и минимальному значениям тока в механических контролируемых координатах (рис. 1) и в электрических контролируемых координатах (рис. 2). В качестве примера представлена диаграмма перемещения исполнительного органа электропривода, имеющего максимальную угловую скорость $\omega_{\text{max}} = 30 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$.

Выводы

В результате разработан алгоритм, позволяющий определить длительности первого, второго, третьего, четвертого и пятого этапов, первое максимальное значение второй производной угловой скорости, минимальное значение второй производной угловой скорости и второе максимальное значение второй производной угловой скорости.

Литература

1. Добробаба Ю.П., Литаш Б.С. Квазиоптимальный по быстродействию программно-управляемый позиционный электропривод: монография // Кубан. гос. технол. ун-т. – Краснодар : Изд. ГУО ВПО «КубГТУ», 2009. – 178 с.
2. Добробаба Ю.П., Мурлина В.А., Чернуха М.В. Близкая к оптимальной по быстродействию диаграмма перемещения исполнительного органа электропривода при ограничении по напряжению // Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). – 2020. – № 1. – С. 404–413.

References

1. Dobrobaba S.P., Litash B.S. Quasi-optimal in terms of speed of the program-controlled positional electric drive: monograph // Kuban State Technological University. – Krasnodar : Publishing house of State Educational Institution of Higher Professional Education «KubGTU», 2009. – 178 p.
2. Dobrobaba S.P., Murlina, V.A., Chernukha, M.V. The close to optimal diagram of the motion of the actuator under the voltage limit // Nauka. Technique. Tekhnologii (Polytechnic Bulletin). – 2020. – № 1. – P. 404–413.