

УДК 62

**АНАЛИЗ ПЕРЕХОДНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК СИСТЕМЫ ШЕСТОГО ПОРЯДКА
С ДВУМЯ КОРНЯМИ КРАТНОСТЬЮ ДВА И С ДВУМЯ КОРНЯМИ
КРАТНОСТЬЮ ОДИН ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ**



**THE ANALYSIS OF TRANSIENT CHARACTERISTICS OF A SIXTH ORDER
SYSTEM WITH TWO DOUBLE AND TWO ONE-TIME SOLUTIONS OF THE
CHARACTERISTIC EQUATION**

Добробаба Юрий Петрович

кандидат технических наук, доцент,
доцент кафедры электроснабжения
промышленных предприятий,
Кубанский государственный
технологический университет

Мурлин Алексей Георгиевич

кандидат технических наук, доцент,
доцент кафедры
информационных систем
и программирования,
Кубанский государственный
технологический университет

Печёнкин Олег Андреевич

студент,
Кубанский государственный
технологический университет
+7-909-464-94-67
pchn257@mail.ru

Аннотация. В статье выполнен анализ переходных характеристик систем шестого порядка: с одним корнем кратности шесть характеристического уравнения [1]; с одним корнем кратностью пять и с одним корнем кратностью один [2]; с одним корнем кратностью четыре и с одним корнем кратностью два [3]; с одним корнем кратностью четыре и с двумя корнями кратностью один [4]; с двумя корнями кратностью три [5]; с одним корнем кратностью три, с одним корнем кратностью два и одним корнем кратностью один [6]; с одним корнем кратностью три и с тремя корнями кратностью один [7]; с шестью корнями кратностью один [8]; с тремя корнями кратностью два [9]. В данной статье анализируются переходные характеристики системы шестого порядка с двумя корнями кратностью два и с двумя корнями кратностью один характеристического уравнения. Найдены переходные характеристики систем шестого порядка с двумя корнями кратностью два и с двумя корнями кратностью один характеристического уравнения с полиномом нулевой степени и с полиномом первой степени в числителе передаточной функции.

Ключевые слова: переходная характеристика, характеристическое уравнение системы шестого порядка, корни характеристического уравнения.

Dobrobaba Yury Petrovich

Candidate of Technical Sciences,
Associate Professor,
Associate Professor of Department
of Power Supply Industrial Enterprises,
Kuban State Technological University

Murlin Aleksey Georgievich

Candidate of Technical Sciences,
Associate Professor,
Associate Professor of the Department
of Information Systems and Programming,
Kuban State Technological University

Pechonkin Oleg Andreevich

Student,
Kuban State Technological University
+7-909-464-94-67
pchn257@mail.ru

Annotation. Articles analyze the transient characteristics of a sixth order systems: with six-time solution [1]; with five-time solution and one-time solutions [2]; with four-time solution and double solution of the characteristic equation [3]; with four-time solution and two one-time solutions [4]; with two triple solutions [5]; with triple solution, double solution and one-time solution [6]; with triple solution and three one-time solutions [7]; with six one-time solutions [8]; with three double solutions of the characteristic equation [9]. This article analyzes the transient characteristics of a sixth order system with three double solutions of the characteristic equation. Transitional characteristics of sixth order systems with three double solutions of the characteristic equation with a zero degree polynomial and a first degree polynomial in numerator of transfer function are found.

Keywords: transition characteristic, sixth order characteristic equation system, the solution of the characteristic equation.

Передаточная функция системы шестого порядка с двумя корнями кратностью два и с двумя корнями кратностью один характеристического уравнения имеет вид:

$$W_{60}(p) = \frac{1}{(T_1 p + 1)^2 \cdot (T_2 p + 1)^2 \cdot (T_3 p + 1) \cdot (T_4 p + 1)},$$

где T_1, T_2, T_3 и T_4 – постоянные времени полинома знаменателя передаточной функции шестого порядка.

Корни характеристического уравнения системы шестого порядка с двумя корнями кратностью два и с двумя корнями кратностью один характеристического уравнения:

$$p_{1 \div 2} = -\frac{1}{T_1}, \quad p_{3 \div 4} = -\frac{1}{T_2}, \quad p_5 = -\frac{1}{T_3}, \quad p_6 = -\frac{1}{T_4}.$$

Переходная характеристика системы шестого порядка с двумя корнями кратностью два и с двумя корнями кратностью один характеристического уравнения и её первых пяти производных соответственно равны:

$$h_{60}(t) = K_1 \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} + K_2 \cdot t \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} + K_3 \cdot e^{-\frac{t}{T_2}} + K_4 \cdot t \cdot e^{-\frac{t}{T_2}} + K_5 \cdot e^{-\frac{t}{T_3}} + K_6 \cdot e^{-\frac{t}{T_4}} + K_7;$$

$$h_{60}^{(1)}(t) = \left(-\frac{K_1}{T_1} + K_2\right) \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} - \frac{K_2}{T_1} \cdot t \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} + \left(-\frac{K_3}{T_2} + K_4\right) \cdot e^{-\frac{t}{T_2}} - \frac{K_4}{T_2} \cdot t \cdot e^{-\frac{t}{T_2}} - \frac{K_5}{T_3} \cdot e^{-\frac{t}{T_3}} - \frac{K_6}{T_4} \cdot e^{-\frac{t}{T_4}};$$

$$h_{60}^{(2)}(t) = \left(\frac{K_1}{T_1^2} - 2 \cdot \frac{K_2}{T_1}\right) \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} + \frac{K_2}{T_1^2} \cdot t \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} + \left(\frac{K_3}{T_2^2} - 2 \cdot \frac{K_4}{T_2}\right) \cdot e^{-\frac{t}{T_2}} + \frac{K_4}{T_2^2} \cdot t \cdot e^{-\frac{t}{T_2}} + \frac{K_5}{T_3^2} \cdot e^{-\frac{t}{T_3}} + \frac{K_6}{T_4^2} \cdot e^{-\frac{t}{T_4}};$$

$$h_{60}^{(3)}(t) = \left(-\frac{K_1}{T_1^3} + 3 \cdot \frac{K_2}{T_1^2}\right) \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} - \frac{K_2}{T_1^3} \cdot t \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} + \left(-\frac{K_3}{T_2^3} + 3 \cdot \frac{K_4}{T_2^2}\right) \cdot e^{-\frac{t}{T_2}} - \frac{K_4}{T_2^3} \cdot t \cdot e^{-\frac{t}{T_2}} - \frac{K_5}{T_3^3} \cdot e^{-\frac{t}{T_3}} - \frac{K_6}{T_4^3} \cdot e^{-\frac{t}{T_4}};$$

$$h_{60}^{(4)}(t) = \left(\frac{K_1}{T_1^4} - 4 \cdot \frac{K_2}{T_1^3}\right) \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} + \frac{K_2}{T_1^4} \cdot t \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} + \left(\frac{K_3}{T_2^4} - 4 \cdot \frac{K_4}{T_2^3}\right) \cdot e^{-\frac{t}{T_2}} + \frac{K_4}{T_2^4} \cdot t \cdot e^{-\frac{t}{T_2}} + \frac{K_5}{T_3^4} \cdot e^{-\frac{t}{T_3}} + \frac{K_6}{T_4^4} \cdot e^{-\frac{t}{T_4}};$$

$$h_{60}^{(5)}(t) = \left(-\frac{K_1}{T_1^5} + 5 \cdot \frac{K_2}{T_1^4}\right) \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} - \frac{K_2}{T_1^5} \cdot t \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} + \left(-\frac{K_3}{T_2^5} + 5 \cdot \frac{K_4}{T_2^4}\right) \cdot e^{-\frac{t}{T_2}} - \frac{K_4}{T_2^5} \cdot t \cdot e^{-\frac{t}{T_2}} - \frac{K_5}{T_3^5} \cdot e^{-\frac{t}{T_3}} - \frac{K_6}{T_4^5} \cdot e^{-\frac{t}{T_4}}.$$

Так как начальные и конечные значения системы шестого порядка (с точки зрения физики) имеют вид:

$$h_{60}(0) = 0;$$

$$h_{60}^{(1)}(0) = 0;$$

$$h_{60}^{(2)}(0) = 0;$$

$$h_{60}^{(3)}(0) = 0;$$

$$h_{60}^{(4)}(0) = 0;$$

$$h_{60}^{(5)}(0) = 0;$$

$$h_{60}(\infty) = 1,$$

а начальные и конечные значения системы шестого порядка (с точки зрения математики) имеют вид:

$$h_{60}(0) = K_1 + K_3 + K_5 + K_6 + K_7;$$

$$h_{60}^{(1)}(0) = -\frac{K_1}{T_1} + K_2 - \frac{K_3}{T_2} + K_4 - \frac{K_5}{T_3} - \frac{K_6}{T_4};$$

$$\begin{aligned}
 h_{60}^{(2)}(0) &= \frac{K_1}{T_1^2} - 2 \cdot \frac{K_2}{T_1} + \frac{K_3}{T_2^2} - 2 \cdot \frac{K_4}{T_2} + \frac{K_5}{T_3^2} + \frac{K_6}{T_4^2}; \\
 h_{60}^{(3)}(0) &= -\frac{K_1}{T_1^3} + 3 \cdot \frac{K_2}{T_1^2} - \frac{K_3}{T_2^3} + 3 \cdot \frac{K_4}{T_2^2} - \frac{K_5}{T_3^3} - \frac{K_6}{T_4^3}; \\
 h_{60}^{(4)}(0) &= \frac{K_1}{T_1^4} - 4 \cdot \frac{K_2}{T_1^3} + \frac{K_3}{T_2^4} - 4 \cdot \frac{K_4}{T_2^3} + \frac{K_5}{T_3^4} + \frac{K_6}{T_4^4}; \\
 h_{60}^{(5)}(0) &= -\frac{K_1}{T_1^5} + 5 \cdot \frac{K_2}{T_1^4} - \frac{K_3}{T_2^5} + 5 \cdot \frac{K_4}{T_2^4} - \frac{K_5}{T_3^5} - \frac{K_6}{T_4^5}; \\
 h_{60}(\infty) &= K_7,
 \end{aligned}$$

то справедлива зависимость

$$K_7 = 1.$$

При этом справедлива система уравнений:

$$K_1 + K_3 + K_5 + K_6 + 1 = 0; \quad (1)$$

$$-\frac{K_1}{T_1} + K_2 - \frac{K_3}{T_2} + K_4 - \frac{K_5}{T_3} - \frac{K_6}{T_4} = 0; \quad (2)$$

$$\frac{K_1}{T_1^2} - 2 \cdot \frac{K_2}{T_1} + \frac{K_3}{T_2^2} - 2 \cdot \frac{K_4}{T_2} + \frac{K_5}{T_3^2} + \frac{K_6}{T_4^2} = 0; \quad (3)$$

$$-\frac{K_1}{T_1^3} + 3 \cdot \frac{K_2}{T_1^2} - \frac{K_3}{T_2^3} + 3 \cdot \frac{K_4}{T_2^2} - \frac{K_5}{T_3^3} - \frac{K_6}{T_4^3} = 0; \quad (4)$$

$$\frac{K_1}{T_1^4} - 4 \cdot \frac{K_2}{T_1^3} + \frac{K_3}{T_2^4} - 4 \cdot \frac{K_4}{T_2^3} + \frac{K_5}{T_3^4} + \frac{K_6}{T_4^4} = 0; \quad (5)$$

$$-\frac{K_1}{T_1^5} + 5 \cdot \frac{K_2}{T_1^4} - \frac{K_3}{T_2^5} + 5 \cdot \frac{K_4}{T_2^4} - \frac{K_5}{T_3^5} - \frac{K_6}{T_4^5} = 0. \quad (6)$$

Из уравнения (6) следует, что

$$K_4 = K_1 \cdot \frac{T_2^4}{5T_1^5} - K_2 \cdot \frac{T_2^4}{T_1^4} + K_3 \cdot \frac{1}{5T_2} + K_5 \cdot \frac{T_2^4}{5T_3^5} + K_6 \cdot \frac{T_2^4}{5T_4^5}. \quad (7)$$

Из уравнений (5) и (7) следует, что

$$K_2 = K_1 \cdot \frac{(5T_1 - 4T_2)}{20T_1 \cdot (T_1 - T_2)} + K_3 \cdot \frac{T_1^4}{20T_2^4 \cdot (T_1 - T_2)} - K_5 \cdot \frac{T_1^4 \cdot (4T_2 - 5T_3)}{20T_3^5 \cdot (T_1 - T_2)} - K_6 \cdot \frac{T_1^4 \cdot (4T_2 - 5T_4)}{20T_4^5 \cdot (T_1 - T_2)}. \quad (8)$$

Из уравнений (4), (7) и (8) следует, что

$$\begin{aligned}
 K_6 = & -K_1 \cdot \frac{T_4^5 \cdot (5T_1 - 3T_2)}{T_1^4 \cdot (12T_1T_2 - 15T_1T_4 - 15T_2T_4 + 20T_4^2)} + K_3 \cdot \frac{T_4^5 \cdot (3T_1 - 5T_2)}{T_2^4 \cdot (12T_1T_2 - 15T_1T_4 - 15T_2T_4 + 20T_4^2)} - \\
 & - K_5 \cdot \frac{T_4^5 \cdot (12T_1T_2 - 15T_1T_3 - 15T_2T_3 + 20T_3^2)}{T_3^4 \cdot (12T_1T_2 - 15T_1T_4 - 15T_2T_4 + 20T_4^2)}. \quad (9)
 \end{aligned}$$

Из уравнений (3), (7), (8), и (9) следует, что

$$\begin{aligned}
 K_5 = & -K_1 \cdot \frac{T_3^5 \cdot (4T_1T_2 - 5T_1T_4 - 2T_2^2 + 3T_2T_4) \cdot (T_1 - T_4)^2}{T_1^4 \cdot (T_3 - T_4)} \cdot [6T_1^2T_2^2 - 8T_1^2T_2T_3 - 8T_1^2T_2T_4 + 10T_1^2T_3T_4 - \\
 & - 8T_1T_2^2T_3 - 8T_1T_2^2T_4 + 12T_1T_2T_3^2 + 22T_1T_2T_3T_4 + 12T_1T_2T_4^2 - 15T_1T_3^2T_4 - \\
 & - 15T_1T_3T_4^2 + 10T_2^2T_3T_4 - 15T_2T_3^2T_4 - 15T_2T_3T_4^2 + 20T_3^2T_4^2]^{-1} + \\
 & + K_3 \cdot \frac{T_3^5 \cdot (2T_1^2 - 4T_1T_2 - 3T_1T_4 + 5T_2T_4) \cdot (T_2 - T_4)^2}{(T_3 - T_4) \cdot T_2^4} \cdot [T_1^2T_2^2 - 8T_1^2T_2T_3 - 8T_1^2T_2T_4 + 10T_1^2T_3T_4 - \\
 & - 8T_1T_2^2T_3 - 8T_1T_2^2T_4 + 12T_1T_2T_3^2 + 22T_1T_2T_3T_4 + 12T_1T_2T_4^2 - 15T_1T_3^2T_4 - \\
 & - 15T_1T_3T_4^2 + 10T_2^2T_3T_4 - 15T_2T_3^2T_4 - 15T_2T_3T_4^2 + 20T_3^2T_4^2]^{-1}. \quad (10)
 \end{aligned}$$

Из уравнений (2), (7), (8), (9) и (10) следует, что

$$\begin{aligned}
 K_3 = & K_1 \cdot \frac{T_2^4 \cdot (T_1 - T_4)^2 \cdot (T_1 - T_3)^2}{T_1^4 \cdot (T_2 - T_4)^2 \cdot (T_2 - T_3)^2} \cdot \\
 & \cdot \frac{T_2^3 - 3T_1T_2^2 - 2T_2^2T_3 - 2T_2^2T_4 + 4T_1T_2T_3 + 4T_1T_2T_4 + 3T_2T_3T_4 - 5T_1T_3T_4}{T_1^3 - 3T_1^2T_2 - 2T_1^2T_3 - 2T_1^2T_4 + 4T_1T_2T_3 + 4T_1T_2T_4 + 3T_1T_3T_4 - 5T_2T_3T_4}. \quad (11)
 \end{aligned}$$

Из уравнений (1), (7), (8), (9), (10) и (11) следует, что

$$K_1 = - \frac{T_1^4 \cdot (T_1^3 - 2T_1^2 T_3 - 2T_1^2 T_4 - 3T_1^2 T_2 + 4T_1 T_2 T_3 + 4T_1 T_2 T_4 + 3T_1 T_3 T_4 - 5T_2 T_3 T_4)}{(T_1 - T_2)^3 \cdot (T_1 - T_3)^2 \cdot (T_1 - T_4)^2};$$

$$K_2 = - \frac{T_1^3}{(T_1 - T_2)^2 \cdot (T_1 - T_3) \cdot (T_1 - T_4)};$$

$$K_3 = \frac{T_2^4 \cdot (T_2^3 - 2T_2^2 T_3 - 2T_2^2 T_4 - 3T_2^2 T_2 + 4T_2 T_2 T_3 + 4T_2 T_2 T_4 - 5T_2 T_3 T_4 + 3T_2 T_3 T_4)}{(T_1 - T_2)^3 \cdot (T_2 - T_3)^2 \cdot (T_2 - T_4)^2};$$

$$K_4 = - \frac{T_2^3}{(T_1 - T_2)^2 \cdot (T_2 - T_3) \cdot (T_2 - T_4)};$$

$$K_5 = - \frac{T_3^5}{(T_1 - T_3)^2 \cdot (T_2 - T_3)^2 \cdot (T_3 - T_4)};$$

$$K_6 = \frac{T_4^5}{(T_1 - T_4)^2 \cdot (T_2 - T_4)^2 \cdot (T_3 - T_4)}.$$

Таким образом, переходная характеристика системы шестого порядка с двумя корнями кратностью два и с двумя корнями кратностью один характеристического уравнения и её первая производная соответственно равны:

$$h_{60}(t) = - \frac{T_1^4 \cdot (T_1^3 - 2T_1^2 T_3 - 2T_1^2 T_4 - 3T_1^2 T_2 + 4T_1 T_2 T_3 + 4T_1 T_2 T_4 + 3T_1 T_3 T_4 - 5T_2 T_3 T_4)}{(T_1 - T_2)^3 \cdot (T_1 - T_3)^2 \cdot (T_1 - T_4)^2} \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} -$$

$$- \frac{T_1^3}{(T_1 - T_2)^2 \cdot (T_1 - T_3) \cdot (T_1 - T_4)} \cdot t \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} + \frac{T_2^4 \cdot (T_2^3 - 2T_2^2 T_3 - 2T_2^2 T_4 - 3T_2^2 T_2 + 4T_2 T_2 T_3 + 4T_2 T_2 T_4 - 5T_2 T_3 T_4 + 3T_2 T_3 T_4)}{(T_1 - T_2)^3 \cdot (T_2 - T_3)^2 \cdot (T_2 - T_4)^2} \cdot e^{-\frac{t}{T_2}} -$$

$$\frac{T_2^3}{(T_1 - T_2)^2 \cdot (T_2 - T_3) \cdot (T_2 - T_4)} \cdot t \cdot e^{-\frac{t}{T_2}} - \frac{T_3^5}{(T_1 - T_3)^2 \cdot (T_2 - T_3)^2 \cdot (T_3 - T_4)} \cdot e^{-\frac{t}{T_3}} +$$

$$+ \frac{T_4^5}{(T_1 - T_4)^2 \cdot (T_2 - T_4)^2 \cdot (T_3 - T_4)} \cdot e^{-\frac{t}{T_4}} + 1;$$

$$h_{60}^{(1)}(t) = - \frac{T_1^3 \cdot (2T_1^2 T_2 + T_1^2 T_3 + T_1^2 T_4 - 3T_1 T_2 T_3 - 3T_1 T_2 T_4 - 2T_1 T_3 T_4 + 4T_2 T_3 T_4)}{(T_1 - T_2)^3 \cdot (T_1 - T_3)^2 \cdot (T_1 - T_4)^2} \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} +$$

$$+ \frac{T_1^2}{(T_1 - T_2)^2 \cdot (T_1 - T_3) \cdot (T_1 - T_4)} \cdot t \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} +$$

$$+ \frac{T_2^3 \cdot (2T_1 T_2^2 + T_2^2 T_3 + T_2^2 T_4 - 3T_1 T_2 T_3 - 3T_1 T_2 T_4 + 4T_1 T_3 T_4 - 2T_2 T_3 T_4)}{(T_1 - T_2)^3 \cdot (T_2 - T_3)^2 \cdot (T_2 - T_4)^2} \cdot e^{-\frac{t}{T_2}} +$$

$$+ \frac{T_2^2}{(T_1 - T_2)^2 \cdot (T_2 - T_3) \cdot (T_2 - T_4)} \cdot t \cdot e^{-\frac{t}{T_2}} + \frac{T_3^4}{(T_1 - T_3)^2 \cdot (T_2 - T_3)^2 \cdot (T_3 - T_4)} \cdot e^{-\frac{t}{T_3}} -$$

$$- \frac{T_4^4}{(T_1 - T_4)^2 \cdot (T_2 - T_4)^2 \cdot (T_3 - T_4)} \cdot e^{-\frac{t}{T_4}}.$$

Передаточная функция системы шестого порядка с двумя корнями кратностью два и с двумя корнями кратностью один характеристического уравнения с полиномом первой степени в числителе передаточной функции имеет вид:

$$W_{61}(p) = \frac{\tau p + 1}{(T_1 p + 1)^2 \cdot (T_2 p + 1)^2 \cdot (T_3 p + 1) \cdot (T_4 p + 1)},$$

где τ – постоянная времени полинома числителя передаточной функции шестого порядка.

Переходная характеристика системы шестого порядка с двумя корнями кратностью два и с двумя корнями кратностью один характеристического уравнения с полиномом первой степени в числителе передаточной функции принимает вид:

$$h_{61}(t) = \left[- \frac{T_1^4 \cdot (T_1^3 - 2T_1^2 T_3 - 2T_1^2 T_4 - 3T_1^2 T_2 + 4T_1 T_2 T_3 + 4T_1 T_2 T_4 + 3T_1 T_3 T_4 - 5T_2 T_3 T_4)}{(T_1 - T_2)^3 \cdot (T_1 - T_3)^2 \cdot (T_1 - T_4)^2} - \right.$$

$$\left. - \frac{T_1^3 \cdot (2T_1^2 T_2 + T_1^2 T_3 + T_1^2 T_4 - 3T_1 T_2 T_3 - 3T_1 T_2 T_4 - 2T_1 T_3 T_4 + 4T_2 T_3 T_4) \cdot \tau}{(T_1 - T_2)^3 \cdot (T_1 - T_3)^2 \cdot (T_1 - T_4)^2} \right] \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} -$$

$$\begin{aligned}
 & - \frac{T_1^2 \cdot (T_1 - \tau)}{(T_1 - T_2)^2 \cdot (T_1 - T_3) \cdot (T_1 - T_4)} \cdot t \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} + \\
 & + \left[\frac{T_2^4 \cdot (T_2^3 - 2T_2^2 T_3 - 2T_2^2 T_4 - 3T_1 T_2^2 + 4T_1 T_2 T_3 + 4T_1 T_2 T_4 - 5T_1 T_3 T_4 + 3T_2 T_3 T_4)}{(T_1 - T_2)^3 (T_2 - T_3)^2 (T_2 - T_4)^2} + \right. \\
 & \left. + \frac{T_2^3 \cdot (2T_1 T_2^2 + T_2^2 T_3 + T_2^2 T_4 - 3T_1 T_2 T_3 - 3T_1 T_2 T_4 + 4T_1 T_3 T_4 - 2T_2 T_3 T_4) \cdot \tau}{(T_1 - T_2)^3 (T_2 - T_3)^2 (T_2 - T_4)^2} \right] \cdot e^{-\frac{t}{T_2}} - \\
 & - \frac{T_2^2 \cdot (T_2 - \tau)}{(T_1 - T_2)^2 \cdot (T_2 - T_3) \cdot (T_2 - T_4)} \cdot t \cdot e^{-\frac{t}{T_2}} - \\
 & - \frac{T_3^4 \cdot (T_3 - \tau)}{(T_1 - T_3)^2 \cdot (T_2 - T_3) \cdot (T_3 - T_4)} e^{-\frac{t}{T_3}} + \frac{T_4^4 \cdot (T_4 - \tau)}{(T_1 - T_4)^2 \cdot (T_2 - T_4)^2 \cdot (T_3 - T_4)} \cdot e^{-\frac{t}{T_4}} + 1.
 \end{aligned}$$

Для системы возможно два варианта.

Вариант первый: когда выполняются условия $T_1 > T_2$, $T_1 > T_3$, $T_1 > T_4$, при этом, если $\tau = T_1$, то

$$\begin{aligned}
 h_{61}(t) = & - \frac{T_1^4}{(T_1 - T_2)^2 \cdot (T_1 - T_3) \cdot (T_1 - T_4)} \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} - \\
 & - \frac{T_2^3 \cdot (T_2^3 - 2T_2^2 T_3 - 2T_2^2 T_4 - 2T_1 T_2^2 + 3T_1 T_2 T_3 + 3T_1 T_2 T_4 - 4T_1 T_3 T_4 + 3T_2 T_3 T_4)}{(T_1 - T_2)^2 \cdot (T_2 - T_3)^2 \cdot (T_2 - T_4)^2} \cdot e^{-\frac{t}{T_2}} + \\
 & + \frac{T_2^2}{(T_1 - T_2) \cdot (T_2 - T_3) \cdot (T_2 - T_4)} \cdot t \cdot e^{-\frac{t}{T_2}} + \frac{T_3^4}{(T_1 - T_3) \cdot (T_2 - T_3)^2 \cdot (T_3 - T_4)} \cdot e^{-\frac{t}{T_3}} + \\
 & + \frac{T_4^4}{(T_1 - T_4) \cdot (T_2 - T_4)^2 \cdot (T_3 - T_4)} \cdot e^{-\frac{t}{T_4}} + 1.
 \end{aligned}$$

Предположим, $T_1 = \frac{1}{4}T$, $T_2 = \frac{1}{6}T$, $T_3 = \frac{1}{8}T$ а $T_4 = \frac{1}{24}T$, тогда при $\tau = 0$

$$h_{61}(t) = \frac{2268}{25} \cdot e^{-4\frac{t}{T}} - \frac{432}{5} \cdot \frac{t}{T} \cdot e^{-4\frac{t}{T}} - \frac{704}{9} \cdot e^{-6\frac{t}{T}} - 128 \cdot \frac{t}{T} \cdot e^{-6\frac{t}{T}} - \frac{27}{2} \cdot e^{-8\frac{t}{T}} + \frac{1}{450} \cdot e^{-24\frac{t}{T}} + 1,$$

при $\tau = T_1$

$$h_{61}(t) = -\frac{108}{5} \cdot e^{-4\frac{t}{T}} + \frac{64}{9} \cdot e^{-6\frac{t}{T}} + 64 \cdot \frac{t}{T} \cdot e^{-6\frac{t}{T}} + \frac{27}{2} \cdot e^{-8\frac{t}{T}} - \frac{1}{90} \cdot e^{-24\frac{t}{T}} + 1,$$

при $\tau = 2T_1$

$$h_{61}(t) = -\frac{3348}{25} \cdot e^{-4\frac{t}{T}} + \frac{432}{5} \cdot \frac{t}{T} \cdot e^{-4\frac{t}{T}} + \frac{832}{9} \cdot e^{-6\frac{t}{T}} + 256 \cdot \frac{t}{T} \cdot e^{-6\frac{t}{T}} + \frac{81}{2} \cdot e^{-8\frac{t}{T}} - \frac{11}{450} \cdot e^{-24\frac{t}{T}} + 1.$$

Полученные зависимости изображены на рисунке 1 в относительных единицах.

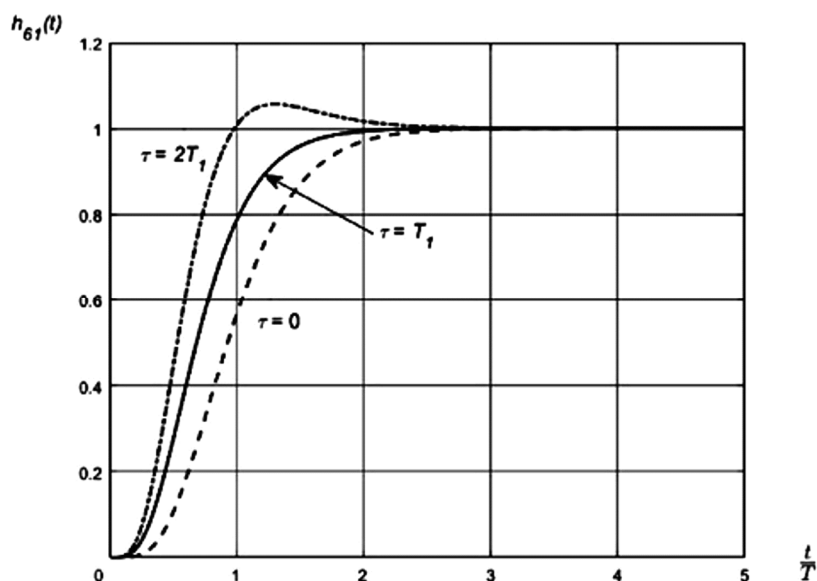


Рисунок 1 – Зависимость h_{61} от $\frac{t}{T}$ при различных τ

Вариант второй: когда выполняются условия $T_3 > T_1$, $T_3 > T_2$, $T_3 > T_4$,
При этом, если $\tau = T_3$, то

$$h_{61}(t) = -\frac{T_1^3 \cdot (T_1^2 - 3T_1T_2 - 2T_1T_4 + 4T_2T_4)}{(T_1 - T_2)^3 \cdot (T_1 - T_4)^2} \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} - \frac{T_1^2}{(T_1 - T_2)^2 \cdot (T_1 - T_4)} \cdot t \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} +$$

$$+ \frac{T_2^3 \cdot (T_2^2 - 3T_1T_2 + 4T_1T_4 - 2T_2T_4)}{(T_1 - T_2)^3 \cdot (T_2 - T_4)^2} \cdot e^{-\frac{t}{T_2}} - \frac{T_2^2}{(T_1 - T_2)^2 \cdot (T_2 - T_4)} \cdot t \cdot e^{-\frac{t}{T_2}} - \frac{T_4^4}{(T_1 - T_4)^2 \cdot (T_2 - T_4)^2} \cdot e^{-\frac{t}{T_4}} + 1.$$

Предположим, $T_1 = \frac{1}{6}T$, $T_2 = \frac{1}{8}T$, $T_3 = \frac{1}{3}T$, а $T_4 = \frac{1}{12}T$, тогда при $\tau = 0$

$$h_{61}(t) = -128 \cdot e^{-6\frac{t}{T}} + 192 \cdot \frac{t}{T} \cdot e^{-6\frac{t}{T}} + \frac{3483}{25} \cdot e^{-8\frac{t}{T}} + \frac{648}{5} \cdot \frac{t}{T} \cdot e^{-8\frac{t}{T}} - \frac{1024}{75} \cdot e^{-3\frac{t}{T}} + \frac{4}{3} \cdot e^{-12\frac{t}{T}} + 1,$$

при $\tau = T_3$

$$h_{61}(t) = 192 \cdot e^{-6\frac{t}{T}} - 192 \cdot t \cdot e^{-6\frac{t}{T}} - 189 \cdot e^{-8\frac{t}{T}} - 216 \cdot \frac{t}{T} \cdot e^{-8\frac{t}{T}} - 4 \cdot e^{-12\frac{t}{T}} + 1,$$

при $\tau = 2T_3$

$$h_{61}(t) = 512 \cdot e^{-6\frac{t}{T}} - 576 \cdot \frac{t}{T} \cdot e^{-6\frac{t}{T}} - \frac{12933}{25} \cdot e^{-8\frac{t}{T}} - \frac{2808}{5} \cdot \frac{t}{T} \cdot e^{-8\frac{t}{T}} + \frac{1024}{75} \cdot e^{-3\frac{t}{T}} - \frac{28}{3} \cdot e^{-12\frac{t}{T}} + 1.$$

Полученные зависимости изображены на рисунке 2 в относительных единицах.

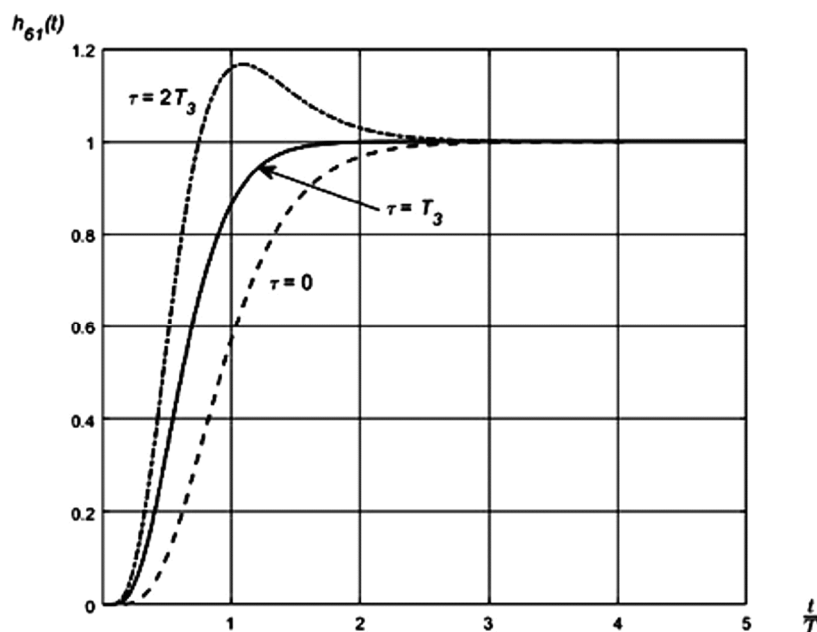


Рисунок 2 – Зависимость h_{61} от $\frac{t}{T}$ при различных τ

Вывод: получены переходные характеристики систем шестого порядка с двумя корнями кратностью два и с двумя корнями кратностью один характеристического уравнения как с полиномом нулевой степени, так и с полиномом первой степени в числителе передаточной функции. Переходная характеристика системы шестого порядка с двумя корнями кратностью два и с двумя корнями кратностью один характеристического уравнения с полиномом первой степени в числителе передаточной функции не имеет перерегулирования, если постоянная времени числителя меньше или равна большей по величине постоянной времени знаменателя.

Литература

1. Добробаба Ю.П., Мурлин А.Г., Серкин А.Д., Анализ переходных характеристик системы шестого порядка с кратными корнями характеристического уравнения // Наука. Техника. Технологии (Политехнический вестник). – 2019. – № 1. – С. 430–437.
2. Добробаба Ю.П., Мурлин А.Г., Печёнкин О.А., Анализ переходных характеристик системы шестого порядка с одним корнем кратностью пять и с одним корнем кратностью один характеристического уравнения // Наука. Техника. Технологии (Политехнический вестник). – 2019. – № 3. – С. 234–239.

3. Добробаба Ю.П., Мурлин А.Г., Печёнкин О.А., Анализ переходных характеристик системы шестого порядка с одним корнем кратностью четыре и с одним корнем кратностью два характеристического уравнения // Наука. Техника. Технологии (Политехнический вестник). – 2019. – № 3. – С. 240–247.
4. Добробаба Ю.П., Мурлин А.Г., Печёнкин О.А., Анализ переходных характеристик системы шестого порядка с одним корнем кратностью четыре и с двумя корнями кратностью один характеристического уравнения // Наука. Техника. Технологии (Политехнический вестник). – 2019. – № 3. – С. 248–254.
5. Добробаба Ю.П., Мурлин А.Г., Печёнкин О.А., Анализ переходных характеристик системы шестого порядка с двумя корнями кратностью три характеристического уравнения // Наука. Техника. Технологии (Политехнический вестник). – 2019. – № 4. – С. 376–381.
6. Добробаба Ю.П., Мурлин А.Г., Печёнкин О.А., Анализ переходных характеристик системы шестого порядка с одним корнем кратностью три, с одним корнем кратностью два и с одним корнем кратностью один характеристического уравнения // Наука. Техника. Технологии (Политехнический вестник). – 2019. – № 4. – С. 382–390.
7. Добробаба Ю.П., Мурлин А.Г., Печёнкин О.А., Анализ переходных характеристик системы шестого порядка с одним корнем кратностью три и с тремя корнями кратностью один характеристического уравнения // Наука. Техника. Технологии (Политехнический вестник). – 2019. – № 4. – С. 391–398.
8. Добробаба Ю.П., Мурлин А.Г., Печёнкин О.А., Анализ переходных характеристик системы шестого порядка с шестью корнями кратностью один характеристического уравнения // Булатовские чтения. – 2020. – Т. 6. – С. 281–286.
9. Добробаба Ю.П., Мурлин А.Г., Печёнкин О.А., Анализ переходных характеристик системы шестого порядка с тремя корнями кратностью два характеристического уравнения // Наука. Техника. Технологии (Политехнический вестник). – 2020. – № 3. – С. 372–378.

References

1. Dobrobaba Y.P., Murlin A.G., Serkin A.D., Analysis of transient characteristics of the sixth-order system with multiple roots of the characteristic equation // Science. Technique. Tekhnologii (Polytechnicheskiy Vestnik). – 2019. – № 1. – P. 430–437.
2. Dobrobaba Y.P., Dobrobaba A.G., Murlin O.A. Pechenkin, Analysis of transient characteristics of a sixth-order system with one root multiple of five and with one root multiple of one characteristic equation // Science. Technique. Tekhnologii (Polytechnicheskiy Vestnik). – 2019. – № 3. – P. 234–239.
3. Dobrobaba Y.P., Dobrobaba A.G., Murlin O.A. Pechenkin, Analysis of transient characteristics of a sixth-order system with one root multiple of four and with one root multiple of two of the characteristic equation // Science. Technique. Tekhnologii (Polytechnicheskiy Vestnik). – 2019. – № 3. – P. 240–247.
4. Dobrobaba Y.P. Dobrobaba A.G., Murlin O.A. Pechenkin, Analysis of transient characteristics of a sixth-order system with one root multiple of four and with two roots multiple of one of the characteristic equation // Science. Technique. Tekhnologii (Polytechnicheskiy Vestnik). – 2019. – № 3. – P. 248–254.
5. Dobrobaba Y.P., Murlin A.G., Pechenkin O.A. Analysis of transient characteristics of a sixth-order system with two roots of multiplicity three of the characteristic equation // Science. Technique. Tekhnologii (Polytechnicheskiy Vestnik). – 2019. – № 4. – P. 376–381.
6. Dobrobaba Y.P., Murlin A.G., Pechenkin O.A. Analysis of transient characteristics of a sixth-order system with one root multiple of three, with one root multiple of two and with one root multiple of one of the characteristic equation // Science. Technique. Tekhnologii (Polytechnicheskiy Vestnik). – 2019. – № 4. – P. 382–390.
7. Dobrobaba Y.P., Murlin A.G., Pechenkin O.A. Analysis of transient characteristics of a sixth-order system with one root multiple of three and with three roots multiple of one characteristic equation // Science. Technique. Tekhnologii (Polytechnicheskiy Vestnik). – 2019. – № 4. – P. 391–398.
8. Dobrobaba Y.P., Murlin A.G., Pechyonkin O.A. Analysis of the transient characteristics of the system of the sixth order with six roots multiple of one characteristic equation // Bulatov Readings. – 2020. – Vol. 6. – P. 281–286.
9. Dobrobaba Y.P., Dobrobaba A.G., Murlin O.A. Pechenkin, Analysis of the transient characteristics of the sixth-order system with three roots of multiplicity two of the characteristic equation // Science. Technique. Tekhnologii (Polytechnicheskiy Vestnik). – 2020. – № 3. – P. 372–378.