

УДК 62

**ОПТИМАЛЬНАЯ ПО БЫСТРОДЕЙСТВИЮ ДИАГРАММА ПЕРЕМЕЩЕНИЯ  
ИСПОЛНИТЕЛЬНОГО ОРГАНА ПРЕЦИЗИОННОГО ЭЛЕКТРОПРИВОДА  
С ОГРАНИЧЕНИЯМИ МАКСИМАЛЬНОГО И МИНИМАЛЬНОГО ЗНАЧЕНИЙ  
ТОКА, СКОРОСТИ, ВТОРОЙ И ТРЕТЬЕЙ ПРОИЗВОДНЫХ СКОРОСТИ**



**THE SPEED-OPTIMIZED MOTION DIAGRAM  
OF AN ACTUATOR OF A PRECISION ELECTRIC ACTUATOR  
WITH LIMITATIONS OF THE MAXIMUM AND MINIMUM CURRENT VALUES,  
VELOCITY, SECOND AND THIRD DERIVATIVES OF VELOCITY**

**Добробаба Юрий Петрович**

кандидат технических наук, доцент,  
доцент кафедры электроснабжения  
промышленных предприятий,  
Кубанский государственный  
технологический университет

**Кушнаренко Андрей Петрович**

аспирант  
института энергетики и теплотехники,  
Кубанский государственный  
технологический университет  
energodraiv@yandex.ru

**Аннотация.** Разработана оптимальная по быстродействию диаграмма перемещения исполнительного органа прецизионного электропривода с ограничениями максимального и минимального значений тока, скорости, второй и третьей производных скорости, состоящая из пятнадцати этапов. Использование ограничения по минимальному току якоря электропривода позволило интенсифицировать процесс торможения и как следствие повысить быстродействие перемещений исполнительных органов промышленных механизмов.

**Ключевые слова:** оптимальная по быстродействию диаграмма, прецизионный электропривод, вторая производная скорости, третья производная скорости.

**Dobrobaba Yury Petrovich**

Candidate of Technical Sciences,  
Associate Professor,  
Associate Professor of Department  
of Power Supply Industrial Enterprises,  
Kuban State Technological University

**Kushnarenko Andrei Petrovich**

Postgraduate Student,  
Institute of Power Engineering and  
Thermal Engineering,  
Kuban State Technological University  
energodraiv@yandex.ru

**Annotation.** The speed-optimal movement diagram of the executive organ of precision electric drive with limitations of maximum and minimum values of current, speed, second and third derivatives of speed, which consists of fifteen stages, has been developed. The use of the electric drive armature minimum current limitation made it possible to intensify the braking process and, as a consequence, to increase the speed of the motion of the industrial mechanisms actuators.

**Keywords:** speed-optimal diagram, precision electric drive, second derivative of speed, third derivative of speed.

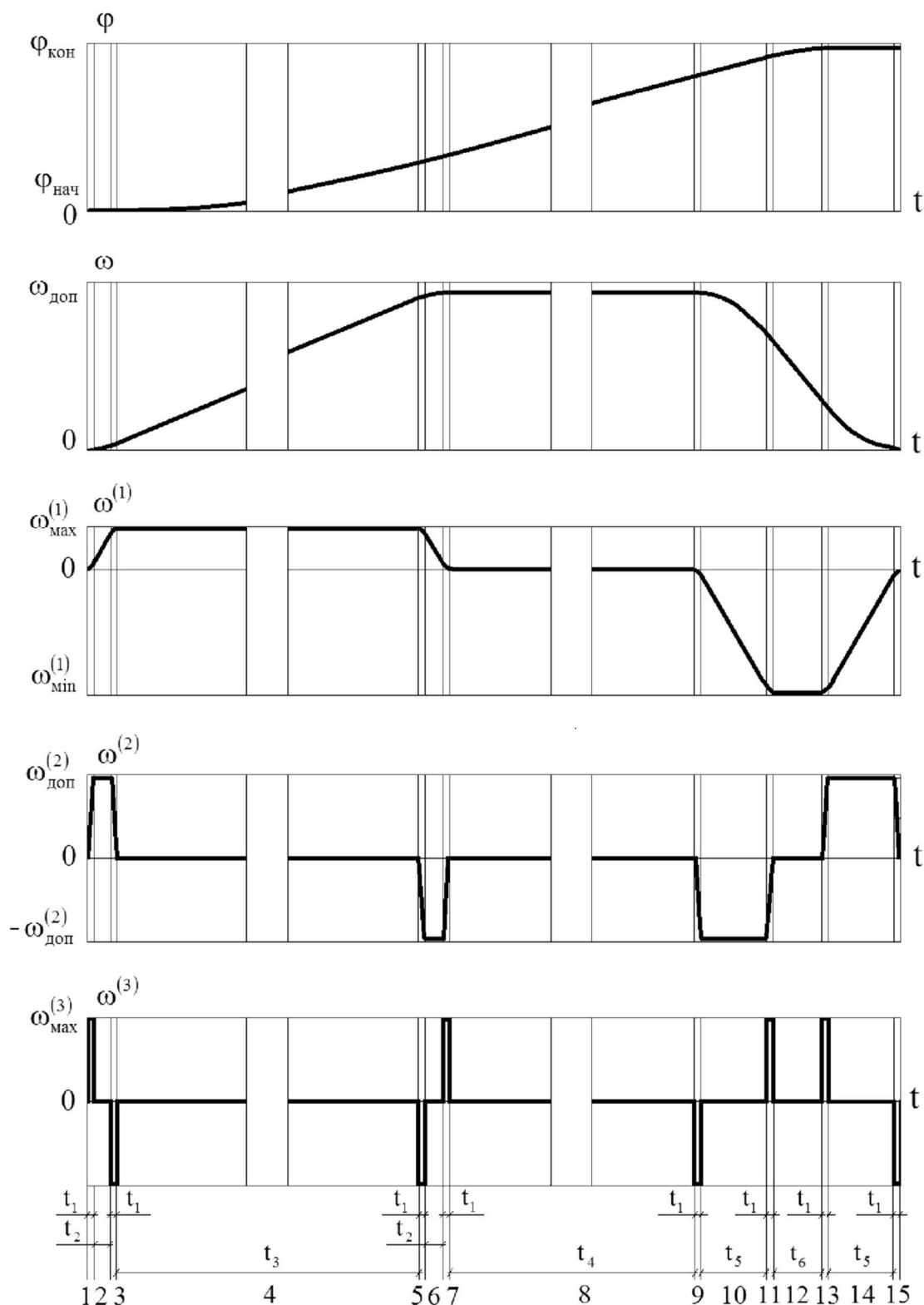
**В** настоящее время широко используются симметричные оптимальные по быстродействию диаграммы перемещения исполнительного органа прецизионного электропривода с ограничениями по скорости и её производным.

При реализации симметричных оптимальных диаграмм не полностью используются возможности электропривода в достижении максимально возможной интенсивности при торможении.

Для устранения данного недостатка в монографии [1] предложено использовать оптимальные по быстродействию диаграммы перемещения исполнительного органа прецизионного электропривода с интенсивным торможением в несимметричном исполнении.

В данной статье предлагается оптимальная по быстродействию диаграмма перемещения исполнительного органа прецизионного электропривода с ограничениями максимального и минимального значений тока, скорости, второй и третьей производных скорости. Диаграмма перемещения исполнительного органа электропривода, выполненная в несимметричном исполнении, обеспечивает интенсивное торможение.

На рисунке 1 приведены механические координаты электропривода при обработке перемещений его исполнительного органа в соответствии с оптимальной по быстродействию диаграммой, имеющей ограничения максимального и минимального значений тока, скорости, второй и третьей производных скорости.



**Рисунок 1** – Механические координаты электропривода при обработке перемещений его исполнительного органа в соответствии с оптимальной по быстродействию диаграммой, имеющей ограничения максимального и минимального значений тока, скорости, второй и третьей производных скорости

На рисунке приняты обозначения:

$\varphi$  – угол поворота исполнительного органа электропривода, рад;

$\omega$  – угловая скорость исполнительного органа электропривода,  $\frac{\text{рад}}{\text{с}}$ ;

$\omega^{(1)}$  – первая производная угловой скорости исполнительного органа электропривода,  $\frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$ ;

$\omega^{(2)}$  – вторая производная угловой скорости исполнительного органа электропривода,  $\frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$ ;

$\omega^{(3)}$  – третья производная угловой скорости исполнительного органа электропривода,  $\frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$ ;

$t$  – время, с;

$\varphi_{\text{нач}}$  – начальное значение угла поворота исполнительного органа электропривода, рад;

$\varphi_{\text{кон}}$  – конечное значение угла поворота исполнительного органа электропривода, рад;

$\omega_{\text{доп}}$  – допустимое значение угловой скорости исполнительного органа электропривода,  $\frac{\text{рад}}{\text{с}}$ ;

$\omega_{\text{max}}^{(1)}$  – максимальное значение первой производной угловой скорости исполнительного органа электропривода,  $\frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$ ;

$\omega_{\text{доп}}^{(2)}$  – допустимое значение второй производной угловой скорости исполнительного органа электропривода,  $\frac{\text{рад}}{\text{с}^3}$ ;

$\omega_{\text{max}}^{(3)}$  – максимальное значение третьей производной угловой скорости исполнительного органа электропривода,  $\frac{\text{рад}}{\text{с}^4}$ ;

$t_1$  – длительность первого, третьего, пятого, седьмого, девятого, одиннадцатого, тринадцатого и пятнадцатого этапов, с;

$t_2$  – длительность второго и шестого этапов, с;

$t_3$  – длительность четвертого этапа, с;

$t_4$  – длительность восьмого этапа, с;

$t_5$  – длительность десятого и четырнадцатого этапов, с;

$t_6$  – длительность двенадцатого этапа, с.

На рисунке 2 приведены электрические координаты электропривода при обработке перемещений его исполнительного органа в соответствии с оптимальной по быстродействию диаграммой, имеющей ограничения максимального и минимального значений тока, скорости, второй и третьей производных скорости. На рисунке приняты обозначения:

$U$  – напряжение, приложенное к якорной цепи электропривода, В;

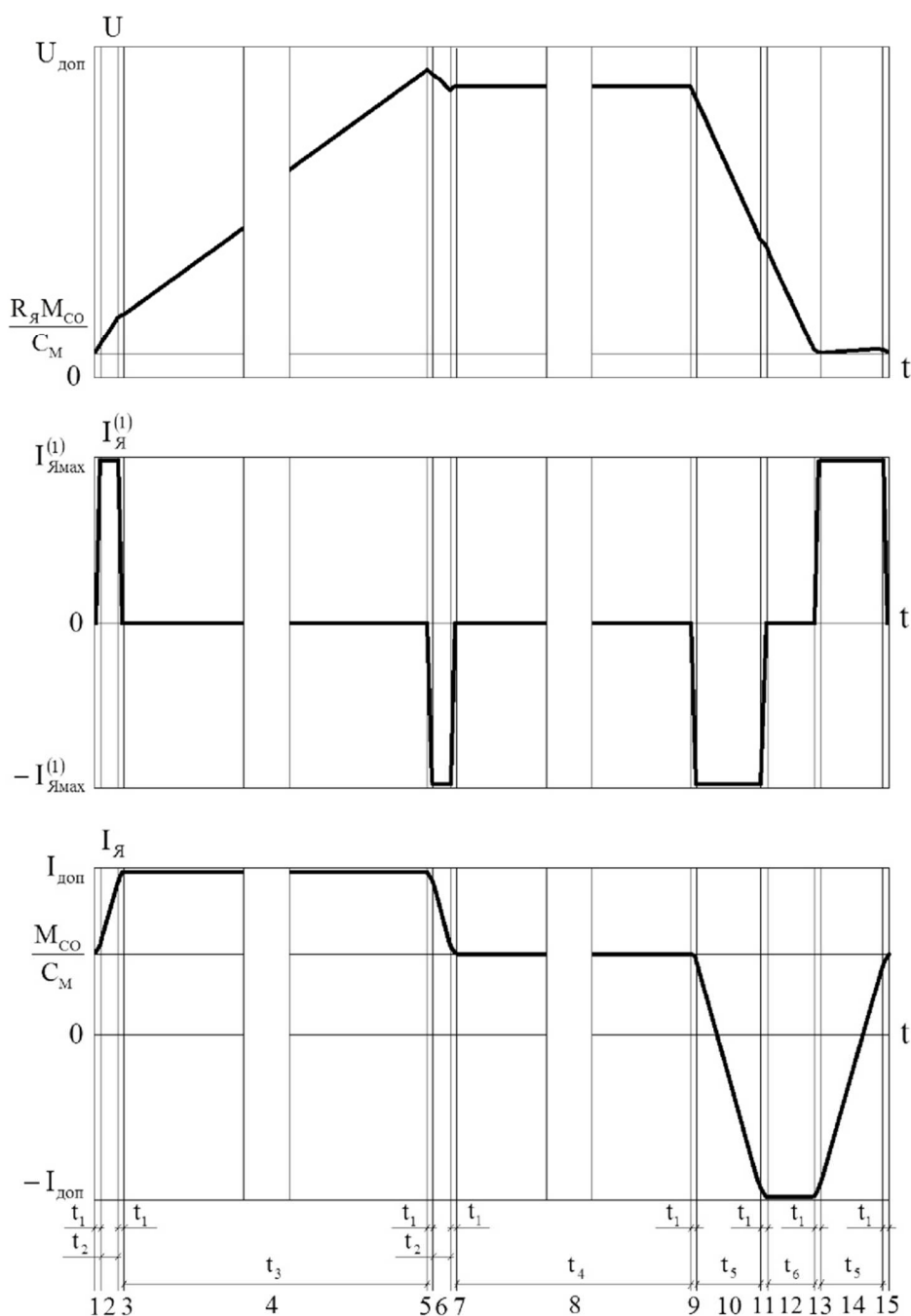
$I_{\text{я}}$  – ток якорной цепи электропривода, А;

$I_{\text{я}}^{(1)}$  – первая производная тока якорной цепи электропривода,  $\frac{\text{А}}{\text{с}}$ ;

$U_{\text{доп}}$  – допустимое значение напряжения, приложенного к якорной цепи электропривода, В;

$I_{\text{яmax}}^{(1)}$  – максимальное значение первой производной тока якорной цепи электропривода,  $\frac{\text{А}}{\text{с}}$ ;

$I_{\text{доп}}$  – допустимое значение тока якорной цепи электропривода, А;  
 $R_{\text{я}}$  – сопротивление якорной цепи электропривода, Ом;  
 $C_{\text{М}}$  – коэффициент пропорциональности между током и моментом двигателя, В·с;  
 $M_{\text{со}}$  – момент сопротивления электропривода, Н·м.



**Рисунок 2** – Электрические координаты электропривода при отработке перемещений его исполнительного органа в соответствии с оптимальной по быстродействию диаграммой, имеющей ограничения максимального и минимального значений тока, скорости, второй и третьей производных скорости

Для оптимальной по быстродействию диаграммы перемещения исполнительного органа прецизионного электропривода с ограничениями максимального и минимального значений тока, скорости, второй и третьей производных скорости справедливы уравнения:

$$C_{\text{М}} I_{\text{доп}} = M_{\text{со}} + J \omega_{\text{макс}}^{(1)};$$

$$\begin{aligned}
 -C_M I_{\text{доп}} &= M_{\text{CO}} + J\omega_{\text{min}}^{(1)}; \\
 \omega_{\text{max}} &= \omega_{\text{max}}^{(1)} \cdot t_1; \\
 \omega_{\text{доп}}^{(2)} &= \omega_{\text{max}}^{(3)} \cdot t_1; \\
 \omega_{\text{max}}^{(1)} &= \omega_{\text{доп}}^{(2)} \cdot (t_1 + t_2); \\
 \omega_{\text{min}}^{(1)} &= -\omega_{\text{доп}}^{(2)} \cdot (t_1 + t_5); \\
 \omega_{\text{доп}} &= \omega_{\text{max}}^{(1)} \cdot (2t_1 + t_2 + t_3); \\
 \omega_{\text{доп}} &= -\omega_{\text{min}}^{(1)} \cdot (2t_1 + t_5 + t_6); \\
 (\varphi_{\text{кон}} - \varphi_{\text{нач}}) &= \omega_{\text{доп}} \cdot \left( 4t_1 + t_2 + \frac{1}{2}t_3 + t_4 + t_5 + \frac{1}{2}t_6 \right); \\
 T_{\text{ц}} &= 8t_1 + 2t_2 + t_3 + t_4 + 2t_5 + t_6.
 \end{aligned}$$

где  $J$  – момент инерции исполнительного органа электропривода,  $\text{кг} \cdot \text{м}^2$ ;  $T_{\text{ц}}$  – длительность цикла, с.

Для параметров оптимальной по быстродействию диаграммы перемещения исполнительного органа прецизионного электропривода с ограничениями максимального и минимального значений тока, скорости, второй и третьей производных скорости справедливы следующие зависимости:

$$\begin{aligned}
 \omega_{\text{max}}^{(1)} &= \frac{C_M I_{\text{доп}} - M_{\text{CO}}}{J}; \\
 \omega_{\text{min}}^{(1)} &= -\frac{C_M I_{\text{доп}} + M_{\text{CO}}}{J}; \\
 t_1 &= \frac{\omega_{\text{доп}}^{(2)}}{\omega_{\text{max}}^{(3)}}; \\
 t_2 &= \frac{C_M I_{\text{доп}} - M_{\text{CO}}}{J\omega_{\text{доп}}^{(2)}} - \frac{\omega_{\text{доп}}^{(2)}}{\omega_{\text{max}}^{(3)}}; \\
 t_5 &= \frac{C_M I_{\text{доп}} + M_{\text{CO}}}{J\omega_{\text{доп}}^{(2)}} - \frac{\omega_{\text{доп}}^{(2)}}{\omega_{\text{max}}^{(3)}}; \\
 t_3 &= \frac{J\omega_{\text{доп}}}{C_M I_{\text{доп}} - M_{\text{CO}}} - \frac{C_M I_{\text{доп}} - M_{\text{CO}}}{J\omega_{\text{доп}}^{(2)}} - \frac{\omega_{\text{доп}}^{(2)}}{\omega_{\text{max}}^{(3)}}; \\
 t_6 &= \frac{J\omega_{\text{доп}}}{C_M I_{\text{доп}} + M_{\text{CO}}} - \frac{C_M I_{\text{доп}} + M_{\text{CO}}}{J\omega_{\text{доп}}^{(2)}} - \frac{\omega_{\text{доп}}^{(2)}}{\omega_{\text{max}}^{(3)}}; \\
 t_4 &= \frac{\varphi_{\text{кон}} - \varphi_{\text{нач}}}{\omega_{\text{доп}}} - \frac{1}{2} \cdot \frac{J\omega_{\text{доп}}}{C_M I_{\text{доп}} - M_{\text{CO}}} - \frac{1}{2} \cdot \frac{J\omega_{\text{доп}}}{C_M I_{\text{доп}} + M_{\text{CO}}} - \\
 &\quad - \frac{1}{2} \cdot \frac{C_M I_{\text{доп}} - M_{\text{CO}}}{J\omega_{\text{доп}}^{(2)}} - \frac{1}{2} \cdot \frac{C_M I_{\text{доп}} + M_{\text{CO}}}{J\omega_{\text{доп}}^{(2)}} - \frac{\omega_{\text{доп}}^{(2)}}{\omega_{\text{max}}^{(3)}};
 \end{aligned}$$

$$T_{Ц} = \frac{\varphi_{\text{кон}} - \varphi_{\text{нач}}}{\omega_{\text{доп}}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{J\omega_{\text{доп}}}{C_M I_{\text{доп}} - M_{\text{CO}}} - \frac{1}{2} \cdot \frac{J\omega_{\text{доп}}}{C_M I_{\text{доп}} + M_{\text{CO}}} +$$

$$+ \frac{1}{2} \cdot \frac{C_M I_{\text{доп}} - M_{\text{CO}}}{J\omega_{\text{доп}}^{(2)}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{C_M I_{\text{доп}} + M_{\text{CO}}}{J\omega_{\text{доп}}^{(2)}} + \frac{\omega_{\text{доп}}^{(2)}}{\omega_{\text{max}}^{(3)}}.$$

Если  $t_4 = 0$ , то  $(\varphi_{\text{кон}} - \varphi_{\text{нач}}) = \varphi_{\text{гр.3}}$ .

Третье граничное значение угла поворота равно

$$\varphi_{\text{гр.3}} = \omega_{\text{доп}} \cdot \left[ \frac{1}{2} \cdot \frac{J\omega_{\text{доп}}}{C_M I_{\text{доп}} - M_{\text{CO}}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{J\omega_{\text{доп}}}{C_M I_{\text{доп}} + M_{\text{CO}}} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{2} \cdot \frac{C_M I_{\text{доп}} - M_{\text{CO}}}{J\omega_{\text{доп}}^{(2)}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{C_M I_{\text{доп}} + M_{\text{CO}}}{J\omega_{\text{доп}}^{(2)}} + \frac{\omega_{\text{доп}}^{(2)}}{\omega_{\text{max}}^{(3)}} \right].$$

Напряжение, приложенное к якорной цепи электропривода, без учета влияния индуктивности якорной цепи определяется из уравнения:

$$U(t) = C_e \omega(t) + R_{я} I_{я}(t) + L_{я} \dot{I}_{я}(t),$$

где  $C_e$  – коэффициент пропорциональности между угловой скоростью исполнительного органа и ЭДС электропривода,  $\frac{\text{В} \cdot \text{с}}{\text{рад}}$ ;  $L_{я}$  – индуктивность якорной цепи электропривода, Гн.

В данной работе рассматривается электропривод, имеющий следующие параметры:  $C_e = 1,25 \frac{\text{В} \cdot \text{с}}{\text{рад}}$ ;  $C_M = 1,25 \text{ В} \cdot \text{с}$ ;  $R_{я} = 5 \text{ Ом}$ ;  $L_{я} = 0,1 \text{ Гн}$ ;  $J = 0,05 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ . На контролируемые координаты электропривода наложены ограничения:  $U_{\text{доп}} = 250 \text{ В}$ ;  $I_{\text{доп}} = 8 \text{ А}$ ;  $\omega_{\text{доп}} = 160 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$ . Момент сопротивления электропривода равен  $M_{\text{CO}} = 5 \text{ Н} \cdot \text{м}$ . Начальное значение угла поворота равно  $\varphi_{\text{нач}} = 0 \text{ рад}$ .

При этом третье граничное значение угла поворота исполнительного органа электропривода равно  $\varphi_{\text{гр.3}} = 205 \frac{13}{15} \text{ рад}$ .

Если  $(\varphi_{\text{кон}} - \varphi_{\text{нач}}) = 205 \frac{13}{15} \text{ рад}$ , то

$$\omega_{\text{max}}^{(1)} = 100 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}; \quad \omega_{\text{min}}^{(1)} = -300 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}; \quad t_1 = 0,02 \text{ с}; \quad t_2 = 0,08 \text{ с}; \quad t_5 = 0,28 \text{ с};$$

$$t_3 = 1,48 \text{ с}; \quad t_6 = \frac{16}{75} \text{ с}; \quad t_4 = 0 \text{ с}; \quad T_{Ц} = 2 \frac{43}{75} \text{ с}.$$

Если  $(\varphi_{\text{кон}} - \varphi_{\text{нач}}) = 400 \text{ рад}$ , то

$$\omega_{\text{max}}^{(1)} = 100 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}; \quad \omega_{\text{min}}^{(1)} = -300 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}; \quad t_1 = 0,02 \text{ с}; \quad t_2 = 0,08 \text{ с}; \quad t_5 = 0,28 \text{ с};$$

$$t_3 = 1,48 \text{ с}; \quad t_6 = \frac{16}{75} \text{ с}; \quad t_4 = 1 \frac{16}{75} \text{ с}; \quad T_{Ц} = 3 \frac{59}{75} \text{ с}.$$

В таблице 1 представлены результаты численного эксперимента рассматриваемого электропривода: определены значения первой производной угловой скорости исполнительного органа электропривода  $\omega^{(1)}$ ; угловой скорости исполнительного органа электропривода  $\omega$ ; угла поворота исполнительного органа электропривода  $\varphi$ ; тока якорной цепи электропривода  $I_{я}$ ; напряжения, приложенного к якорной цепи электропривода  $U$ ; мощности, потребляемой якорной цепью электропривода  $P = UI$  в моменты переключений третьей производной угловой скорости исполнительного органа электропривода  $\omega^{(3)}$ .

Таблица 1 – Результаты численного эксперимента

t, с	$\omega^{(1)}, \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$	$\omega, \frac{\text{рад}}{\text{с}}$	$\varphi, \text{рад}$	$I_{\text{я}}, \text{А}$	$i_{\text{я}}^{(1)}, \frac{\text{А}}{\text{с}}$	U, В	P, Вт
0	0	0	0	4	0	20	80
0,02	10	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{3000}$	4,4	40	$26\frac{1}{12}$	$114\frac{23}{30}$
0,1	90	$4\frac{1}{15}$	0,123	7,6	40	$47\frac{1}{12}$	$357\frac{5}{6}$
0,12	100	6	$\frac{67}{300}$	8	0	47,5	380
1,6	100	154	$118\frac{187}{300}$	8	0	232,5	1860
1,62	90	$155\frac{14}{15}$	121,75	7,6	-40	$228\frac{11}{12}$	$1739\frac{23}{30}$
1,7	10	$159\frac{14}{15}$	$134\frac{1201}{3000}$	4,4	-40	$217\frac{11}{12}$	$958\frac{5}{6}$
1,72	0	160	137,6	4	0	220	880
$2\frac{14}{15}$	0	160	$331\frac{11}{15}$	4	0	220	880
$2\frac{143}{150}$	-10	$159\frac{14}{15}$	334,933	3,6	-40	$213\frac{11}{12}$	770,1
$3\frac{7}{30}$	-290	$117\frac{14}{15}$	$375\frac{1991}{3000}$	-7,6	-40	$105\frac{5}{12}$	$-801\frac{1}{6}$
$3\frac{19}{75}$	-300	112	$377\frac{289}{300}$	-8	0	100	-800
$3\frac{7}{15}$	-300	48	394,103	-8	0	20	-160
$3\frac{73}{150}$	-290	$42\frac{1}{15}$	$395\frac{2791}{3000}$	-7,6	40	$18\frac{7}{12}$	$-141\frac{7}{30}$
$3\frac{23}{30}$	-10	$\frac{1}{15}$	$399\frac{2999}{3000}$	3,6	40	$22\frac{1}{12}$	79,5
$3\frac{59}{75}$	0	0	400	4	0	20	80

В дальнейшей работе необходимо определить какой энергией должен обладать электромеханический источник бесперебойного питания при реализации предлагаемой диаграммы перемещения исполнительного органа электропривода.

### Литература

1. Добробаба Ю.П., Кошкин Г.А, Громницкий Е.Е. Оптимальные по быстродействию диаграммы перемещения исполнительного органа прецизионного электропривода постоянного тока с упругим валопроводом : монография // Кубан. гос. технол. ун-т. – Краснодар : Изд. ФГБОУ ВО «КубГТУ», 2018. – 160 с.

### References

1. Dobrobaba S.P., Koshkin G.A., Gromnitskiy E.E. Optimal in terms of speed movement diagrams of the executive body of a precision DC electric drive with elastic shaft train: monograph // Kuban State Technological University. – Krasnodar : Izd. FGBOU VO «KubGTU», 2018. – 160 p.