

УДК 621.01

СОЗДАНИЕ И ИССЛЕДОВАНИЕ ПОСТУПАТЕЛЬНОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ МАШИН РЕАЛЬНЫМИ ЗАКОНАМИ МЕХАНИКИ



CONSTRUCTION AND RESEARCH OF A ROTATIONAL DYNAMIC MODEL OF MACHINES BY REAL LAWS OF MECHANICS

Смелягин Анатолий Игоревич

доктор технических наук,
профессор кафедры
наземного транспорта и механики,
Кубанский государственный
технологический университет
asmelyagin@yandex.ru

Аннотация. При создании новых машин проводится их динамический анализ. Динамический анализ выполняется с целью выявления возможностей новой техники и определения её соответствия техническому заданию на разработку. Обычно динамический анализ машин проводится с помощью законов, теорем и методов классической или аналитической механики, которые построены на законах-Аксиомах И. Ньютона. Анализ законов И. Ньютона показывает, что они не законы, так как в природе нет объектов, для которых они написаны. Значит, все полученные на их основе теоремы, принципы и уравнения для исследования движения реальных материальных объектов являются приближёнными. Современные машины имеют обычно сложные кинематические цепи, следовательно непосредственное применение для их исследования законов и теорем классической и аналитической механики является сложной и трудоёмкой задачей. Поэтому, в работе с помощью реальных законов движения разрабатывается однозвенная поступательная динамическая модель машин и с её помощью проводится теоретическое исследование подъёмного устройства.

Ключевые слова: динамическая модель, механическое движение, сила, момент, масса, момент инерции, приведенный момент, приведенный момент инерции, закон движения, скорость, ускорение.

Smelyagin Anatoly Igorevich

Doctor of technical sciences,
Professor Department
of land transport and mechanics,
Kuban State Technological University
asmelyagin@yandex.ru

Annotation. When creating new machines, their dynamic analysis is carried out. Dynamic analysis is performed in order to identify the capabilities of new equipment and determine its compliance with the technical task for development. Usually dynamic analysis of machines is carried out with the help of laws, theorems and methods of classical or analytical mechanics, which are built on the laws-Axioms of I. Newton. The analysis of Newton's laws shows that they are not laws, since there are no objects in nature for which they are written. This means that all the theorems, principles and equations obtained on their basis for studying the motion of real material objects are approximate. Modern machines usually have complex kinematic circuits, so the direct application of the laws and theorems of classical and analytical mechanics to their study is a complex and time-consuming task. Therefore, in the work with the help of real laws of motion, a single-link translational dynamic model of machines is developed and a theoretical study of the lifting device is carried out with its help.

Keywords: dynamic model, mechanical motion, force, moment, mass, moment of inertia, reduced moment, reduced moment of inertia, law of motion, speed, acceleration.

Введение

Какими бы не были сложными машины они состоят только из звеньев и кинематических пар, которые в результате их соединения между собой образуют кинематические цепи [1–4].

При создании новых машин, с целью определения их выходных параметров и функциональных возможностей, проводят динамический анализ.

Так как современные машины имеют развитые и сложные кинематические цепи, то непосредственное применение законов Ньютона, теорем и уравнений классической механики для их исследования является сложной и трудоёмкой задачей. Более того законы Ньютона не являются ни законами и ни аксиомами так как они относятся только к не существующим материальным точкам [8, 12–16]. Следовательно, законы-Аксиомы Ньютона, как и полученные на их основе теоремы, принципы и уравнения для исследования движения машин и материальных тел являются приближёнными.

Поэтому в [17, 18] для механических систем и материальных тел были сформулированы новые:

- законы движения;
- условия равновесия;
- следствия.

Эти законы имеют вид.

Законы-Аксиомы движения

1. Взаимодействия материальных тел парны, равновелики и противоположно направлены:

$$I_1 = I_2. \quad (1)$$

2. Работы внешних и инерционных взаимодействий материальных тел на любом перемещении равны между собой:

$$\sum A_{ij} = \sum A_{\Phi ij}. \quad (2)$$

2*. Суммарная работа внешних и инерционных взаимодействий материальных тел в любое мгновение равна нулю

$$\sum A_{\Sigma ij} = 0. \quad (3)$$

Видно, что законы движения 2 и 2* полностью эквивалентны друг другу. Это следует из формул (2) и (3):

$$\sum A_{ij} + \sum A_{\Phi ij} = \sum A_{\Sigma ij} = 0. \quad (4)$$

Приведём на конкретных примерах практическое применение реальных законов движения для исследования машин и механических систем с поступательным приводом.

Построение поступательной динамической модели машин

Современные машины и механические системы обычно имеют сложные разветвлённые кинематические цепи, а, значит, непосредственное применение законов и теорем классической и аналитической механики для исследования их динамики является сложной и трудоёмкой процедурой. Поэтому, опираясь на современные знания реальных законов и понятий механики [17–18], построим однозвенную поступательную динамическую модель машин [2, 3].

Известно, что однозвенная динамическая модель большинства машин и механических систем представляет собой поступательную кинематическую пару А, которая соединена со стойкой и простейшим механизмом 1 (рис. 1) [1–4].

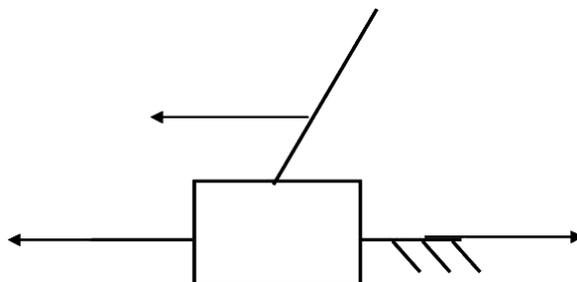


Рисунок 1 – Динамическая модель

Звено 1 совершает поступательное движение относительно стойки со скоростью V_1 и ускорением a_1 под действием приложенных к нему приведенных внешних сил F_n и сил инерции Φ_n и имеет приведённую массу m_n .

Найдём приведённые к начальному звену 1 динамической модели внешние силы F_n , а также приведённую массу m_n .

Для определения F_n , и m_n воспользуемся вторым законом (2) движения, который утверждает, что работы внешних и инерционных взаимодействий материальных тел на любом перемещении равны между собой.

$$\sum A_i = \sum A_{\Phi_i}. \quad (5)$$

Работы внешних и инерционных силовых воздействий, приложенных к звеньям (телам) машин и механических систем определяются:

$$\sum A_i = \int F_n dS_1, \quad (6)$$

$$\sum A_{\Phi_i} = \int \Phi_1 dS_1. \quad (7)$$

Известно [9–12], что сила инерции Φ_1 звена приведения 1 равна

$$\Phi_1 = m_n a_1. \quad (8)$$

С учетом (8) уравнение (7) примет вид

$$\sum A_{\Phi_i} = \int m_n a_1 dS_1. \quad (9)$$

Продифференцируем уравнения (6) и (9), в результате получим:

$$\sum dA_i = F_n dS_1, \quad (10)$$

$$\sum dA_{\Phi_i} = m_n a_1 dS_1. \quad (11)$$

Разделим уравнения (10) и (11) на dt :

$$\sum \frac{dA_i}{dt} = F_n \frac{dS_1}{dt}. \quad (12)$$

$$\sum \frac{dA_{\Phi_i}}{dt} = m_n a_1 \frac{dS_1}{dt}. \quad (13)$$

Введём обозначения:

$$\frac{dA_i}{dt} = P_i, \quad (14)$$

$$\frac{dA_{\Phi_i}}{dt} = P_{\Phi_i}, \quad (15)$$

где P_i и P_{Φ_i} – соответственно, мощности активных и инерционных взаимодействий.

С учётом принятых обозначений (14) и (15), уравнения (12) и (13) примут вид:

$$\sum P_i = F_n V_1, \quad (16)$$

$$\sum P_{\Phi_i} = m_n a_1 V_1. \quad (17)$$

Найдём мощности активных и инерционных взаимодействий для i -го звена (тела) машины и механической системы:

$$P_i = F_i V_i \cos(\widehat{F_i, V_i}) + M_i \omega_i, \quad (18)$$

$$P_{\Phi_i} = \Phi_i V_i \cos(\widehat{F_i, V_i}) + M_{\Phi_i} \omega_i, \quad (19)$$

где F_i и M_i – соответственно, внешние сила и момент сил, действующие на i -е звено машины;

$\Phi_i = m_i a_i$ – сила инерции, действующая на i -е звено машины;

$M_{\Phi_i} = I_i \varepsilon_i$ – момент сил инерции, действующий на i -е звено машины.

где V_i , ω_i , a_i и ε_i – соответственно, линейные и угловые скорости и ускорения i -го звена машины.

Поставим (18) и (19) в формулы (16) и (17), в результате получим:

$$\sum [F_i V_i \cos(\widehat{F_i, V_i}) + M_i \omega_i] = F_n V_1, \quad (20)$$

$$\sum [m_i a_i V_i \cos(\widehat{F_i, V_i}) + I_i \varepsilon_i \omega_i] = m_n a_1 V_1. \quad (21)$$

Из уравнения (20) найдём приведённую силу активных взаимодействий

$$F_{\pi} = \sum \left[F_i \frac{V_i}{V_1} \cos(\widehat{\vec{F}_i, \vec{V}_1}) + M_i \frac{\omega_i}{V_1} \right]. \quad (22)$$

Установим, что представляют отношения скоростей $\frac{V_i}{V_1}$ и $\frac{\omega_i}{V_1}$ в формуле (22)

$$\frac{V_i}{V_1} = \frac{\frac{dS_i}{dt}}{\frac{dV_1}{dt}} = \frac{dS_i}{dV_1} = S'_{iV_1}, \quad (23)$$

$$\frac{\omega_i}{V_1} = \frac{\frac{d\varphi_i}{dt}}{\frac{dV_1}{dt}} = \frac{d\varphi_i}{dV_1} = \varphi'_{iV_1}, \quad (24)$$

где S'_{iV_1} и φ'_{iV_1} аналоги скоростей или передаточные отношения [2, 3, 19–21].

С учётом (23) и (24) приведённая к начальному звену сила взаимодействий определится

$$F_{\pi} = \sum \left[F_k S'_{iV_1} \cos(\widehat{\vec{F}_i, \vec{V}_1}) + M_k \varphi'_{iV_1} \right]. \quad (25)$$

Теперь найдём приведённый к начальному звену динамической модели момент инерции I_{π} , для чего запишем формулу (21)

$$\sum \left[m_i a_i V_i \cos(\widehat{\vec{F}_i, \vec{V}_1}) + I_i \varepsilon_i \omega_i \right] = m_{\pi} a_1 V_1. \quad (26)$$

Из уравнения (26) найдём приведённый момент инерции

$$m_{\pi} = \sum \left[m_i \frac{a_i}{a_1} \frac{V_i}{V_1} \cos(\widehat{\vec{F}_i, \vec{V}_1}) + I_k \frac{\varepsilon_i}{a_1} \frac{\omega_i}{V_1} \right]. \quad (27)$$

Найдём отношения ускорений $\frac{a_i}{a_1}$ и $\frac{\varepsilon_i}{a_1}$ в формуле (27), определяющей приведённый момент инерции:

$$\frac{a_i}{a_1} = \frac{\frac{dV_i}{dt}}{\frac{dV_1}{dt}} = \frac{dV_i}{dV_1} = V'_{iV_1}, \quad (28)$$

$$\frac{\varepsilon_i}{a_1} = \frac{\frac{d\omega_i}{dt}}{\frac{dV_1}{dt}} = \frac{d\omega_i}{dV_1} = \omega'_{iV_1}, \quad (29)$$

где V'_{iV_1} и ω'_{iV_1} – аналоги ускорений или передаточные отношения.

С учётом (28) и (29) приведённая к начальному звену масса определится

$$m_{\pi} = \sum \left[m_i V'_{iV_1} S'_{iV_1} \cos(\widehat{\vec{F}_i, \vec{V}_1}) + I_k \omega'_{iV_1} \varphi'_{iV_1} \right]. \quad (30)$$

Рассмотрим на примере практическое применение построенной динамической модели и докажем её достоверность для машин.

Исследование грузоподъёмного устройства

Исследуемое устройство (рис. 2) представляет собой, в соответствии с принятой устоявшейся терминологией, классический грузоподъёмный механизм. Отметим, что правильнее это грузоподъёмное устройство называть грузоподъёмной машиной.

Механизмы не совершают полезной работы, они реализуют только необходимые законы движений звеньев, а машины - создаются именно для совершения полезной работы [1–4].

Грузоподъёмное устройство имеет поступательный привод, который перемещает рейку 1. Рейка взаимодействует с барабаном 2 и приводит его во вращение. При вращении барабана груз 3 поднимается.

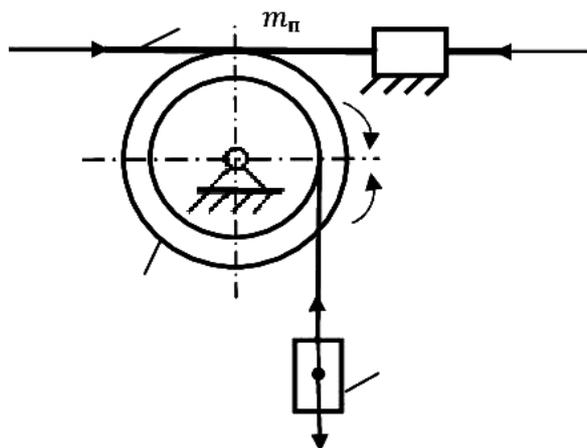


Рисунок 2 – Грузоподъемное устройство

При исследовании грузоподъемного устройства примем, что:

- привод – рейка 1 имеют массу m_1 , и перемещается под действием активных (внешних) сил F_1 , трения F_c и сил инерции Φ_1 ;
- барабан 2 радиусами R_1 и R_2 имеет массу m_2 и момент инерции I_2 , к нему приложены моменты сил трения качения M_c и сил инерции M_{Φ_2} ;
- груз 3 массой m_3 имеет вес G_3 и на него действует сила инерции Φ_3 ;
- на него действуют постоянные внешние силы и моменты сил;
- движение объекта происходит при начальных нулевых условиях.

Необходимо найти закон движения поднимаемого груза 3.

Исследование грузоподъемного устройства будем проводить с помощью динамической модели (рис.1).

Для построения динамической модели исследуемой подъемной машины найдём, приложенную к начальному звену (рейке) 1 приведённую силу F_n и приведённую массу m_n .

Приведённая к начальному звену 1 сила определится по формуле (25).

Так как в (25) и (30) входят аналоги скоростей, то найдём их. Для этого свяжем перемещения барабана 2 и груза 3 с перемещением звена приведения 1 (рейки):

$$\varphi_2 = S_1 \frac{1}{R_2}, \quad (31)$$

$$S_3 = S_1 \frac{r_2}{R_2}. \quad (32)$$

Дифференцируя (31) и (32) по времени t , найдём, выраженную через скорость звена приведения, угловую скорость барабана 2 и скорость подъёма груза 3, соответственно:

$$\omega_2 = V_1 \frac{1}{R_2}, \quad (33)$$

$$V_3 = V_1 \frac{r_2}{R_2}. \quad (34)$$

В соответствии с (23) и (24), найдём аналоги скоростей для:

- рейки

$$\frac{dS_1}{dS_1} = 1; \quad (35)$$

- барабана

$$\frac{d\varphi_2}{dS_1} = \frac{1}{R_2}; \quad (36)$$

- груза

$$\frac{dS_3}{d\varphi_1} = \frac{r_2}{R_2}. \quad (37)$$

С учетом найденных аналогов скоростей (35–37), и в соответствии с (25), найдём приведенную силу, действующую на рейку

$$F_{\Pi} = F_1 - F_c - M_C \frac{1}{R_2} - m_3 g \frac{r_2}{R_2}. \quad (38)$$

Приведенную массу начального звена динамической модели найдём по формуле (30).

Так как в (30) кроме аналогов скоростей входят еще и аналоги ускорений, то найдём их.

Для определения аналогов ускорений продифференцируем (33) и (34) по времени t . В результате найдём ускорения барабана и груза:

$$\varepsilon_2 = a_1 \frac{1}{R_2}, \quad (39)$$

$$a_3 = a_1 \frac{r_2}{R_2}. \quad (40)$$

В соответствии с формулами (28) и (29), найдём аналоги ускорений для:

- начального звена (рейки)

$$\frac{dV_1}{dV_1} = 1; \quad (41)$$

- барабана

$$\frac{d\omega_2}{dV_1} = \frac{1}{R_2}; \quad (42)$$

- груза

$$\frac{dV_3}{dV_1} = \frac{r_2}{R_2}. \quad (43)$$

С учетом найденных аналогов ускорений (41–43), и в соответствии с формулой (30), найдём приведенную массу начального звена грузоподъемника

$$m_{\Pi} = m_1 + I_2 \left(\frac{1}{R_2}\right)^2 + m_3 \left(\frac{r_2}{R_2}\right)^2. \quad (44)$$

Итак, приведенные к начальному звену динамической модели силы и массы, найдены. Перейдём к исследованию динамики грузоподъемной машины.

Для исследования динамической модели (грузоподъемника) воспользуемся вторым законом (2) движения материальных тел, который утверждает – работы инерционных и внешних взаимодействий тел на любом перемещении равны между собой

$$\sum A_{\Phi ij} = \sum A_{ij}. \quad (45)$$

Работы инерционных и внешних взаимодействий начального звена динамической модели определяются

$$m_{\Pi} a_1 S_1 = F_{\Pi} S_1. \quad (46)$$

После преобразования (46), получим дифференциальное уравнение движения начального звена динамической модели

$$\frac{dV_1}{dt} = \frac{F_{\Pi}}{m_{\Pi}}. \quad (47)$$

Дважды интегрируя (47), найдем, соответственно, скорость и ускорение звена приведения:

$$V_1 = \frac{F_{\Pi}}{m_{\Pi}} t + C_1, \quad (48)$$

$$V_1 = \frac{F_{\Pi}}{m_{\Pi}} \frac{t^2}{2} + C_1 t + C_2, \quad (49)$$

где C_1 и C_2 – постоянные интегрирования.

При принятых начальных условиях, что при $t = 0$, $S_{10} = 0$ и $V_{10} = 0$ (машина не работала), найдём, что

$$C_1 = C_2 = 0. \quad (50)$$

С учётом (50), (38) и (44), скорость и ускорение звена приведения, соответственно, определяются:

$$V_1 = \frac{F_1 - F_c - M_C \frac{1}{R_2} - m_3 g \frac{r_2}{R_2}}{m_1 + I_2 \left(\frac{1}{R_2}\right)^2 + m_3 \left(\frac{r_2}{R_2}\right)^2} t, \quad (51)$$

$$\varphi_1 = \frac{F_1 - F_c - M_C \frac{1}{R_2} - m_3 g \frac{r_2}{R_2}}{m_1 + I_2 \left(\frac{1}{R_2}\right)^2 + m_3 \left(\frac{r_2}{R_2}\right)^2} \frac{t^2}{2}. \quad (52)$$

Для нахождения закона движения груза 3, подставим (51) и (52) в формулы (32) и (34). В результате найдём закон движения и скорость груза 3:

$$S_3 = \frac{F_1 - F_c - M_C \frac{1}{R_2} - m_3 g \frac{r_2}{R_2}}{m_1 + I_2 \left(\frac{1}{R_2}\right)^2 + m_3 \left(\frac{r_2}{R_2}\right)^2} \frac{r_2}{R_2} \frac{t^2}{2},$$

$$V_3 = \frac{F_1 - F_c - M_C \frac{1}{R_2} - m_3 g \frac{r_2}{R_2}}{m_1 + I_2 \left(\frac{1}{R_2}\right)^2 + m_3 \left(\frac{r_2}{R_2}\right)^2} \frac{r_2}{R_2} t.$$

Из полученных результатов и рассмотренного примера следует, что исследования динамики многозвенных машин и многотельных механических систем с помощью динамических моделей значительно упрощается по сравнению с традиционными методами.

Выводы

По результатам работы можно заключить:

- с помощью новых динамических моделей машин и механических систем исследование их динамики значительно упрощается;
- найденные законы движения звеньев грузоподъёмной машины соответствуют движению реального объекта, что свидетельствует об адекватности предлагаемых моделей реальным объектам;
- полученные результаты позволяют рекомендовать новые динамические модели к практическому использованию.

Литература

1. Смелягин А.И. Структура механизмов и машин. – М. : Высш. шк., 2014. – 304 с.
2. Смелягин А.И. Теория механизмов и машин. – М. – Новосибирск: ИНФРА-М, 2008. – 263 с.
3. Смелягин А.И. Теория механизмов и машин. Курсовое проектирование. – М. : ИНФРА-М, 2019. – 263 с.
4. Смелягин А.И. Структура машин, механизмов и конструкций. – М. : ИНФРА-М, 2019. – 387 с.
5. Галилео Галилей. Избранные труды в двух томах. – М. : Наука, 1964.
6. Ньютон Исаак. Математические начала натуральной философии. – М. : Наука, 1989. – 688 с.
7. Эйлер Л. Основы динамики точки. – М. – Ленинград : НТИ-НКТП СССР, 1938. – 500 с.
8. Харламов П.В. Очерки об основаниях механики. Мифы, заблуждения и ошибки. – Киев : Наук, думка, 1995. – 407 с.
9. Никитин Н.Н. Курс теоретической механики. – М. : Высш. шк., 1990. – 607 с.
10. Голубев Ю.Ф. Основы теоретической механики. – М. : Изд-во МГУ, 2000. – 2-е изд. – 720 с.
11. Кузьмичев В.Е. Законы и формулы физики. – Киев : Наук. Думка, 1989. – 864 с.
12. Ишлинский А.Ю. Механика: идеи, задачи, приложения. – М. : Наука, 1985. – 624 с.
13. Смелягин А.И. Аксиомы или законы движения сформулировал И. Ньютон // Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). – 2014. – № 2. – С. 11–16.
14. Смелягин А.И. Законы и понятия классической механики // Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). – 2019. – № 3. – С. 21–27.
15. Смелягин А.И. Основные, первичные понятия механики // Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). – 2014. – № 2. – С. 17–26.
16. Смелягин А.И. Объекты, для которых сформулированы аксиомы или законы классической механики // Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). – 2014. – № 1. – С. 21–25.

17. Смелягин А.И. Об основных понятиях и законах классической механики // Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). – 2020. – № 2. – С. 25–38.
18. Смелягин А.И. О реальных законах движения // Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). – 2020. – № 3. – С. 11–16.
19. Смелягин А.И. Применение аналогов скоростей для исследования механических систем вращательного движения // Электронный сетевой политехнический журнал «Научные труды КубГТУ». – 2016. – № 10. – С. 125–139.
20. Смелягин А.И. Применение аналогов скоростей и ускорений для исследования движений механических систем с помощью новых аксиом и теорем // Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). – 2016. – № 2. – С. 21–29.
21. Смелягин А.И. Об аналогах скоростей и ускорений // Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). – 2019. – № 4. – С. 19–25.

References

1. Smelyagin A.I. Structure of mechanisms and machines. – M. : Higher school, 2014. – 304 p.
2. Smelyagin A.I. Theory of mechanisms and machines. – M. – Novosibirsk: INFRA-M, 2008. – 263 p.
3. Smelyagin A.I. Theory of mechanisms and machines. Course design. – M. : INFRA-M, 2019. – 263 p.
4. Smelyagin A.I. Structure of machines, mechanisms and structures. – M. : INFRA-M, 2019. – 387 p.
5. Galileo Galilei. Selected works in two volumes. – M. : Nauka, 1964.
6. Newton Isaac. Mathematical principles of natural philosophy. – M. : Nauka, 1989. – 688 p.
7. Euler L. Basics of point dynamics. – M. – Leningrad : NTI-NKTP of the USSR, 1938. – 500 p.
8. Kharlamov P.V. Essays on the foundations of mechanics. Myths, misconceptions, and mistakes. – Kiev : Nauk, Dumka, 1995. – 407 p.
9. Nikitin N.N. Course of theoretical mechanics. – M. : Higher school, 1990. – 607 p.
10. Golubev Yu.F. Fundamentals of theoretical mechanics. – M. : MSU Publishing house, 2000. – 2nd ed. – 720 p.
11. Kuzmichev V.E. Laws and formulas of physics. – Kiev : Nauk. Dumka, 1989. – 864 p.
12. Ishlinsky A.Yu. Mechanics: ideas, problems, applications. – M. : Nauka, 1985. – 624 p.
13. Smelyagin A.I. Axioms or laws of motion formulated by I. Newton // Science. Engineering. Technology (polytechnical bulletin). – 2014. – № 2. – P. 11–16.
14. Smelyagin A.I. Laws and concepts of classical mechanics // Science. Engineering. Technology (polytechnical bulletin). – 2019. – № 3. – P. 21–27.
15. Smelyagin A.I. the Basic and primary concepts of mechanics // Science. Engineering. Technology (polytechnical bulletin). – 2014. – № 2. – P. 17–26.
16. Smelyagin A.I. Objects for which axioms or laws of classical mechanics are formulated // Science. Engineering. Technology (polytechnical bulletin). – 2014. – № 1. – P. 21–25.
17. Smelyagin A.I. On the basic concepts and laws of classical mechanics // Science. Engineering. Technology (polytechnical bulletin). – 2020. № 2. – P. 25–38.
18. Smelyagin A.I. Dynamic analysis of the simplest movements of bodies with the help of new laws // Science. Engineering. Technology (polytechnical bulletin). – 2020. – № 3. – P. 11–16.
19. Smelyagin A.I. Application of analogs of speeds for the study of mechanical systems of rotary motion // Electronic network polythematic journal «Scientific works of lubGTU». – 2016. – № 10. – P. 125–139.
20. Smelyagin A.I. Application of analogs of speeds and accelerations to study the movements of mechanical systems using new axioms and theorems // The science. Technics. Technologies (polytechnic bulletin). – 2016. – № 2. – P. 21–29.
21. Smelyagin A.I. About analogs of speeds and accelerations // The science. Technics. Technologies (polytechnic bulletin). – 2019. – № 4. – P. 19–25.