УДК 62

# АНАЛИЗ ПЕРЕХОДНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК СИСТЕМЫ ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА С ТРЕМЯ КРАТНЫМИ КОРНЯМИ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

♦♦♦♦♦

# ANALYSIS OF TRANSITIONAL CHARACTERISTICS OF THE FOURTH ORDER SYSTEM WITH THREE MULTIPLES ROOTS OF THE CHARACTERISTIC EQUATION

**Добробаба Юрий Петрович**
кандидат технических наук, доцент,
доцент кафедры электроснабжения
промышленных предприятий,
Кубанский государственный
технологический университет

**Мурлина Владислава Анатольевна**
кандидат технических наук, доцент,
доцент кафедры информационных
систем и программирования,
Кубанский государственный
технологический университет

**Щелканов Глеб Владимирович**
студент,
Кубанский государственный
технологический университет

**Dobrobaba Yuriy Petrovich**
Candidate of Technical Sciences,
Associate Professor,
Associate Professor of the Department
of Power Supply of Industrial Enterprises,
Kuban State Technological University

**Murlina Vladislava Anatolievna**
Candidate of technical sciences,
Associate Professor, Associate Professor
of department of information systems
and programming,
Kuban state technological university

**Shchelkanov Gleb Vladimirovich**
Student,
Kuban state technological university

**Аннотация.** Определены переходные характеристики системы четвертого порядка с тремя кратными корнями характеристического уравнения с полиномом нулевой степени и с полиномом первой степени числителя передаточной функции.
Доказано, что переходные характеристики систем четвертого порядка с тремя кратными корнями характеристического уравнения с полиномом первой степени не имеют перерегулирование при условии: постоянная времени полинома числителя передаточной функции четвертого порядка меньше или равна большей постоянной времени знаменателя передаточной функции.

**Ключевые слова:** переходная характеристика, характеристическое уравнение системы четвертого порядка, корни характеристического уравнения.

**Annotation.** The transient characteristics of the fourth-order systems with three multiple roots of the characteristic equation with a polynomial of zero degree and with a polynomial of the first degree of the numerator of the transfer function are determined.
It is proved that the transient characteristics fourth-order systems with three multiple roots of the characteristic equation with a polynomial of zero degree and with a polynomial of the first degree do not overshoot: time constant of the numerator polynomial of the transfer function of the fourth order is less than or equal to the larger time constant of the denominator of the transfer function.

**Keywords:** transient response, characteristic equation of the fourth order system, roots of the characteristic equation.

В статье [1] выполнен анализ переходных характеристик систем четвертого порядка с кратными корнями характеристического уравнения.

В статье [2] выполнен анализ переходных характеристик систем четвертого порядка с действительными отрицательными разными корнями характеристического уравнения.

В статье [3] выполнен анализ переходных характеристик систем четвертого порядка с двумя кратными и действительными отрицательными разными корнями характеристического уравнения.

В данной работе анализируются переходные характеристики системы четвертого порядка с тремя кратными корнями характеристического уравнения.

Передаточная функция систем четвертого порядка с тремя кратными корнями характеристического уравнения имеет вид:

$$W_{40}(p) = \frac{1}{(T_1 p + 1)^3 \cdot (T_2 p + 1)},$$

где $T_1 \neq T_2$ – постоянные времени полинома знаменателя передаточной функции четвертого порядка.

Корни характеристического уравнения системы четвертого порядка с тремя кратными корнями характеристического уравнения:

$$p_{1;2;3} = -\frac{1}{T_1};\ p_4 = -\frac{1}{T_2}.$$

Переходная характеристика системы четвертого порядка с тремя кратными корнями характеристического уравнения имеет вид:

$$h_{40}(t) = K_1 \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} + K_2 \cdot t \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} + K_3 \cdot t^2 \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} + K_4 \cdot e^{-\frac{t}{T_2}} + K_5.$$

Первая, вторая и третья производные переходной характеристики системы четвертого порядка с тремя кратными корнями характеристического уравнения имеют вид:

$$h_{40}^{(1)}(t) = \left(-\frac{K_1}{T_1} + K_2\right) \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} + \left(-\frac{K_2}{T_1} + 2K_3\right) \cdot t \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} - \frac{K_3}{T_2} \cdot t^2 \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} - \frac{K_4}{T_3} \cdot e^{-\frac{t}{T_2}};$$

$$h_{40}^{(2)}(t) = \left(\frac{K_1}{T_1^2} - 2 \cdot \frac{K_2}{T_1} + 2K_3\right) \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} + \left(\frac{K_2}{T_1^2} - 4 \cdot \frac{K_3}{T_1}\right) \cdot t \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} + \frac{K_3}{T_1^2} \cdot t^2 \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} + \frac{K_4}{T_2^2} \cdot e^{-\frac{t}{T_2}};$$

$$h_{40}^{(3)}(t) = \left(-\frac{K_1}{T_1^3} + 3 \cdot \frac{K_2}{T_1^2} - 6 \cdot \frac{K_3}{T_1}\right) \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} + \left(-\frac{K_2}{T_1^3} + 6 \cdot \frac{K_3}{T_1^2}\right) \cdot t \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} -$$
$$-\frac{K_3}{T_1^3} \cdot t^2 \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} - \frac{K_4}{T_2^3} \cdot e^{-\frac{t}{T_2}}.$$

Так как начальные и конечное значения системы четвертого порядка (с точки зрения физики) имеют вид:

$$\begin{cases} h_{40}(0) = 0; \\ h_{40}^{(1)}(0) = 0; \\ h_{40}^{(2)}(0) = 0; \\ h_{40}^{(3)}(0) = 0; \\ h_{40}(\infty) = 1, \end{cases}$$

а начальные и конечное значения системы четвертого порядка (с точки зрения математики) имеют вид:

$$\begin{cases} h_{40}(0) = K_1 + K_4 + K_5; \\ h_{40}^{(1)}(0) = -\frac{K_1}{T_1} + K_2 - \frac{K_4}{T_2}; \\ h_{40}^{(2)}(0) = \frac{K_1}{T_1^2} - 2 \cdot \frac{K_2}{T_1} + 3K_3 + \frac{K_4}{T_2^2}; \\ h_{40}^{(3)}(0) = -\frac{K_1}{T_1^3} + 3 \cdot \frac{K_2}{T_1^2} - 6 \cdot \frac{K_3}{T_1} - \frac{K_4}{T_2^3}; \\ h_{30}(\infty) = K_5, \end{cases}$$

то справедливы соотношения:
$K_5 = 1;$

$$\begin{cases} K_1 + K_4 + 1 = 0; \\ -\frac{K_1}{T_1} + K_2 - \frac{K_4}{T_4} = 0; \\ \frac{K_1}{T_1^2} - 2 \cdot \frac{K_2}{T_1} + 2K_3 + \frac{K_4}{T_2^2} = 0; \\ -\frac{K_1}{T_1^3} + 3 \cdot \frac{K_2}{T_1^2} - 6 \cdot \frac{K_3}{T_1} - \frac{K_4}{T_2^3} = 0. \end{cases}$$

Остальные коэффициенты переходной характеристики системы четвертого порядка с тремя кратными корнями характеристического уравнения принимают значения:

$$K_1 = -\frac{T_1^2 - 3T_1T_2 + 3T_2^3}{(T_1 - T_2)^3} \cdot T_1;$$

$$K_2 = -\frac{T_1 - 2T_2}{(T_1 - T_2)^2};$$

$$K_3 = -\frac{1}{2T_1 \cdot (T_1 - T_2)};$$

$$K_4 = \frac{T_2^3}{(T_1 - T_2)^3}.$$

Таким образом, переходная характеристика системы четвертого порядка с тремя кратными корнями характеристического уравнения и её первая производная соответственно равны:

$$h_{40}(t) = -\frac{T_1^2 - 3T_1T_2 + 3T_2^3}{(T_1 - T_2)^3} \cdot T_1 \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} - \frac{T_1 - 2T_2}{(T_1 - T_2)^2} \cdot t \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} +$$

$$+\frac{1}{2T_1 \cdot (T_1 - T_2)} \cdot t^2 \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} - \frac{T_2^3}{(T_1 - T_2)^3} \cdot e^{-\frac{t}{T_2}} + 1.$$

$$h_{40}^{(1)}(t) = \frac{T_2^2}{(T_1 - T_2)^3} \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} + \frac{T_2}{T_1 \cdot (T_1 - T_2)^2} \cdot t \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} +$$

$$+\frac{1}{2T_1^2 \cdot (T_1 - T_2)} \cdot t^2 \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} - \frac{T_2^2}{(T_1 - T_2)^3} \cdot e^{-\frac{t}{T_2}}.$$

Передаточная функция системы четвертого порядка с тремя кратными корнями характеристического уравнения с полиномом первой степени в числителе имеет вид:

$$W_{41}(p) = \frac{\tau p + 1}{(T_1 p + 1)^3 \cdot (T_2 p + 1)},$$

где τ – постоянная времени полинома числителя передаточной функции четвертого порядка.

Переходная характеристика системы четвертого порядка с тремя кратными корнями характеристического уравнения с полиномом первой степени в числителе имеет вид:

$$h_{41}(t) = -\frac{(T_1^2 - 3T_1T_2 + 3T_2^3) \cdot T_1 - T_2^2 \cdot \tau}{(T_1 - T_2)^3} \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} - \frac{(T_1^2 - 2T_1T_2 + T_2\tau)}{T_1 \cdot (T_1 - T_2)^2} \cdot t \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} -$$

$$-\frac{T_1 - \tau}{2{T_1}^2 \cdot (T_1 - T_2)} \cdot t^2 \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} + \frac{T_2^2 \cdot (T_2 - \tau)}{(T_1 - T_2)^3} \cdot e^{-\frac{t}{T_2}} + 1.$$

Рассмотрим два варианта значения корней системы четвертого порядка с тремя кратными корнями характеристического уравнения с полиномом первой степени в числителе.

Вариант первый: $T_1 > T_2$.

Если $\tau = T_1$, то:

$$h_{41}(t) = -\frac{T_1 \cdot (T_1 - 2T_2)}{(T_1 - T_2)^2} \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} + \frac{1}{(T_1 - T_2)} \cdot t \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} - \frac{T_2^2}{(T_1 - T_2)^2} \cdot e^{-\frac{t}{T_2}} + 1.$$

Вариант второй: $T_2 > T_1$.

Если $\tau = T_2$, то:

$$h_{41}(t) = e^{-\frac{t}{T_1}} + \frac{1}{T_1} \cdot t \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} - \frac{1}{T_2^2} \cdot t^2 \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} + 1.$$

Если $h_{41}(t_*) = 1$, то:

$$-\frac{(T_1^2 - 3T_1T_2 + 3T_2^3) \cdot T_1 - T_2^2 \cdot \tau}{(T_1 - T_2)^3} \cdot e^{-\frac{t_*}{T_1}} - \frac{(T_1^2 - 2T_1T_2 + T_2\tau)}{T_1 \cdot (T_1 - T_2)^2} \cdot t \cdot e^{-\frac{t_*}{T_1}} -$$

$$-\frac{T_1 - \tau}{2{T_1}^2 \cdot (T_1 - T_2)} \cdot t^2 \cdot e^{-\frac{t_*}{T_1}} + \frac{T_2^2 \cdot (T_2 - \tau)}{(T_1 - T_2)^3} \cdot e^{-\frac{t_*}{T_2}} = 0;$$

или

$$[(T_1^2 - 3T_1T_2 + 3T_2^3) \cdot T_1 - T_2^2 \cdot \tau] \cdot 2T_1^2 \cdot e^{-\frac{t_*}{T_1}} - (T_1^2 - 2T_1T_2 + T_2\tau) \cdot (T_1 - T_2) \times$$

$$\times 2T_1 \cdot t \cdot e^{-\frac{t_*}{T_1}} - (T_1 - \tau) \cdot (T_1 - T_2)^2 \cdot t^2 \cdot e^{-\frac{t_*}{T_1}} + 2T_1{T_2^2}^2 \cdot (T_2 - \tau) \cdot e^{-\frac{t_*}{T_2}} = 0,$$

где $t_*$ – время, за которое переходная характеристика системы четвертого порядка с тремя кратными корнями характеристического уравнения с полиномом первой степени в числителе передаточной функции достигает единичного значения.

При этом должны выполняться условие:

$\tau > T_1$, для первого варианта;

$\tau > T_2$, для второго варианта.

Первая производная переходной характеристики системы четвертого порядка с тремя кратными корнями характеристического уравнения с полиномом первой степени в числителе имеет вид:

$$h_{41}^{(1)}(t) = \frac{(T_1^2 - 3T_1T_2 + 3T_2^3) \cdot T_1 - T_2^2 \cdot \tau - (T_1^2 - 2T_1T_2 + T_2\tau) \cdot (T_1 - T_2)}{T_1 \cdot (T_1 - T_2)^3} \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} +$$

$$+\frac{(T_1^2 - 2T_1T_2 + T_2\tau) - (T_1 - \tau) \cdot (T_1 - T_2)}{T_1^2 \cdot (T_1 - T_2)^2} \cdot t \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} + \frac{T_1 - \tau}{2{T_1}^3 \cdot (T_1 - T_2)} \cdot t^2 \times$$

$$\times e^{-\frac{t}{T_1}} - \frac{T_2 \cdot (T_2 - \tau)}{(T_1 - T_2)^3} \cdot e^{-\frac{t}{T_2}};$$

Так как при $t = t_{экстр}$ первая производная переходной характеристики равна нулю, то справедливо уравнение:

$$\frac{(T_1^2 - 3T_1T_2 + 3T_2^3) \cdot T_1 - T_2^2 \cdot \tau - (T_1^2 - 2T_1T_2 + T_2\tau) \cdot (T_1 - T_2)}{T_1 \cdot (T_1 - T_2)^3} \cdot e^{-\frac{t_{экстр}}{T_1}} +$$

$$+\frac{(T_1^2 - 2T_1T_2 + T_2\tau) - (T_1 - \tau) \cdot (T_1 - T_2)}{T_1^2 \cdot (T_1 - T_2)^2} \cdot t \cdot e^{-\frac{t_{экстр}}{T_1}} + \frac{T_1 - \tau}{2{T_1}^3 \cdot (T_1 - T_2)} \cdot t^2 \times$$

$$\times e^{-\frac{t_{экстр}}{T_1}} - \frac{T_2 \cdot (T_2 - \tau)}{(T_1 - T_2)^3} \cdot e^{-\frac{t_{экстр}}{T_2}} = 0;$$

$$\frac{T_2 \cdot (T_2 - \tau)}{(T_1 - T_2)^3} \cdot e^{-\frac{t_{экстр}}{T_1}} - \frac{T_2 - \tau}{T_1 \cdot (T_1 - T_2)^2} \cdot t \cdot e^{-\frac{t_{экстр}}{T_1}} + \frac{T_1 - \tau}{2{T_1}^3 \cdot (T_1 - T_2)} \cdot t^2 \times$$

$$\times e^{-\frac{t_{экстр}}{T_1}} - \frac{T_2 \cdot (T_2 - \tau)}{(T_1 - T_2)^3} \cdot e^{-\frac{t_{экстр}}{T_2}} = 0;$$

В работе принято условие, что:

$3T_1 + T_2 = T$.

Проведена первая серия численного эксперимента, результаты которой представлены в таблице 1.

При этом $T_1 = 0{,}3T$ и $T_2 = 0{,}1T$.

**Таблица 1** – Результаты первой серии численного эксперимента

| $\frac{t}{T}$ | $h_{41}$ | | |
|---|---|---|---|
| | $\tau = 0$ | $\tau = T_1$ | $\tau = \mathrm{T}$ |
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0,25 | 0,021667011 | 0,131532335 | 0,29633032 |
| 0,5 | 0,154709726 | 0,456186884 | 0,908402621 |
| 0,75 | 0,367718278 | 0,722931557 | 1,255751475 |
| 1 | 0,575779182 | 0,875347981 | 1,324701178 |
| 1,25 | 0,735917907 | 0,948300025 | 1,266873202 |
| 1,5 | 0,84372952 | 0,979743285 | 1,183763932 |
| 1,75 | 0,910629799 | 0,992388904 | 1,115027563 |
| 2 | 0,950046218 | 0,997230604 | 1,068007184 |
| 2,25 | 0,97250066 | 0,999017543 | 1,038792866 |
| 2,5 | 0,985013348 | 0,999658545 | 1,021626342 |
| 2,75 | 0,991886067 | 0,99988332 | 1,011879199 |
| 3 | 0,995625646 | 0,999960692 | 1,00646326 |
| 3,25 | 0,9976481 | 0,999986917 | 1,003495142 |
| 3,5 | 0,998737648 | 0,99999569 | 1,001882754 |
| 3,75 | 0,999323174 | 0,999998593 | 1,001011723 |
| 4 | 0,999637351 | 0,999999544 | 1,000542835 |
| 4,25 | 0,999805768 | 0,999999854 | 1,000290981 |
| 4,5 | 0,999895997 | 0,999999953 | 1,000155887 |
| 4,75 | 0,999944319 | 0,999999985 | 1,000083484 |
| 5 | 0,999970192 | 0,999999995 | 1,0000447 |

По результатам первой серии численного эксперимента на рисунке 1 представлены зависимости переходных характеристик системы четвертого порядка с тремя кратными корнями характеристического уравнения с полиномом первой степени в числителе передаточной функции при различных значениях τ.

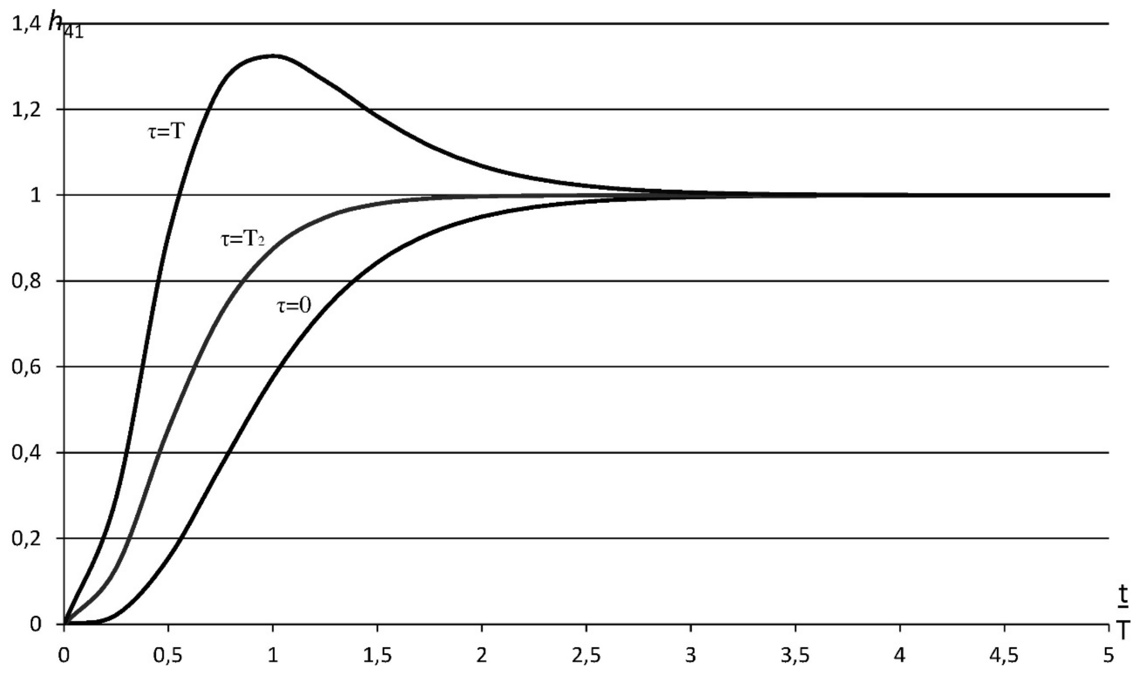


**Рисунок 1** – Зависимость $h_{41}$ от $\frac{t}{T}$ при различных τ

Проведена вторая серия численного эксперимента.

$$T_1 = 0{,}3T;\ T_2 = 0{,}1T.$$

Если$\tau = 0{,}6T$,то:

$$t_* = 0{,}9473936T;\ t_{\text{экстр}} = 1{,}3309219T;\ h_{\text{макс}} = 1{,}052139581.$$

Если $\tau = 0{,}7T$,то:

$$t_* = 0{,}7783997T;\ \ t_{\text{экстр}} = 1{,}1781947T;\ h_{\text{макс}} = 1{,}105479111.$$

Если $\tau = 0{,}8T$, то:

$$t_* = 0{,}67234510T;\ \ t_{\text{экстр}} = 1{,}0858113T;\ h_{\text{макс}} = 1{,}168727399.$$

Если $\tau = 0{,}9T$, то:

$$t_* = 0{,}5981277T;\ \ t_{\text{экстр}} = 1{,}0240314T;\ h_{\text{макс}} = 1{,}238263592.$$

Если $\tau = T$, то:

$$t_* = 0{,}5661479T;\ \ t_{\text{экстр}} = 0{,}9797171T;\ h_{\text{макс}} = 1{,}311973877.$$

По результатам второй серии численного эксперимента на рисунках 2 и 3 представлены зависимости $\frac{t_{\text{экстр}}}{T}$, $\frac{t_*}{T}$ от $\frac{\tau}{T}$ и $h_{\text{макс}}$ от $\frac{\tau}{T}$.

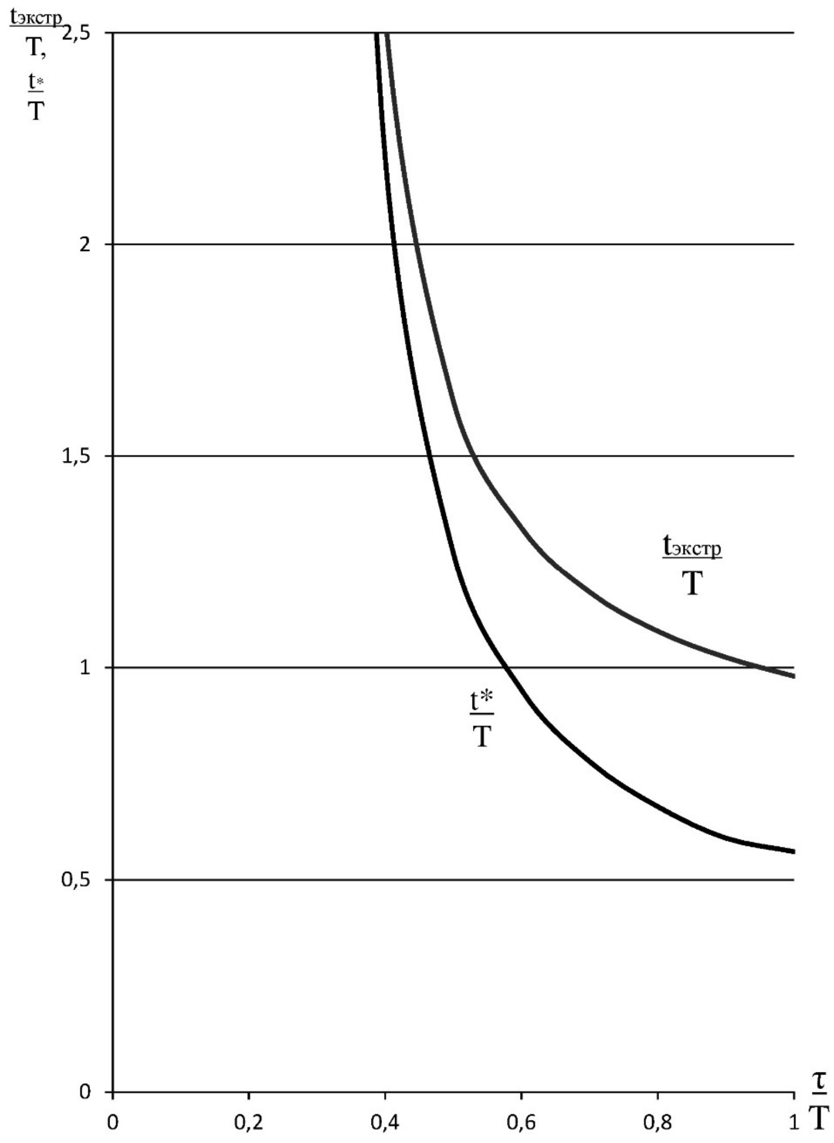


**Рисунок 2** – Зависимости $\frac{t_{\text{экстр}}}{T}$ и $\frac{t_*}{T}$ от $\frac{\tau}{T}$

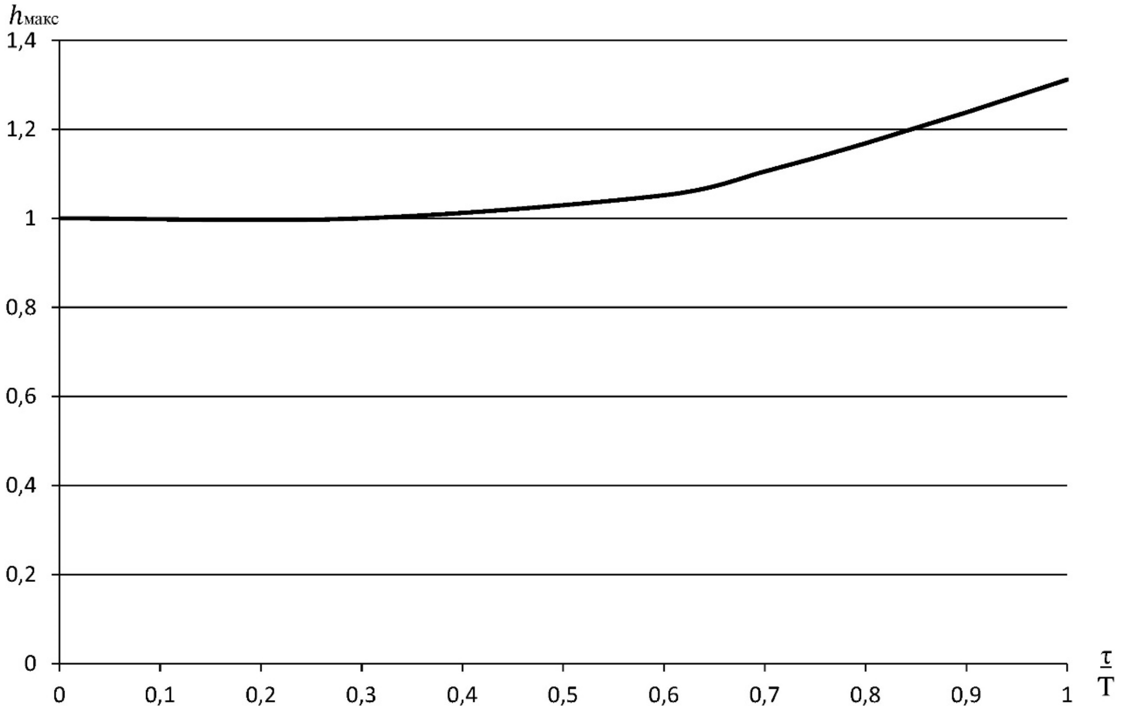


**Рисунок 3** – Зависимость $h_{макс}$ от $\frac{\tau}{T}$

Проведена третья серия численного эксперимента, результаты которой представлены в таблице 2.

При этом $T_1 = 0{,}2T$ и $T_2 = 0{,}4T$.

**Таблица 2** – Результаты третьей серии численного эксперимента

| $\frac{t}{T}$ | $h_{41}$ | | |
|---|---|---|---|
| | $\tau = 0$ | $\tau = T_2$ | $\tau = T$ |
| 0 | 0,023360526 | 0,110282333 | 0,313099883 |
| 0,25 | 0,158771847 | 0,384469804 | 0,91109837 |
| 0,5 | 0,369040709 | 0,630479235 | 1,240502464 |
| 0,75 | 0,573404171 | 0,794863188 | 1,311600895 |
| 1 | 0,732235994 | 0,891472093 | 1,26302299 |
| 1,25 | 0,84081604 | 0,944411861 | 1,186135442 |
| 1,5 | 0,909161706 | 0,972181147 | 1,119226507 |
| 1,75 | 0,949783992 | 0,986319186 | 1,071567974 |
| 2 | 0,972933434 | 0,993362988 | 1,041031947 |
| 2,25 | 0,985708032 | 0,996815104 | 1,022731608 |
| 2,5 | 0,992580869 | 0,99848527 | 1,012262204 |
| 2,75 | 0,996203431 | 0,999284951 | 1,006475165 |
| 3 | 0,998080776 | 0,999664578 | 1,003360116 |
| 3,25 | 0,999039964 | 0,999843507 | 1,001718442 |
| 3,5 | 0,999524153 | 0,99992733 | 1,000868077 |
| 3,75 | 0,999766036 | 0,999966393 | 1,000433894 |
| 4 | 0,999885782 | 0,999984515 | 1,000214892 |
| 4,25 | 0,999944593 | 0,999992888 | 1,000105575 |
| 4,5 | 0,999973275 | 0,999996743 | 1,0000515 |
| 4,75 | 0,999987176 | 0,999998512 | 1,000024964 |
| 5 | 0,023360526 | 0,110282333 | 0,313099883 |

По результатам третьей серии численного эксперимента на рисунке 4 представлены зависимости переходных характеристик системы четвертого порядка с тремя кратными корнями характеристического уравнения с полиномом первой степени в числителе передаточной функции при различных значениях τ.

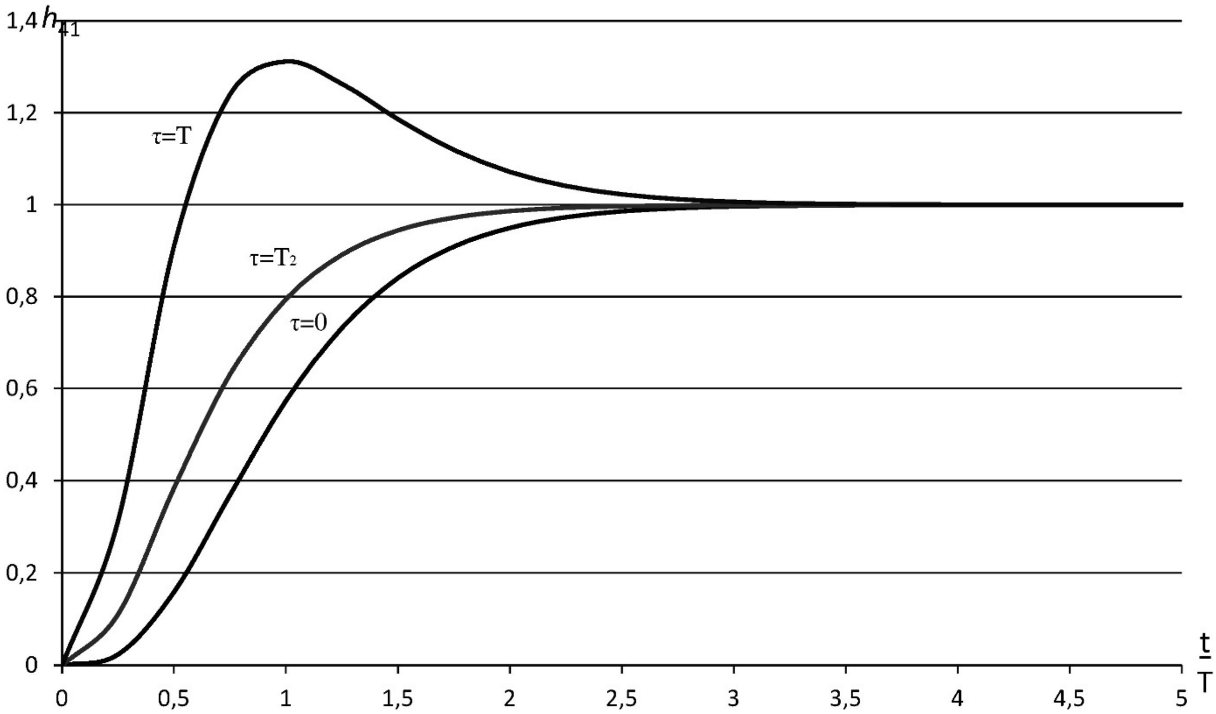


**Рисунок 4** – Зависимость $h_{41}$ от $\frac{t}{T}$ при различных τ

Проведена четвертая серия численного эксперимента.

$$T_1 = 0{,}25T;\ T_2 = 0{,}5T.$$

Если$\tau = 0{,}6T$, то:

$$t_* = 0{,}9942512;\ t_{\text{экстр}} = 1{,}4506926T;\ h_{\text{макс}} = 1{,}024153398.$$

Если $\tau = 0{,}7T$, то:

$$t_* = 0{,}7604282T;\ \ t_{\text{экстр}} = 1{,}2436662T;\ h_{\text{макс}} = 1{,}072381705.$$

Если $\tau = 0{,}8T$,то:

$$t_* = 0{,}63975535T;\ \ t_{\text{экстр}} = 1{,}1400684T;\ h_{\text{макс}} = 1{,}132317102.$$

Если $\tau = 0{,}9T$, то:

$$t_* = 0{,}5627849T;\ \ t_{\text{экстр}} = 1{,}0756975T;\ h_{\text{макс}} = 1{,}202356901.$$

Если $\tau = T$, то:

$$t_* = 0{,}508314T;\ \ t_{\text{экстр}} = 1{,}0312293T;\ h_{\text{макс}} = 1{,}270075256.$$

По результатам четвертой серии численного эксперимента на рисунках 5 и 6 представлены зависимости $\frac{t_{\text{экстр}}}{T}$, $\frac{t_*}{T}$ от $\frac{\tau}{T}$ и $h_{\text{макс}}$ от $\frac{\tau}{T}$.

**Выводы**

Для систем четвертого порядка с тремя кратными корнями характеристического уравнения с полиномом нулевой степени и с полиномом первой степени числителя передаточной функции определены переходные характеристики.

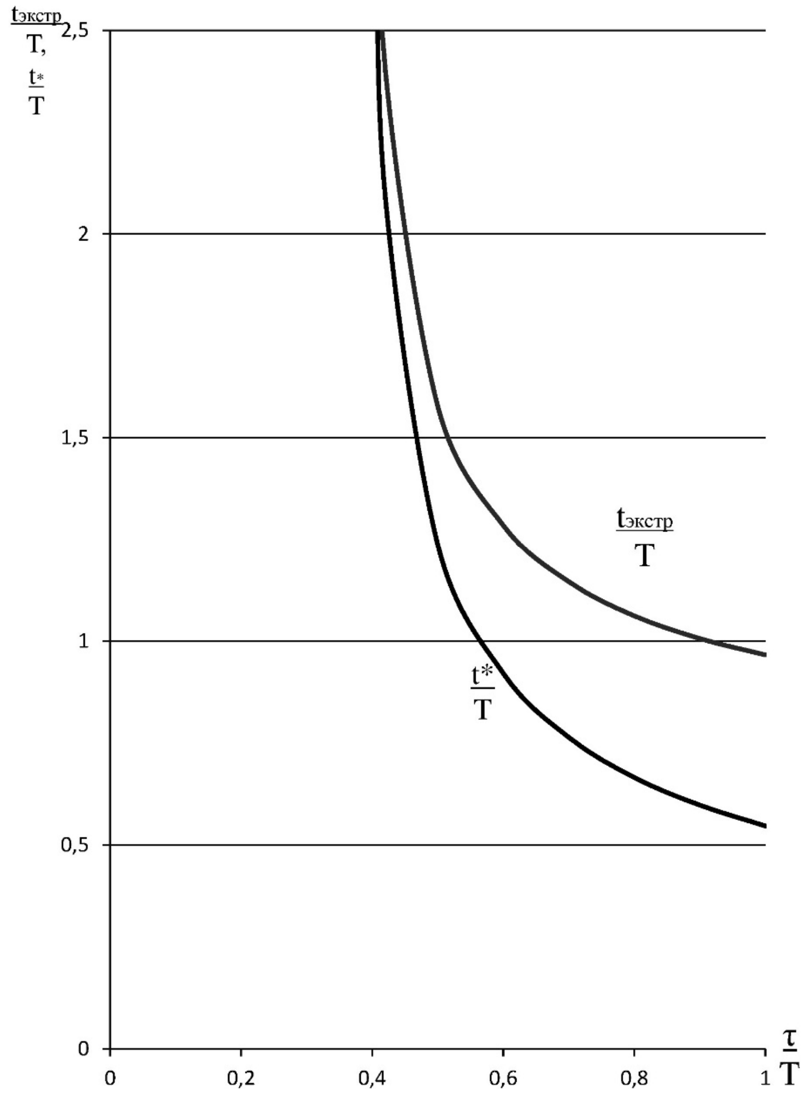


**Рисунок 5** – Зависимости $\frac{t_{экстр}}{T}$ и $\frac{t_*}{T}$ от $\frac{\tau}{T}$

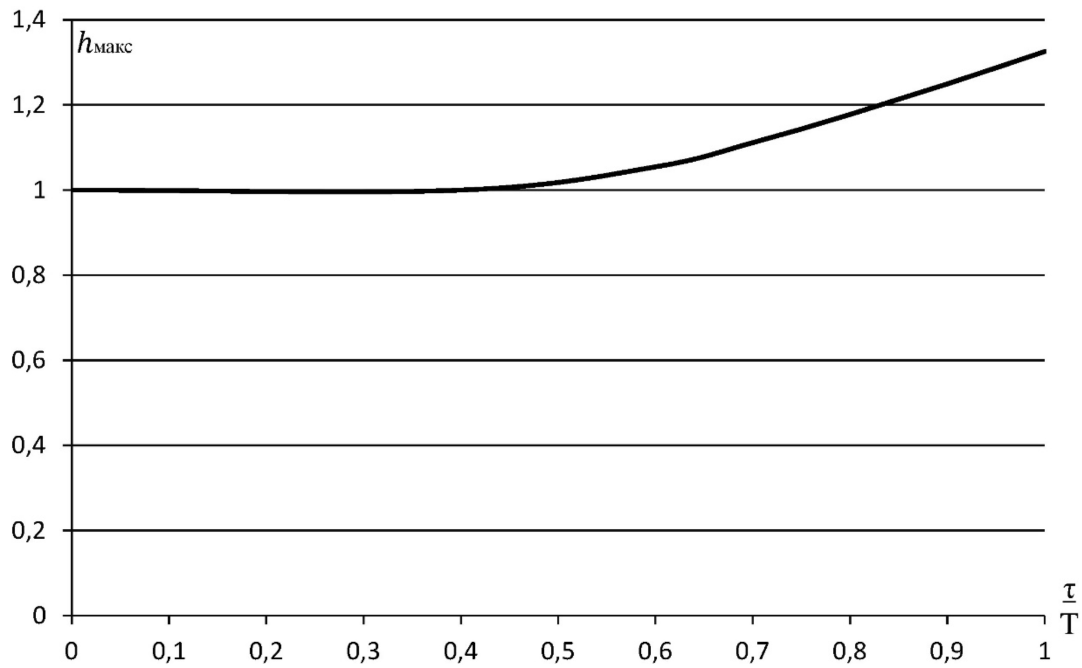


**Рисунок 6** – Зависимость $h_{макс}$ от $\frac{\tau}{T}$

Проведены первый и третий численные эксперименты, на основании которых получены зависимости переходных характеристик системы четвертого порядка с тремя кратными корнями характеристического уравнения с полиномом первой степени в числителе передаточной функции при различных значениях τ.

Проведен второй и четвертый численные эксперименты. На их основании получены:

– зависимости времени, при которых переходные характеристики исследуемых систем достигают значения равного единице;

– зависимости времени (экстремальные), при которых переходные характеристики достигают максимального значения;

– зависимости максимальных значений переходных характеристик от постоянной времени полинома числителя передаточной функции четвертого порядка и максимальных значений переходных характеристик системы четвертого порядка с тремя кратными корнями характеристического уравнения с полиномом первой степени от постоянной времени полинома числителя передаточной функции четвертого порядка в относительных единицах.

Установлено, что при условии, когда постоянная времени полинома числителя передаточной функции четвертого порядка больше или равна большей постоянной времени полинома знаменателя передаточной функции четвертого порядка, переходные характеристики систем четвертого порядка с тремя кратными корнями характеристического уравнения с полиномом первой степени числителя передаточной функции не имеет перерегулирования.

### Литература

1. Добробаба Ю.П., Мурлин А.Г., Серкин А.Д. Анализ переходных характеристик систем четвертого порядка с кратными корнями характеристического уравнения / Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). – 2019. – № 1.
2. Добробаба Ю.П., Мурлин А.Г., Щелканов Г.В. Анализ переходных характеристик систем четвертого порядка с четырьмя действительными отрицательными разными корнями характеристического уравнения / Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). – 2019. – № 3.
3. Добробаба Ю.П., Мурлина В.А., Щелканов Г.В., Чувилин Н.А. Анализ переходных характеристик систем четвертого порядка с двумя кратными и действительными отрицательными разными корнями характеристического уравнения / Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). – 2019. – № 4.

### References

1. Dobrobaba Yu.P., Murlin A.G., Serkin A.D. Analysis of the transient characteristics of fourth order systems with multiple roots of the characteristic equation / Science. Engineering.Technology (polytechnical bulletin). – 2019. – № 1.
2. Dobrobaba Yu.P., Murlin A.G., Shchelkanov G.V. Analysis of the transient characteristics of fourth order systems with real negative different roots of the characteristic equation / Science. Engineering. Technology (polytechnical bulletin). – 2019. – № 3.
3. Dobrobaba Yu.P., Murlina V.A., Shchelkanov G.V., Chuvilin N.A. Analysis of the transient characteristics of fourth order systems with two times and real negative different roots of the characteristic equation / Science. Engineering. Technology (polytechnical bulletin). – 2019. – № 3.