

УДК 622.24.063

## ПОСТРОЕНИЕ РЕГРЕССИОННОЙ МОДЕЛИ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ФАКТОРОВ, ВЛИЯЮЩИХ НА СВОЙСТВА И ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ БУРОВОГО РАСТВОРА

### THE BUILDING A REGRESSION MODEL TO DETERMINE FACTORS AFFECTING THE PROPERTIES AND TECHNOLOGICAL PARAMETERS OF THE DRILLING FLUID

**Батыров Мухамед Измуудинович**

Инженер-химик по буровым растворам,  
Компания «Халлибуртон Интернэшнл ГМБХ»  
batyrov\_muhamed@mail.ru

**Руденко Сергей Иванович**

сервисный координатор  
sergey.rudenko@halliburton.com

**Савенок Ольга Вадимовна**

доктор технических наук,  
профессор кафедры Нефтегазового дела  
имени профессора Г.Т. Вартумяна,  
Кубанский государственный  
технологический университет  
olgasavenok@mail.ru

**Аннотация.** В статье приведено построение регрессионной модели для определения факторов, влияющих на свойства и технологические параметры бурового раствора. При выводе уравнения регрессии использовалась зависимость, взятая из патента № 2104292 (Термосолестойкий буровой раствор). Рассмотрены описанные в патенте опыты. На основании анализа этих опытов строились все расчёты. Для анализа зависимостей состава бурового раствора была взята зависимость изменения количества защитного агента от изменения количества акриловой кислоты в составе бурового раствора. После выделения зависимости было построено корреляционное поле. По характеру расположения точек определена зависимость – она представляет собой линейную функцию.

**Ключевые слова:** термосолевым буровой раствор; функции бурового раствора; коллоидная фракция раствора; признаки буровых растворов; буровые растворы на водной основе; распределение коэффициентов линейной корреляции; построение регрессионной модели термосолестойкого бурового раствора.

**Batyrov Muhamed Izmudinovich**

Drilling fluid engineer,  
Company «Halliburton International GMBH»  
batyrov\_muhamed@mail.ru

**Rudenko Sergey Ivanovich**

Service Coordinator, BAROID  
sergey.rudenko@halliburton.com

**Savenok Olga Vadimovna**

Doctor of technical sciences,  
Professor of oil and gas  
engineering department  
named after professor G.T. Vartumyan,  
Kuban state technological university  
olgasavenok@mail.ru

**Annotation.** The article presents the construction of a regression model to determine the factors influencing the properties and technological parameters of the drilling fluid. In deriving the regression equation, the dependence taken from patent No. 2104292 (Heat-resistant drilling mud) was used. The experiments described in the patent are considered. Based on the analysis of these experiments, all calculations were made. To analyze the dependencies of the composition of the drilling fluid, the dependence of the change in the amount of protective agent on the change in the amount of acrylic acid in the mud was taken. After separating the dependence, a correlation field was constructed. By the nature of the location of the points defined dependence – it is a linear function.

**Keywords:** thermosalt drilling mud; mud function; colloidal fraction of the solution; signs of drilling fluids; water based drilling fluids; distribution of linear correlation coefficients; building a regression model of a heat-resistant drilling mud.

## Введение

Потребность принятия оптимального решения в различных сферах жизни возникает ежедневно. Чтобы спрогнозировать и корректно принять стратегическое решение, используют различные статистические модели и закономерности. Регрессионный анализ и построение модели является одним из применяемых в статистике методов.

Регрессионный анализ позволяет построить модель (однофакторная, многофакторная) и увидеть изменение средних значений результативного признака от факторов, влияющих на данный признак.

Одной из главных статей расходов при бурении скважин становится стоимость бурового раствора, которая увеличивается в связи с поддержанием определённых технических свойств раствора. Получение оптимального состава бурового раствора является од-

ной из важных целей лабораторных исследований. На основе данных, полученных эмпирическим путём, возможно построение регрессионной модели для определения факторов, влияющих на свойства и технологические параметры бурового раствора.

На свойства буровых растворов также влияют такие факторы как:

- свойства горных пород;
- высокие пластовые температуры;
- минерализованные пластовые воды;
- пластовый газ;
- давление;
- гидродинамические эффекты.

Необходимость поиска решений по совершенствованию состава буровых растворов обусловлено широким спектром выполняемых функций:

- удерживание и удаление выбуренных частиц пород из-под долота, её транспорт на поверхность;
- охлаждение долота;
- создание давления на стенки скважин для предупреждения водо-, нефте- и газопроявлений;
- передача энергии гидравлическому забойному двигателю;
- обеспечение сохранения проницаемости продуктивного пласта при его вскрытии.

Выбор типа бурового раствора зависит от геологических условий.

Изменение каждого элемента в буровом растворе влечёт за собой изменение характеристик бурового раствора и в результате недопущения критического изменения состава бурового раствора возможно применять методы статистического анализа.

Данные методы помогут оценить возможность изменения состава бурового раствора и составить уравнение, описывающее изменение состава бурового раствора.

### **Характеристика термосолевого бурового раствора**

Разрушение горных пород происходит вследствие отрыва, сдвига, среза или скалывания. При растяжении, горные породы разрушаются преимущественно на отрыв, а при сжатии на скалывание. Разрушение горной породы, в большей степени происходит по контактным поверхностям между отдельными минеральными зёрнами. Этот процесс происходит постепенно и требует времени. Продолжительность разрушения горной породы зависит от температуры, нагрузок, активности среды, напряжённого состояния и прочих факторов.

Процесс разрушения горных пород при бурении скважины может быть поверхностным или объёмным. Поверхностное разрушение сводится к истиранию, дроблению, выламыванию породы и, как правило, является неэффективным. Ввиду неэффективности поверхностного разрушения, остановимся на более подробном рассмотрении процесса объёмного разрушения горной породы.

Бурение долотом можно рассматривать как вдавливание в горную породу штампа с плоским и криволинейным основаниями. С увеличением степени нагрузки на штамп меняется скорость деформации. Существует три вида напряжённого состояния породы под штампом:

- уплотнение;
- предельное равновесие;
- разрушение.

Цикл разрушения горных пород состоит из этих трёх состояний.

1. Под уплотнением имеется в виду затухание деформации, когда её скорость уменьшается до нуля. В процессе разрушения горной породы уплотнение характеризуется поверхностным разрушением.

2. Под предельным равновесием понимают разрывы и сдвиги, когда не наблюдается затухания скорости деформации, наоборот, при определённой нагрузке она становится постоянной. С увеличением напряжений в горной породе увеличивается количество трещин, и возникают следующие друг за другом сдвиги. Длительность раз-

рушения в этом состоянии зависит от нагрузки и условий, в которых производится процесс разрушения. При этом происходит объёмное разрушение горной породы.

3. Под разрушением понимают состояние прогрессивного увеличения деформаций, продолжительностью в долях секунды, характеризующееся объёмным разрушением.

При ударном воздействии механическое разрушение горных пород происходит при напряжениях, которые соответствуют пределу прочности, но меньше критических. При ударах с определённой силой, соответствующей определённому верхнему пределу, разрушение горной породы происходит после одного удара. В случае уменьшения значения силы до определённого нижнего предела для разрушения породы необходимо увеличение количества ударов в одну и ту же точку. При определённом значении силы, соответствующем определённому нижнему пределу, разрушение породы не будет производиться при любом количестве ударов.

Фактор разрушения горных пород при циклических напряжениях обусловлен их усталостью. При напряжениях, близких к пределу усталости породы, для её разрушения необходимо некоторое число циклов нагружения.

Исследуя различные способы разрушения горной породы, было установлено, что при вдавливании штампа с погружением на 0,1–0,25 мм длительность цикла разрушения составляет всего 0,002 секунды. Исходя из этого, можно сделать вывод о том, что процесс разрушения скальных пород происходит без внедрения зубьев долота. При длительном контакте зубьев с породой они погружаются в продукты её разрушения. Для достижения максимального разрушительного эффекта необходимо не мгновенное воздействие с большой силой, а продолжительное воздействие с меньшей силой.

Применение бурового раствора способствует быстрому, безаварийному и качественному бурению скважин.

Буровой раствор состоит из водной фазы и включённых в него различного рода добавок, меняющих его реологические свойства. Включение различного рода добавок необходимо в результате неоднородности поверхности земной коры. Каждая добавка используется для определённого рода пород при разбурировании. Нет идеального раствора, который бы удовлетворял всем нуждам одновременно.

Буровой раствор – это многокомпонентная система, в которой имеется множество прямых и косвенных зависимостей. Для того чтобы оценить влияние различного рода факторов на изменение состава бурового раствора, возможно применять статистические методы обработки данных.

На успех бурения скважин влияет в значительной степени состав и свойства буровых растворов, которые обеспечивают безаварийность и безопасность ведения работ на высоких скоростях бурения и качественном вскрытии продуктивного горизонта. Применение буровых растворов с регулируемыми свойствами оправданно требует значительных средств с целью экономии затрат времени на работы, связанные с авариями, осложнениями, проработками и промывками, длительностью и результатами освоения.

Функции бурового раствора:

1. Смазка и охлаждение элементов КНБК.

Силы трения при бурении возникают в каждой точке КНБК. Использование бурового раствора уменьшает коэффициент трения, тем самым охлаждает все элементы КНБК, подвергающиеся нагреву. Части КНБК всегда находятся в движении и для недопущения преждевременного выхода их из строя необходимо смазывать, эту функцию также будет выполнять буровой раствор. Буровой раствор образует на стенках скважины отложения, препятствующие ГНВП и уменьшающие коэффициент трения. В буровой раствор также добавляются присадки, улучшающие смазывающие характеристики и охлаждение КНБК.

2. Вынос разбуриваемой породы.

В процессе бурения из скважины необходимо извлекать разбуриваемую породу. Важнейшей функцией бурового раствора является удаление частиц выбуренной и обвалившейся породы из скважины на поверхность. Применение правильно подобранного раствора позволяет увеличить скорость бурения, уменьшить усталость оборудования, позволяет выносить разбуриваемую породу на поверхность без изменений реологических свойств бурового раствора. При выборе бурового раствора исходят из геоло-

гических данных, подбирая раствор с определённым удельным весом, обладающей достаточной вязкостью и динамическим напряжением сдвига, необходимый для эффективного разбуривания пород. Особое влияние уделяют таким параметрам как скорость осаждения частиц, водоотдачи. Данные параметры влияют на скорость бурения и выноса бурового шлама на поверхность.

Основные свойства буровых растворов зависят от размера, формы и химического состава взвешенных в нём частиц. По размеры эти частицы удобно разделить на три группы:

1) коллоиды размером от 0,1 до 2 мкм, определяющие вязкостные и фильтрационные свойства раствора;

2) илы, утяжелители с размером частиц от 1 до 70 мкм, обеспечивающие необходимую плотность раствора;

3) песок с размером частиц от 50 до 400 мкм, которые хотя и закупоривают крупные отверстия в некоторых очень пористых пластах, в остальном оказывают отрицательное воздействие в силу высокой абразивности.

Коллоидная фракция раствора обладает высокой активностью благодаря очень малому размеру частиц по отношению к их массе. Такая дисперсная система отличается большой удельной поверхностью, а поведение частиц и раствора в целом определяется главным образом электростатическими зарядами на их поверхностях, которые способствуют развитию сил притяжения/отталкивания между частицами. Особо активными коллоидами являются глинистые минералы, которые отличаются как по форме (мельчайшие кристаллические пластинки и пакеты из таких пластинок), так и молекулярным строением этих частиц. Благодаря особому строению кристаллической решётки активных глинистых минералов, на базальных поверхностях частиц образуются сильные отрицательные заряды, а также положительные заряды на рёбрах и гранях. Взаимодействие между этими противоположными зарядами при низких скоростях течения сильно влияет на вязкость глинистых растворов и является причиной обратимого структурообразования, когда раствор находится в состоянии покоя.

В природе глины состоят из различных минералов, таких как монтмориллонит, иллит и коалинит, из которой наибольшей активностью обладает монтмориллонит.

При взаимодействии с водой глина набухает вследствие гидратации базальных плоскостей и ориентированных около них противоионов (Ca, Na, Mg). В результате такой гидратации образуется суммарная гидратная оболочка, обладающая упругими свойствами и, вследствие этого, давление набухания достигает больших величин. При механическом воздействии на смесь глины с водой происходит расслоение пакетов по базальным плоскостям и их разлом по рёбрам и граням с образованием глинистого раствора. Такая первичная дезинтеграция глины в воде называется диспергированием.

Буровые растворы подразделяются по признакам:

1. По виду дисперсной среды:

- растворы на водной основе (с водной дисперсной средой);
- растворы на углеводородной основе РУО;
- газообразные.

2. По виду дисперсной фазы:

- дисперсии, суспензии (с твердой фазой);
- эмульсии (с жидкой фазой);
- газожидкостные смеси (азрированные растворы);
- с конденсированной твердой фазой;
- комбинированные.

3. По составу дисперсной фазы:

- глинистые;
- силикатно-гуминовые;
- меловые;
- гипсовые;
- алюминатные;
- хлоркальциевые;
- хлоркалиевые.

4. В зависимости от обработки химическими реагентами:
  - обработанные;
  - необработанные.
5. В зависимости от условий использования:
  - в нормальных геологических условиях;
  - в осложнённых геологических условиях.
6. По способу приготовления:
  - естественные, (насыщенные из горных пород самозамесом);
  - искусственно приготовленные.
7. По степени минерализации хлоридом натрия (NaCl):
  - пресные и слабоминеральные до 0,5 %;
  - средней минерализации от 1 до 3,5 %;
  - высокоминерализованные до 10 %.

Основную долю буровых растворов занимают буровые растворы на водной основе. Широкое использование буровых растворов на водной основе связано с минимальными затратами на производство таких растворов. Техническая вода она используется повсеместно и является недорогим основным составляющим в буровом растворе. Основа – дисперсионная среда, это техническая вода.

Для оценки качества технической воды вводят такие понятия как жёсткость степень минерализации и состав.

Степень минерализации показывает количество растворенных солей в 1 литре воды.

По степени минерализации разделяют 4 основных группы:

- пресные – до 1 г/л;
- солоноватые – 1–10 г/л;
- солёные – 10–50 г/л;
- рассолы > 50 г/л.

От состава минерализации воды зависит использование её в качестве самостоятельного агента для очистки скважины.

Все соли, растворённые в составе воды, несут в себе коррозионные свойства по отношению к окружающей их природе. Коррозионное свойство минерализованной воды проявляется на металле, цементном камне, и несёт разрушающий эффект.

Качественные буровые растворы изготавливают из воды с общей жёсткостью не более 3–4 мг-экв/л. В качестве смягчителей жёсткой воды используют такие добавки, как NaOH, Na<sub>2</sub>CO<sub>3</sub> и Na<sub>3</sub>PO<sub>4</sub>·10H<sub>2</sub>O.

Степень гидратации глин и минерализация воды оказывает большое влияние на расход химических реагентов, используемых для уменьшения минерализации воды и недопущения разбухания глин.

Вода – это самое распространённое вещество на планете Земля. Поэтому она является самым доступным и дешевым очистным агентом, применяемым в бурении. Она также обладает малой вязкостью, низкой плотностью и высокой охлаждающей способностью.

Все эти свойства воды обеспечивают эффективную работу, поддерживают высокую скорость бурения, минимизируя нагрузку на буровые насосы и на гидравлические забойные двигатели. Из-за того, что вода обладает малой вязкостью, она не может удерживать во взвешенном состоянии буровой шлам в перерывах в работе – остановках. Также из-за воды происходит набухание, гидратация и диспергирование глин. Поэтому применение воды как буровой раствора возможно лишь при производстве работ по бурению на неглубоких скважинах, которые состоят из твёрдых неглинистых пород карбонатно-песчаного типа, а также при бурении в водоносных горизонтах.

При проникновении воды в продуктивные пласты снижается коллекторские свойства (пропускная способность породы) это влияет на эффективность эксплуатации скважины, из-за того, что создаётся водяной барьер и образуются устойчивые водонефтяные эмульсии, которые препятствуют притоку нефти в скважину, это влияние воды на призабойную зону пласта сказывается на эффективности освоения и дальнейшей эксплуатации скважины.

Вода имеет свойство замерзать при температурах ниже 0 °С, это так же сказывается как отрицательный фактор применения воды в качестве бурового раствора. Поэтому, исходя из данных фактов, для бурения применяют растворы на водной основе, но уже эти растворы включают в себя ряд элементов, изменяющих свойства воды.

Полимерные растворы для бурения – это растворы высокомолекулярных веществ (ВМВ) на основе воды. Молекулы таких веществ построены способом многократного повторения мономера – одного и того же звена. В полимерном растворе имеются такие вещества как акрилаты и полисахариды.

Высокомолекулярные вещества подразделяются на полиэлектролиты и неэлектролиты.

Полиэлектролиты – это вещества, в основе которых лежат акриловые полимеры, а также бывают полиэлектролиты, в основе которых лежат водорастворимые эфиры целлюлозы. Такие реагенты при растворении в воде образуют простой катион и сложный анион.

Неэлектролиты – это крахмальные реагенты, которые содержат полярные группы, не имеющие заряда.

Последняя группа реагентов из-за отсутствия полиэлектролитных свойств и трудностей в хранении для получения полимерных растворов используется крайне редко.

Полимерные растворы впервые нашли своё применение в США в 60-х годах, а в нашей стране в 70-х годах прошлого столетия.

Основными особенностями полимерных растворов, определяющими их успешное применение для целей бурения, являются:

1. Псевдопластичные свойства, благодаря которым полимерные растворы обладают хорошей очистной, несущей (транспортирующей) и удерживающей способностью. Это обеспечивается тем, что при малых скоростях сдвига, имеющих место в затрубном пространстве скважин, вязкость полимерных растворов во много раз превышает вязкость воды, а при высоких скоростях сдвига, характерных для промывочных каналов долот, их вязкость близка к вязкости воды.

2. Способность создавать на стенках скважин полимерную плёнку, препятствующую проникновению фильтрата в поры горных пород. Это обусловлено проявлением полимерными растворами полиэлектролитных свойств, обеспечивающих благодаря наличию зарядов адсорбцию молекул полимера на стенках скважин, а также на частицах выбуренных пород. Последнее, т.е. адсорбция молекул полимера на частицах выбуренных пород, обеспечивает улучшение очистки бурового раствора от шлама вследствие процесса флокуляции.

3. Длинноцепочечные полимеры обладают уникальной способностью снижать гидравлические сопротивления при турбулентном режиме течения (эффект Томса, 1949 г.). Экспериментально установлено, что добавки некоторых высокомолекулярных веществ позволяют снизить гидравлические сопротивления по сравнению с растворителем (водой) на 80 %.

Полимерные растворы по своим функциональным свойствам существенно превосходят техническую воду, а в ряде случаев и качественные глинистые растворы, т.е. являются весьма перспективными очистными агентами при бурении в условиях отсутствия флюидопроявлений (бурении при равновесии давления в системе «ствол скважины – пласт»).

Недостатки полимерных растворов:

- дефицитность отечественных высокомолекулярных веществ (потребность в полимерных реагентах удовлетворяется на 35–40);

- высокая стоимость импортных высокомолекулярных веществ;

- низкая стойкость к воздействию поливалентных металлов (ионов кальция).

Все буровые растворы имеют добавки, изменяющие их свойства, но не каждая добавка может быть использована как в растворе на водной основе, так и в растворе на полимерной основе.

В природе имеются пласты с аномально высокой температурой, а также солевые пласты. Для недопущения ухудшения свойств бурового раствора и потери проходки необходимо использовать специальные буровые растворы – термосолестойкие буровые растворы.

Термосолестойкий буровой раствор – это буровой раствор на водной основе, содержащий глину, воду, защитный реагент-понижитель водоотдачи, в качестве защитного реагента-понижителя водоотдачи содержит тройной акриловый сополимер, включающий акриламид (АА) или метакриламид (МАС), акриловую (АК) или метакриловую кислоту (МАК), нитрил акриловой кислоты (НАК) при следующем соотношении мономеров, масс. %: акриламид или метакриламид 20,0–57,5; акриловая или метакриловая кислота 10,0–50,0; нитрил акриловой кислоты 17,5–50,0, причём компоненты бурового раствора взяты в следующем соотношении, на 1 масс. ч. защитного реагента: указанный защитный реагент 1 масс. ч. (0,3–4,0 масс. %); глина 1,25–40,00 масс. ч. (5,0–30,0 масс. %); вода 16,5–316,0 масс. ч. (67,0–94,7 масс. %).

Буровой раствор дополнительно в случае технологической необходимости может содержать функциональные технологические добавки, например, разжижитель-понижитель вязкости, пеногаситель, утяжелитель, например, мел, баритовый концентрат и т.п., смазывающие добавки и др.

Буровые растворы готовят на лабораторных мешалках лопастного типа общепринятым способом. В технической пресной воде распускается до полного набухания коллоидная глина, например, бентонит, палыгорскит и др. В полученную глинистую суспензию при работающем перемешивающем устройстве вводят постепенно водный концентрат защитного полимерного реагента или сухого полимера, предварительно растворенного в заданном количестве технической воды. Количество воды, вводимой с водным концентратом полимера, учитывают в общем количестве водной основы приготавливаемого бурового раствора. Растворение в процессе приготовления водного концентрата предлагаемого в качестве защитного агента бурового раствора сополимера вышеназванного состава не вызывает затруднений и не требует предварительного подщелачивания технической воды. После тщательного перемешивания на мешалке в течение не менее 6 часов буровой раствор готов для определения показателей. Минерализацию приготовленных буровых растворов проводят хлоридом натрия, хлоридом кальция и хлоридом магния (в виде порошков) при перемешивании раствора.

Термосолестойкость растворов определяют по уровню фильтрационных свойств, оцениваемых показателем «водоотдача» после термостатирования при заданной температуре в течение 5 часов и охлаждения, а также при заданной температуре в фильтр-прессе ФП-200 в моделируемых забойных условиях.

Буровой раствор, включающий в своем составе в качестве защитного реагента-понижителя водоотдачи предлагаемый сополимер, в сравнении с аналогами обладает преимуществом по стойкости к полиминеральной агрессии в условиях действия высоких температур и позволяет вести бурение скважин в сложных геологических условиях. Дополнительным преимуществом раствора является его высокая технологичность в процессе обработки защитным полимерным реагентом, т.к. большинство из известных защитных реагентов, применяемых в качестве понижителей водоотдачи буровых растворов, нерастворимы или малорастворимы в холодной технической воде и требуют предварительного подщелачивания водной основы гидрооксидами щелочных металлов до pH 9-11, что в значительной мере снижает термостойкость буровых растворов. Кроме того, необходимость поддержания в растворе pH более 6–9 отрицательно сказывается на сроке службы бурового инструмента, в частности, легкосплавных бурильных труб (ЛБТ), применяемых в глубоком и сверхглубоком бурении и изготавливаемых их алюминиевых сплавов, что связано с дополнительными материальными затратами.

Буровой раствор совместим с буровыми глинистыми растворами на водной основе, используемыми в качестве понижителей водоотдачи другие известные полимеры, например производные целлюлозы и акрилаты, позволяет проводить утяжеление традиционными утяжелителями (мел, барит и т.п.), применять в своём составе понижители вязкости (разжижители, структурообразователи и другие обычно применяемые функциональные добавки) для регулирования технологических свойств бурового раствора.

Проанализировав состав бурового раствора, выделяют для статистического анализа такие показатели, как количество акриловой кислоты и защитного реагента в составе бурового раствора. Рассмотрим изменение показателей защитного реагента в зависимости от изменения количественного включения акриловой кислоты непосред-

ственно в процессе приготовления бурового раствора. Для того чтобы количественно оценить и построить регрессионную модель необходимо иметь зависимость показателей акриловой кислоты и защитного реагента.

### Основы статистического анализа

Согласно теории корреляции с изменением одного признака меняется распределение другого. Применение теории корреляции позволяет установить, какая должна быть зависимость между признаками  $X$  и  $Y$ , если посторонние факторы не изменялись и своим изменением не искажали истинную статистическую зависимость.

Первая задача – поиск модели, решение которой это нахождение корреляционной зависимости между признаками  $X$  и  $Y$ . При парной корреляции для её решения применяют графический метод. Если в корреляционном поле точки  $(x_i, y_i)$  хорошо ложатся на прямую, то связь между признаками  $X$  и  $Y$  носит линейный характер. Если точки хорошо ложатся на кривую, то связь будет криволинейной. Исходя из геометрических соображений, выбирают уравнение линии, которое называют *уравнением регрессии*, и находят неизвестные параметры, входящие в уравнение.

Вторая задача – изучение свойств модели. Вычисляется теснота связи между признаками, включёнными в модель, по коэффициенту  $r$  корреляции (в случае линейной корреляции) или по корреляционным отношениям  $\eta_{yx}$ ,  $\eta_{xy}$  (в случае криволинейной корреляции).

Третья задача – выявление степени адекватности построенной корреляционной модели (проверяется соответствие полученного уравнения регрессии опытным данным). Если данная модель оказалась не адекватной, то всё начинается сначала – строят новую модель.

Для решения вопросов, связанных прогнозированием производственных, технических и экономических параметров, применяют методы корреляционного анализа. Метод корреляционного анализа подразделяется на 2 основных типа переменных количественных признаков: независимые переменные (факторные признаки) и зависимые переменные (результативные признаки).

При анализе отношений между переменными признаками надо, прежде всего, установить, к какому типу зависимостей относится эта связь.

Взаимосвязь между признаками  $X$  и  $Y$  называется *корреляционной*, если каждому возможному значению  $x_i$  признака  $X$  сопоставляется условная средняя соответствующего распределения признака  $Y$ .

Среднее арифметическое значение признака  $Y$ , вычисленное при условии, что признак  $X$  принимает фиксированное значение  $x_i$ , называется *условным средним*, обозначается через  $\bar{y}_{x_i}$  и вычисляется по формуле:

$$\bar{y}_{x_i} = \frac{\sum n_{ij} \cdot y_j}{n_{x_i}}, \quad (1)$$

где  $n_{ij}$  – частоты, показывающие, сколько раз повторяются парные значения  $x_i, y_i$  в данной выборке;  $n_{x_i}$  – частота появления значения  $x_i$ .

Среднее арифметическое значение признака  $X$ , вычисленное при условии, что признак  $Y$  принимает фиксированное значение  $y_i$ , называется *условным средним*, обозначается через  $\bar{x}_{y_i}$  и вычисляется по формуле:

$$\bar{x}_{y_i} = \frac{\sum n_{ij} \cdot x_j}{n_{y_i}}. \quad (2)$$

Предположим, что на основе геометрических, физических или других соображений установлено, что между двумя количественными признаками  $X$  и  $Y$  существует линейная корреляционная зависимость. Если признаки подчиняются нормальному закону распределения, то уравнение регрессии записывают в виде:

$$\hat{y}_x = a_0 + a_1 \cdot x, \quad (3)$$



В уравнении регрессии (3) параметр  $a_0$  характеризуют усреднённое влияние на результативный признак  $Y$  неучитенных (не выявленных для исследования) факторных признаков  $X_i$ . Параметр  $a_1$  показывает, на сколько изменяется в среднем значение результативного признака  $Y$  при увеличении факторного признака на единицу.

В случае линейной корреляционной зависимости между признаками  $X$  и  $Y$ , если нет уверенности в том, что эти признаки подчиняются нормальному закону распределения, уравнения регрессий находят по формулам:

$$\hat{y}_x = \bar{y} + r \cdot \frac{S_y}{S_x} \cdot (x - \bar{x}); \quad (4)$$

$$\hat{x}_y = \bar{x} + r \cdot \frac{S_x}{S_y} \cdot (y - \bar{y}), \quad (5)$$

где  $\bar{x}$ ,  $\bar{y}$  – выборочные средние признаков  $X$  и  $Y$ ;  $S_x$ ,  $S_y$  – выборочные средние квадратические отклонения признаков  $X$  и  $Y$ , вычисляемые по формулам:

$$\hat{S}_x = \sqrt{\hat{S}_x^2}, \text{ где } \hat{S}_x^2 = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (n < 50), \quad (6)$$

$$\hat{S}_y = \sqrt{\hat{S}_y^2}, \text{ где } \hat{S}_y^2 = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \quad (n < 50). \quad (7)$$

При  $n \geq 50$   $S_x$  и  $S_y$  находят по формулам:

$$S_x = \sqrt{S_x^2}, \text{ где } S_x^2 = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2; \quad (8)$$

$$S_y = \sqrt{S_y^2}, \text{ где } S_y^2 = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2, \quad (9)$$

где  $\overline{xy}$  – средняя произведения значений признаков  $X$  и  $Y$ ;  $\bar{x}$ ,  $\bar{y}$  – средние значения признаков  $X$  и  $Y$ ;  $S_x$ ,  $S_y$  – выборочные средние квадратические отклонения признаков  $X$  и  $Y$ , вычисленные по формулам (6) и (7), если  $n < 50$ , или по формулам (8) и (9), если  $n \geq 50$ .

После выбора функции как формы корреляционной зависимости между признаками  $X$  и  $Y$  решается задача, состоящая в определении тесноты связи между ними. Для этого используют выборочный коэффициент  $r$  корреляции, который вычисляют по формуле (10). Линейный коэффициент корреляции изменяется на отрезке  $[-1; 1]$ , т.е.  $|r| \leq 1$ . Если  $r = \pm 1$ , то корреляционная зависимость становится функциональной. При  $r = +1$  эта зависимость прямая, при  $r = -1$  связь обратная.

Если  $r = 0$ , то линейная связь между признаками  $X$  и  $Y$  отсутствует, но может существовать криволинейная корреляционная связь или нелинейная функциональная.

Коэффициент линейной корреляции  $r$  находят по формуле:

$$r = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{S_x \cdot S_y}. \quad (10)$$

Таблица 1 – Распределение коэффициентов линейной корреляции

| Теснота связи      | Величина $r$    |                   |
|--------------------|-----------------|-------------------|
|                    | прямая связь    | обратная связь    |
| Линейной связи нет | от 0 до 0,2     | от 0 до -0,2      |
| Слабая             | от 0,2 до 0,5   | от -0,2 до -0,5   |
| Средняя            | от 0,5 до 0,75  | от -0,5 до -0,75  |
| Сильная            | от 0,75 до 0,95 | от -0,75 до -0,95 |
| Функциональная     | от 0,95–1       | от -0,95 до -1    |

Значимость выборочного коэффициента корреляции проверяют по критерию Стьюдента. По опытным данным находят статистику  $t_p$ , пользуясь формулой:

$$t_p = \frac{|r| \cdot \sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}}. \quad (11)$$

Затем по таблице критических точек распределения Стьюдента по заданному уровню значимости  $\alpha$  и числу степеней свободы  $k = n - 2$  находят табличное значение  $t_{кр}$  двусторонней критической области. Если  $t_p < t_{кр}$ , то  $r$  – незначимый (мало отличается от нуля) и признаки  $X$  и  $Y$  некоррелированы. Если  $t_p > t_{кр}$ , то приходят к выводу о наличии линейной корреляционной связи.

Коэффициент корреляции, как правило, рассчитывается по данным выборки. Чтобы полученный результат распространить на генеральную совокупность, приходится допустить некоторую ошибку, которую оценивают с помощью средней квадратичной ошибки  $\sigma_r$ . С помощью  $\sigma_r$  производят оценку надёжности коэффициента корреляции, построив доверительные интервалы для различных объёмов выборки. Пусть число  $n$  наблюдений пар чисел  $(x; y)$  меньше 50 ( $n < 50$ ). В этом случае средняя квадратическая ошибка  $\sigma_r$  вычисляется по формуле:

$$\sigma_r = \frac{1-r^2}{\sqrt{n-2}}, \quad (12)$$

где  $r$  – коэффициент парной линейной корреляции;  $n$  – объём выборки.

Доверительный интервал для оценки  $r$  находят по формуле:

$$r - t_\gamma \cdot \sigma_r \leq \hat{r} \leq r + t_\gamma \cdot \sigma_r, \quad (13)$$

где  $t_\gamma$  находят по таблице значений функции Лапласа  $\Phi(x)$ .

Если задать надёжность  $\gamma = 0,95$ , то  $\Phi(x) = \frac{\gamma}{2} = 0,475$  и  $t_\gamma = 1,96$ .

Если объём выборки  $n > 50$ , то погрешность  $\sigma_r$  для коэффициента корреляции  $r$  находят также по формуле (13). Затем вычисляют отношение  $\frac{r}{\sigma_r}$ . Если это отношение

больше 3, то можно считать, что найденный коэффициент корреляции  $r$  отражает истинную зависимость между признаками  $X$  и  $Y$ .

Величина  $r - 3 \cdot \sigma_r$  является гарантийным минимумом, а величина  $r + 3 \cdot \sigma_r$  гарантийным максимумом коэффициента корреляции  $r$  и доверительный интервал для оценки  $r$  запишется в виде:

$$r - 3 \cdot \sigma_r \leq \hat{r} \leq r + 3 \cdot \sigma_r. \quad (14)$$

Линейный коэффициент корреляции показывает, является ли эта связь прямой или обратной, а также оценивает тесноту взаимосвязи между признаками. Однако понятия тесноты взаимосвязи бывает недостаточно при содержательном анализе взаимосвязей. Коэффициент корреляции не показывает степень воздействия факторного признака  $X$  на результативный  $Y$ . Степень воздействия факторного признака на результативный показывает коэффициент детерминации.

Пусть по опытным данным для признаков  $X$  и  $Y$  получены уравнения регрессий  $\hat{y}_x = a_0 + a_1 x$  и  $\hat{x}_y = b_0 + b_1 y$ . Величину  $a_1 b_1 = r^2$  называют коэффициентом детерминации. Этот коэффициент детерминации можно находить и по формуле:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum (y_i - \hat{y}_{x_i})^2}{\sum (y_i - \bar{y})^2}, \quad (15)$$

где  $y_i$  – опытные значения признака  $Y$ ;  $\hat{y}_{x_i}$  – значения  $y$ , найденные по уравнению регрессии;  $\bar{y}$  – средняя признака  $Y$ .

Формулой (15) пользуются тогда, когда общее число значений  $y_i$  равно числу значений  $x_i$  признака  $X$ .

Коэффициент детерминации используется, во-первых, для контроля вычислений, проводимых при получении уравнений регрессий ( $r^2 = a_1 \cdot b_1$ ) и, во-вторых, он показывает, какую часть рассеяния резульативного признака  $Y$  можно объяснить принятой регрессионной моделью.

Для проверки соответствия уравнения регрессии  $\hat{y}_x = a_0 + a_1 \cdot x$  опытными данными применяют критерий Фишера-Снедекора. Вычисляют статистику  $F_H$  по формуле:

$$F_H = \frac{R^2 \cdot (n-2)}{1-R^2}, \quad (16)$$

где  $R^2$  – коэффициент детерминации;  $n$  – объем выборки.

Чем ближе значение  $R^2$  к единице, тем лучше модель согласуется с опытными данными. Затем при заданном уровне значимости  $\alpha$  и числах степеней свободы  $k_1 = 1$ ,  $k_2 = n - 2$  находят по таблице критических точек распределения Фишера-Снедекора  $F_m = F_{\alpha; k_1; k_2}$ .

Если окажется, что  $F_H > F_m$ , то полученное уравнение линейной регрессии согласуется с опытными данными. Если  $F_H < F_m$ , то модель регрессии не согласуется с данными опыта.

Формулой (16) пользуются тогда, когда исходные данные заданы не в виде корреляционной таблицы. Если опытные данные заданы в виде корреляционной таблицы, то проверку модели на адекватность можно выполнить тогда, когда общее число значений  $y_i$  больше числа значений  $x_i$ . В этом случае находят остаточную сумму квадратов  $Q_e$ , характеризующую влияние неучтенных в модели факторов, по формуле:

$$Q_e = Q - Q_R, \quad (17)$$

где  $Q = \sum (y_i - \bar{y})^2$  – сумма квадратов отклонений значений  $y_i$  от средней  $\bar{y}$ ,  
 $Q_R = \sum (\bar{y}_{x_i} - \bar{y})^2$  – сумма квадратов отклонений условных средних  $\bar{y}_{x_i}$  от средней  $\bar{y}$ .

Затем вычисляется статистика  $F_H$  по формуле:

$$F_H = \frac{Q_R \cdot (n-2)}{Q_e}. \quad (18)$$

По таблице критических точек распределения Фишера-Снедекора при заданном уровне значимости  $\alpha$  и числах степеней свободы  $k_1 = 1$ ,  $k_2 = n - 2$  находят  $F_m = F_{\alpha; k_1; k_2}$ . Если  $F_H > F_m$ , то модельное уравнение регрессии значимо описывает опытные данные, в противном случае ( $F_H < F_m$ ) – нет.

После проверки модельного уравнения линейной регрессии на адекватность находят относительную погрешность уравнения по формуле:

$$\delta = \frac{\sigma_u}{y} \cdot 100 \%, \quad (19)$$

где  $\sigma_u$  – стандартная ошибка уравнения регрессии ( $\sigma_u = \sqrt{D_u}$ );  $D_u = \frac{\sum (u_i - \bar{u})^2}{n-2}$  – остаточная дисперсия;  $u_i = y_i - \hat{y}_{x_i}$ ,  $y_i$  – опытные значения  $y$ ;  $\hat{y}_{x_i}$  – значения  $y$ , полученные по уравнению регрессии;  $\bar{u} = \frac{1}{n} \cdot \sum (y_i - \hat{y}_{x_i})$  – среднее значение  $u_i$ ;  $n$  – объем выборки.

Если величина  $\delta$  мала, то прогнозные качества оценённого регрессионного уравнения высоки. Одновременно производят оценку коэффициентов уравнения регрессии  $\hat{y}_x = a_0 + a_1 \cdot x$ . Пусть  $S_{a_0}$  и  $S_{a_1}$  – стандартные ошибки соответственно коэффициентов  $a_0$  и  $a_1$  уравнения регрессии. Их вычисление производят по формулам:

$$S_{a_0} = S_y \sqrt{1 - r^2} \cdot \sqrt{\frac{[x^2]}{n[x^2] - [x]^2}}; \quad (20)$$

$$S_{a_1} = S_y \sqrt{1 - r^2} \cdot \sqrt{\frac{n}{n[x^2] - [x]^2}}. \quad (21)$$

Коэффициенты  $a_0$  и  $a_1$  считаются значимыми, если  $2S_{a_i} < |a_i|$ . Если же коэффициенты  $a_0$  и  $a_1$  незначимы, то ситуацию можно поправить путём увеличения объёма выборки  $n$ , увеличения числа факторов, включаемых в модель или изменения формы уравнения связи.

### Построение регрессионной модели термосолестойкого бурового раствора

Проведём статистический анализ и построим регрессионную модель термосолестойкого бурового раствора. В состав термосолестойкого бурового раствора входит помимо стандартных добавок акриловая кислота и защитный реагент. Зависимость изменения в массовых процентах акриловой кислоты  $X$  (масс. %) к массовому содержанию защитного реагента  $Y$  (масс. %) характеризуется следующими данными:

Таблица 1 – Содержание реагентов в буровом растворе, %

| Показатель            | 1  | 2  | 3  | 4   | 5   | 6   | 7   | 8   | 9  | 10 | 11   | 14   | 13  | 14  |
|-----------------------|----|----|----|-----|-----|-----|-----|-----|----|----|------|------|-----|-----|
| Акриловая кислота (X) | 20 | 20 | 20 | 35  | 35  | 35  | 50  | 10  | 35 | 35 | 22,5 | 22,5 | 50  | 50  |
| Защитный реагент (Y)  | 2  | 2  | 2  | 2,5 | 2,5 | 2,5 | 2,5 | 2,5 | 2  | 2  | 3    | 3    | 4,0 | 4,4 |

Для решения задачи способами корреляционного анализа определим, какой из указанных в условии показателей выбрать за факторный признак, а какой за результативный. На основании анализа зависимости количества защитного реагента от количества акриловой кислоты в составе бурового раствора, при этом за факторный признак  $X$  следует принять количество акриловой кислоты, а количество защитного реагента за результативный признак  $Y$ .

Для определения формы связи между признаками  $X$  и  $Y$  строим точки  $(x_i, y_j)$ , пользуясь таблицей 1. Около построенных точек проводим линию тренда (на рис. 1 – прямая линия). По расположению точек около линии тренда возможно сделать вывод о том, что связь между количеством акриловой кислоты и защитного реагента может носить линейный характер.

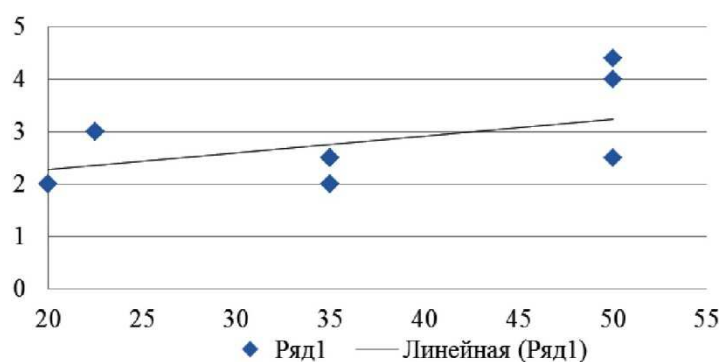


Рисунок 1 – Линия тренда

Произведём расчёт статистик  $\bar{x}$ ,  $\bar{y}$ ,  $S_x$ ,  $S_y$ ,  $r$ , которые войдут в уравнения линейных регрессий для этого составим расчётную таблицу 2.

Таблица 2 – Данные расчёта параметров

| № опыта | $x_i$ | $x_i - \bar{x}$ | $(x_i - \bar{x})^2$ | $y_i$ | $y_i - \bar{y}$ | $(y_i - \bar{y})^2$ | $x^2$   | $xy$   |
|---------|-------|-----------------|---------------------|-------|-----------------|---------------------|---------|--------|
| 1       | 20    | -11,43          | 130,61              | 2     | -0,64           | 0,40                | 400     | 40     |
| 2       | 20    | -11,43          | 130,61              | 2     | -0,64           | 0,40                | 400     | 40     |
| 3       | 20    | -11,43          | 130,61              | 2     | -0,64           | 0,40                | 400     | 40     |
| 4       | 35,0  | 3,57            | 12,76               | 2,5   | -0,14           | 0,02                | 1225    | 87,5   |
| 5       | 35,0  | 3,57            | 12,76               | 2,5   | -0,14           | 0,02                | 1225    | 87,5   |
| 6       | 35,0  | 3,57            | 12,76               | 2,5   | -0,14           | 0,02                | 1225    | 87,5   |
| 7       | 50    | 18,57           | 344,90              | 2,5   | -0,14           | 0,02                | 2500    | 125    |
| 8       | 10    | -21,43          | 459,18              | 2,5   | -0,14           | 0,02                | 100     | 25     |
| 9       | 35    | 3,57            | 12,76               | 2     | -0,64           | 0,40                | 1225    | 70     |
| 10      | 35    | 3,57            | 12,76               | 2     | -0,64           | 0,40                | 1225    | 70     |
| 11      | 22,5  | -8,93           | 79,72               | 3     | 0,36            | 0,13                | 506,25  | 67,5   |
| 12      | 22,5  | -8,93           | 79,72               | 3     | 0,36            | 0,13                | 506,25  | 67,5   |
| 13      | 50,0  | 18,57           | 344,90              | 4     | 1,36            | 1,86                | 2500    | 200    |
| 14      | 50    | 18,57           | 344,90              | 4,4   | 1,76            | 3,11                | 2500    | 220    |
| Итого:  | 440   |                 | 2108,93             | 36,9  |                 | 7,35                | 15937,5 | 1227,5 |

Пользуясь результатами суммы строк таблицы 2, согласно формулам (6) и (7), находим:

$\bar{x} = 31,42$  – среднее количество акриловой кислоты в буровом растворе различной модификации;

$\bar{y} = 2,63$  – среднее количество защитного реагента в буровом растворе различной модификации.

Для нахождения коэффициента линейной корреляции (проверка тесноты связи) используются выборочные среднеквадратичные отклонения. В данном случае они равны:  $\hat{S}_x^2 = 162,22 \Rightarrow \hat{S}_x = 12,73$ ;  $\hat{S}_y^2 = 0,56 \Rightarrow \hat{S}_y = 0,72$ .

Вычисляем среднюю произведения признаков X и Y:  $\overline{xy} = 87,67$ .

Для определения коэффициента линейной корреляции используем формулу (10):  $r = 0,505$ .

В данном расчёте коэффициент корреляции получился 0,505 – он показывает тесноту связи между изменениями выбранных параметров бурового раствора. Теснота связи – средняя (умеренная) прямая. Это говорит о том, что при изменении параметра X будет меняться параметр Y.

Для проверки значимости коэффициента корреляции необходимо вычислить статистику  $t_p$  по формуле (11):  $t_p = 2,2$ .

По таблице критических точек распределения Стьюдента по уровню значимости  $\alpha = 0,05$  и числу степеней свободы  $k = n - 2 = 14 - 2 = 12$  находим  $t_m = t_{\alpha; k} = t_{0,05; 12} = 2,078$ . Так как  $t_p = 2,2 > t_m$ , то выборочный коэффициент корреляции значимо отличается от нуля. Следовательно можно предположить, что среднее количество защитного реагента (Y) и среднее количество акриловой кислоты (X) связаны линейной регрессионной зависимостью и провести корреляционную прямую на числовой плоскости.

Находим доверительный интервал для выборочного коэффициента корреляции  $r$  с надёжностью  $\gamma = 0,95$ . Так как объём выборки  $n = 14 < 50$ , то доверительный интервал находим по формуле (13) Так как по условию надёжность (доверительная вероятность)

равна  $\gamma = 0,95$ , то по таблице функции Лапласа находим  $t_\gamma = 1,96$ . Вычисляем среднюю квадратическую ошибку  $\sigma_r$  по формуле (12):  $\sigma_r = 0,214$ .

Записываем доверительный интервал:  $0,505 - 1,96 \cdot 0,214 \leq \hat{r} \leq 0,505 + 1,96 \cdot 0,214$  или  $\hat{r} \in [0,08; 0,9]$ . Следовательно, с вероятностью 0,95 линейный коэффициент корреляции генеральной совокупности находится в пределах от 0,08 до 0,9. Применительно к решаемой задаче полученный результат означает, что по имеющейся выборке следует ожидать влияние на изменения количественного показателя массы используемых реагентов.

Найдём эмпирические линейные уравнения регрессии  $y$  на  $x$  и  $x$  на  $y$ , которые являются приближёнными уравнениями для истинных уравнений регрессий:

- уравнение регрессии  $y$  на  $x$ :  $\hat{y}_x = 0,02984 \cdot x + 1,6976$ ;
- уравнение регрессии  $x$  на  $y$ :  $\hat{x}_y = 8,5612 \cdot y + 8,8634$ ;
- контроль вычислений:  $a_1 \cdot b_1 = 0,02984 \cdot 8,5612 = 0,2555$ ,  $r^2 = 0,2555$ .

Так как условие  $a_1 \cdot b_1 = r^2$  выполняется, то вычисления выполнены верно.

Из уравнения  $\hat{y}_x = 0,02984 \cdot x - 1,6976$  следует, что при увеличении количества акриловой кислоты на 10, необходимо увеличить количество защитного реагента на 0,2 раза по массе. Этот результат следует учесть при приготовлении бурового раствора для соблюдения пропорций и не нарушения технологии приготовления с целью недопущения аварийных ситуаций в процессе бурения скважин.

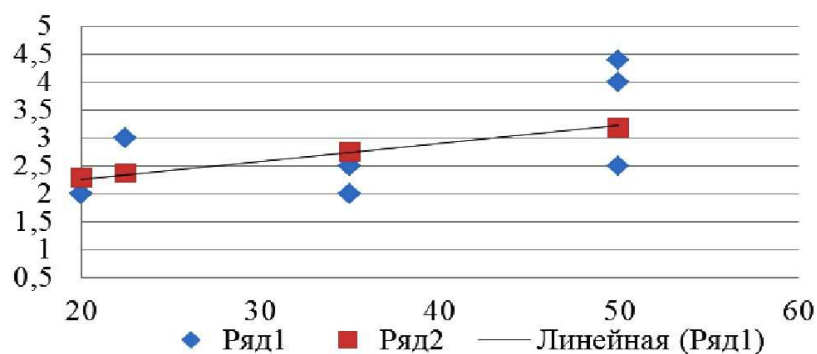


Рисунок 2 – Прямая уравнения  $\hat{y}_x = 0,02984 \cdot x + 1,6976$

Подставляя  $\bar{x} = 31,42$ ,  $\bar{y} = 2,63$  в уравнения регрессий, получаем точки, координаты которых совпадают с координатами центра распределения  $C(\bar{x}, \bar{y})$ . Следовательно, линии регрессий пересекаются в точке  $C(\bar{x}, \bar{y})$ .

Найдём коэффициент детерминации. Для линейной регрессии при вычисленном коэффициенте  $r$  он равен  $r^2$ . У нас  $r^2 = 0,2555$ . Это означает, что 25 % рассеивания среднего количества защитного реагента связи объясняется линейной регрессионной зависимостью между средним количеством акриловой кислоты и средним количеством защитного реагента, а 75 % рассеивания среднего количества защитного реагента остались необъяснимыми. Такое положение могло произойти из-за того, что в модель не включены другие факторы, влияющие на изменение среднего количества защитного реагента, либо опытных данных в данной выборке недостаточно, чтобы построить более надёжное уравнение регрессии.

Проверим адекватность уравнения линейной регрессии  $y$  на  $x$  по критерию Фишера-Снедекора. Вычислим статистику  $F_H$  по формуле (16).

Для нахождения суммы  $\sum (y_i - \hat{y}_x)^2$  составляем таблицу 3. Из таблиц 2 и 3 находим:  $\sum (y_i - \bar{y})^2 = 7,35$ ,  $\sum (y_i - \hat{y}_{x_i})^2 = 5,18$ ;  $R^2 = 0,294$ ,  $F_H = 5,01$ .

Таблица 3 – Данные расчёта параметров

| № опыта | $y_i$ | $\hat{y}_x$ | $y_i - \hat{y}_x$ | $(y_i - \hat{y}_x)^2$ |
|---------|-------|-------------|-------------------|-----------------------|
| 1       | 2     | 2,29        | -0,29             | 0,09                  |
| 2       | 2     | 2,29        | -0,29             | 0,09                  |
| 3       | 2     | 2,29        | -0,29             | 0,09                  |
| 4       | 2,5   | 2,74        | -0,24             | 0,06                  |
| 5       | 2,5   | 2,74        | -0,24             | 0,06                  |
| 6       | 2,5   | 2,74        | -0,24             | 0,06                  |
| 7       | 2,5   | 3,19        | -0,69             | 0,48                  |
| 8       | 2,5   | 2,00        | 0,50              | 0,25                  |
| 9       | 2     | 2,74        | -0,74             | 0,55                  |
| 10      | 2     | 2,74        | -0,74             | 0,55                  |
| 11      | 3     | 2,37        | 0,63              | 0,40                  |
| 12      | 3     | 2,37        | 0,63              | 0,40                  |
| 13      | 4     | 3,19        | 1                 | 1                     |
| 14      | 4,4   | 3,19        | 1                 | 1                     |
| Итого:  |       |             |                   | 5,18                  |

Тогда при уровне значимости  $\alpha = 0,05$  и числе степеней свободы  $k_1 = 1$ ,  $k_2 = n - 2 = 14 - 2 = 12$  по таблице критических точек распределения Фишера-Снедекора находим  $F_m = F_{\alpha; k_1; k_2} = F_{0,05; 1; 12} = 4,75$ . Так как  $F_H = 5,01 > 4,75$ , то заключаем, что уравнение линейной регрессии  $\hat{y}_x = 0,02984 \cdot x + 1,6976$  статистически значимо описывает результаты эксперимента.

Проведём оценку величины погрешности уравнения регрессии  $\hat{y}_x = 0,02984x + 1,6976$ . Найдём относительную погрешность  $\delta$  уравнения по формуле (19). Так как  $\sum (y_i - \hat{y}_{x_i})^2 = 5,18$ , то  $\bar{u} = 0,37$ . Для нахождения суммы  $\sum (u_i - \bar{u})^2$  составляем таблицу 4.

Таблица 4 – Расчёт параметров

| № опыта | $u_i = y_i - \hat{y}_x$ | $u_i - \bar{u}$ | $(u_i - \bar{u})^2$ |
|---------|-------------------------|-----------------|---------------------|
| 1       | -1,26                   | -1,63           | 2,67                |
| 2       | -1,43                   | -1,80           | 3,24                |
| 3       | -1,00                   | -1,37           | 1,89                |
| 4       | -0,66                   | -1,03           | 1,07                |
| 5       | -0,34                   | -0,72           | 0,51                |
| 6       | -0,21                   | -0,58           | 0,34                |
| 7       | -0,17                   | -0,54           | 0,29                |
| 8       | 0,44                    | 0,07            | 0,01                |
| 9       | 0,54                    | 0,17            | 0,03                |
| 10      | 0,91                    | 0,54            | 0,29                |
| 11      | 1,04                    | 0,67            | 0,45                |
| 12      | 1,35                    | 0,98            | 0,97                |
| 13      | 1                       | 0,63            | 0,40                |
| 14      | 0                       | -0,37           | 0,14                |
| Итого:  |                         |                 | 12,29               |

Тогда  $\sigma_u = 1,011$ ,  $\delta = 38,33$  %. Так как величина  $\delta$  достаточно велика, то уравнение линейной регрессии  $\hat{y}_x = 0,02984 \cdot x + 1,6976$  описывает опытные данные с определенной погрешностью.

Оценим коэффициенты уравнения регрессии. У нас  $a_0 = 1,6976$ ,  $a_1 = 0,02984$ . Для нахождения отношений  $\frac{S_{a_0}}{|a_0|}$  и  $\frac{S_{a_1}}{|a_1|}$  вычислим средние квадратические ошибки коэффициентов по формулам (20) и (21):

По данным таблицы 2 находим:  $[x] = 440$ ,  $[x^2] = 15937,5$ . Учитывая, что  $n = 14$ ,  $r^2 = 0,2555$  и  $\hat{S}_y = 0,752$ , находим стандартные ошибки коэффициентов:  $S_{y/x} = 0,6488$ ,  $S_{a_0} = 0,0217$ ,  $S_{a_1} = 0,7347$ .

Так как  $\frac{S_{a_0}}{|a_0|} = 0,43 < 0,5$  и  $\frac{S_{a_1}}{|a_1|} = 0,72 > 0,5$ , то коэффициент  $a_0$  уравнения регрессии у на  $x$  значим. Коэффициент  $a_1$  не значим, это объясняется тем, что количество факторов влияния на систему достаточно велико и всегда будет погрешность в составлении уравнения.

Таким образом, уравнение регрессии  $\hat{y}_x = 0,02984 \cdot x + 1,6976$ , описывающее зависимость среднего количества защитного реагента от количества акриловой кислоты в буровом растворе, значимо описывает опытные данные и может быть принято для практического руководства.

## Заключение

Целью данной работы явилось построение уравнения регрессии и его проверка. При выводе уравнения регрессии использовалась зависимость, взятая из патента № 2104292. В патенте описывается изобретение: термосолестойкий буровой раствор.

В патенте были указаны проведённые опыты. На основании анализа этих опытов строились все расчёты. Для анализа зависимостей состава бурового раствора была взята зависимость изменения количества защитного агента от изменения количества акриловой кислоты в составе бурового раствора.

После выделения зависимости было построено корреляционное поле. По характеру расположения точек определена зависимость: линейная.

Для составления уравнения регрессии требовалось найти средние значения показателей  $X$  и  $Y$  и среднеквадратичные отклонения. Данные значения использовались для определения коэффициента корреляции он равен  $r = 0,505$ .

На основании найденных значений было написано уравнение регрессии у на  $x$   $\hat{y}_x = 0,02984 \cdot x + 1,6976$  и  $x$  на  $y$   $\hat{x}_y = 8,5612 \cdot y + 8,8634$ .

Вычислен коэффициент детерминации  $r^2 = 0,2555$ . Это означает, что 25 % рассеивания среднего количества защитного реагента связи объясняется линейной регрессионной зависимостью между средним количеством акриловой кислоты и средним количеством защитного реагента, а 75 % рассеивания среднего количества защитного реагента остались необъяснимыми. Такое положение могло произойти из-за того, что в модель не включены другие факторы, влияющие на изменение среднего количества защитного реагента, либо опытных данных в данной выборке не достаточно, чтобы построить более надёжное уравнение регрессии.

После этого была проведена проверка на адекватность, которая показала, что уравнение линейной регрессии  $\hat{y}_x = 0,02984 \cdot x + 1,6976$  статистически значимо описывает результаты эксперимента.

При проведении оценки погрешности уравнения выяснилось, что погрешность уравнения составляет 38 %. Данная величина погрешности уравнения объясняется наличием дополнительных факторов, оказывающих влияние на зависимость изменения количества защитного реагента от изменения количества акриловой кислоты.



После оценки коэффициентов уравнения регрессии сделан вывод о том, что уравнение регрессии  $\hat{y}_x = 0,02984 \cdot x + 1,6976$ , описывающее зависимость среднего количества защитного реагента от количества акриловой кислоты в буровом растворе, точно описывает опытные данные и может быть принято для практического руководства.

### Литература:

1. Ананьев А.Н. Учебное пособие для инженеров по буровым растворам / под ред. проф. А.И. Пенькова. – Волгоград, 2000. – 139 с.
2. Булатов А.И., Макаренко П.П., Просёлков Ю.М. Буровые промывочные и тампонажные растворы. – М.: Издательство «Недра», 1999. – 424 с.
3. Булатов А.И., Савенок О.В. Заканчивание нефтяных и газовых скважин: теория и практика. – Краснодар: ООО «Просвещение-Юг», 2010. – 539 с.
4. Булатов А.И., Савенок О.В. Осложнения и аварии при строительстве нефтяных и газовых скважин. – Краснодар: ООО «Просвещение-Юг», 2010. – 522 с.
5. Булатов А.И., Волощенко Е.Ю., Кусов Г.В., Савенок О.В. Экология при строительстве нефтяных и газовых скважин: учебное пособие для студентов вузов. – Краснодар: ООО «Просвещение-Юг», 2011. – 603 с.
6. Булатов А.И. Буровые и тампонажные растворы для строительства нефтяных и газовых скважин. – Краснодар: ООО «Просвещение-Юг», 2011. – 452 с.
7. Булатов А.И., Долгов С.В. Спутник буровика: справочное пособие в 2 книгах. – М.: Издательство «Недра», 2014. – Т. 1–2.
8. Булатов А.И., Савенок О.В. Капитальный подземный ремонт нефтяных и газовых скважин в 4 томах. – Краснодар: Издательский Дом – Юг, 2012–2015. – Т. 1–4.
9. Булатов А.И., Савенок О.В. Практикум по дисциплине «Заканчивание нефтяных и газовых скважин» в 4 томах: учебное пособие. – Краснодар: Издательский Дом – Юг, 2013–2014. – Т. 1–4.
10. Булатов А.И., Савенок О.В. Метрические и неметрические единицы физических величин (при строительстве, эксплуатации и ремонте нефтяных и газовых скважин): справочное руководство. – Краснодар: Издательский Дом – Юг, 2015. – 78 с.
11. Булатов А.И., Савенок О.В., Яремийчук Р.С. Научные основы и практика освоения нефтяных и газовых скважин. – Краснодар: Издательский Дом – Юг, 2016. – 576 с.
12. Булатов А.И., Качмар Ю.Д., Савенок О.В., Яремийчук Р.С. Освоения нафтових і газових свердловин. Наука і практика: монографія. – Львів: Сполум, 2018. – 476 с.
13. Губин В.И., Осташков В.Н. Статистические методы обработки экспериментальных данных. – Тюмень: Издательство «ТюмГНГУ», 2007. – 202 с.
14. Рябченко В.И. Управление свойствами буровых растворов. – М.: Издательство «Недра», 1990. – 230 с.
15. Рязанов Я.А. Энциклопедия по буровым растворам. – Оренбург: Летопись, 2005. – 664 с.
16. Савенок О.В. Оптимизация функционирования эксплуатационной техники для повышения эффективности нефтепромысловых систем с осложнёнными условиями добычи. – Краснодар: Издательский Дом – Юг, 2013. – 336 с.
17. Савенок О.В., Качмар Ю.Д., Яремийчук Р.С. Нефтегазовая инженерия при освоении скважин. – М.: Инфра-Инженерия, 2019. – 548 с.
18. Третьяк А.Я., Савенок О.В., Рыбальченко Ю.М. Буровые промывочные жидкости: учебное пособие. – Новочеркасск: Лик, 2014. – 374 с.
19. Управление свойствами буровых растворов. – URL: [http://knowledge.allbest.ru/geology/2c0a65625b3ac79a5c43a88421216c37\\_0.html](http://knowledge.allbest.ru/geology/2c0a65625b3ac79a5c43a88421216c37_0.html)
20. Живаева В.В., Мозговой Г.С., Ожерельев А.В. Сравнительный анализ тампонажных составов Izolight и полых микросфер HGS-10000 с подбором рецептуры // Булатовские чтения: Материалы I Международной научно-практической конференции (31 марта 2017 года) в 5 томах: сборник статей / под общ. ред. д-ра техн. наук, проф. О.В. Савенок. – Краснодар: Издательский Дом – Юг, 2017. – Т. 3: Бурение нефтяных и газовых скважин. – С. 93–96.
21. Загвоздин И.В., Каменских С.В. Исследование влияния параметров буровых растворов на вероятность возникновения дифференциальных прихватов // Булатовские чтения: Материалы I Международной научно-практической конференции (31 марта 2017 года) в 5 томах: сборник статей / под общ. ред. д-ра техн. наук, проф. О.В. Савенок. – Краснодар: Издательский Дом – Юг, 2017. – Т. 3: Бурение нефтяных и газовых скважин. – С. 97–103.
22. Макарова Я.А., Егорова А.С. Универсальный раствор на углеводородной основе для бурения горизонтальных скважин // Булатовские чтения: Материалы I Международной научно-практической конференции (31 марта 2017 года) в 5 томах: сборник статей / под общ. ред. д-ра техн. наук, проф. О.В. Савенок. – Краснодар: Издательский Дом – Юг, 2017. – Т. 3: Бурение нефтяных и газовых скважин. – С. 162–165.

23. Макарова Я.А., Егорова А.С. Новая система бурового раствора для качественного заканчивания скважин // Булатовские чтения: Материалы I Международной научно-практической конференции (31 марта 2017 года) в 5 томах : сборник статей / под общ. ред. д-ра техн. наук, проф. О.В. Савенок. – Краснодар : Издательский Дом – Юг, 2017. – Т. 3: Бурение нефтяных и газовых скважин. – С. 166–169.

24. Мартель А.С., Моренов В.А., Леушева Е.Л. Исследование составов буровых растворов для бурения глинистых пород и предупреждения сальникообразования // Булатовские чтения: Материалы I Международной научно-практической конференции (31 марта 2017 года) в 5 томах : сборник статей / под общ. ред. д-ра техн. наук, проф. О.В. Савенок. – Краснодар : Издательский Дом – Юг, 2017. – Т. 3: Бурение нефтяных и газовых скважин. – С. 170–176.

25. Мойса Ю.Н., Снегирев С.Н., Зозуля В.В. Сравнение буровых растворов на различных глинопорошках для бурения методом ННБ // Булатовские чтения: Материалы I Международной научно-практической конференции (31 марта 2017 года) в 5 томах : сборник статей / под общ. ред. д-ра техн. наук, проф. О.В. Савенок. – Краснодар : Издательский Дом – Юг, 2017. – Т. 3: Бурение нефтяных и газовых скважин. – С. 181–186.

26. Олешкевич Д.В., Кокарев М.О. Буровой раствор для борьбы с дифференциальными прихватами // Булатовские чтения: Материалы I Международной научно-практической конференции (31 марта 2017 года) в 5 томах : сборник статей / под общ. ред. д-ра техн. наук, проф. О.В. Савенок. – Краснодар : Издательский Дом – Юг, 2017. – Т. 3: Бурение нефтяных и газовых скважин. – С. 202–205.

27. Булатов А.И., Савенок О.В. Буровые и тампонажные растворы для строительства нефтяных и газовых скважин. Свидетельство о государственной регистрации базы данных № 2014620659. Заявка № 2014620266. Дата поступления 12 марта 2014 г. Дата государственной регистрации в Реестре баз данных 08 мая 2014 г.

28. Алаичев В.А., Зотов Е.В., Липкес М.И., Оксенойд Е.Я., Подъячева Н.А., Швецов О.К. Патент № 2104292 Термосолестойкий буровой раствор. Дата подачи заявки: 13.01.1995. Дата публикации патента: 10.02.1998. Патентообладатель: АОЗТ Научно-производственное предприятие «Хемекс Дор».

## References:

1. Ananyev A.N. The manual for mud engineers / under the editorship of the prof. A.I. Penkov. – Volgograd, 2000. – 139 p.
2. Bulatov A.I., Makarenko P.P., Proselkov Yu.M. Drilling flushing and grouting muds. – M. : Nedra publishing house, 1999. – 424 p.
3. Bulatov A.I., Savenok O.V. Completion of oil and gas wells: theory and practice. – Krasnodar : LLC Prosveshcheniye-Yug, 2010. – 539 p.
4. Bulatov A.I., Savenok O.V. Complications and accidents at construction oil and gas wells. – Krasnodar : LLC Prosveshcheniye-Yug, 2010. – 522 p.
5. Bulatov A.I., Voloshchenko E.Yu., Kusov G.V., Savenok O.V. Ecology at construction of oil and gas wells : manual for students of higher education institutions. – Krasnodar : LLC Prosveshcheniye-Yug, 2011. – 603 p.
6. Bulatov A.I. Drilling and grouting muds for construction oil and gas wells. – Krasnodar : LLC Prosveshcheniye-Yug, 2011. – 452 p.
7. Bulatov A.I., Dolgov S.V. Companion of the driller : the handbook in 2 books. – M. : Nedra publishing house, 2014. – Т. 1–2.
8. Bulatov A.I., Savenok O.V. Capital underground repairs of oil and gas wells in 4 volumes. – Krasnodar : Publishing house – the South, 2012–2015. – Т. 1–4.
9. Bulatov A.I., Savenok O.V. A workshop on discipline «Completion oil and gas wells» in 4 volumes : manual. – Krasnodar : Publishing house – the South, 2013–2014. – Т. 1–4.
10. Bulatov A.I., Savenok O.V. Metric and not metric units of physical sizes (at construction, operation and repair of oil and gas wells) : reference guide. – Krasnodar : Publishing house – the South, 2015. – 78 p.
11. Bulatov A.I., Savenok O.V., Yaremychuk R.S. Scientific bases and practice of development of oil and gas wells. – Krasnodar : Publishing house – the South, 2016. – 576 p.
12. Bulatov A.I., Kachmar Yu.D., Savenok O.V., Yaremychuk R.S. Osvoennaya naftovikh i gazovikh sverldlovin. Science i practice : monograph. – L'viv : Spol, 2018. – 476 p.
13. Gubin V.I., Ostashkov V.N. Statistical methods of processing of experimental data. – Tyumen : TSOGU publishing house, 2007. – 202 p.
14. Ryabchenko V.I. Management of properties of drilling muds. – M. : Nedra publishing house, 1990. – 230 p.
15. Ryazanov Ya.A. The encyclopedia on drilling muds. – Orenburg : Chronicle, 2005. – 664 p.

16. Savenok O.V. Optimization of functioning of the operational equipment for increase in efficiency of oil-field systems with the complicated production conditions. – Krasnodar : Publishing house – the South, 2013. – 336 p.

17. Savenok O.V., Kachmar Yu.D., Yaremychuk R.S. Oil and gas engineering at development of wells. – M. : Infra-Inzheneriya, 2019. – 548 p.

18. Tretiak A.Ya., Savenok O.V., Rybalchenko Yu.M. Boring washing fluids : manual. – Novocherkassk : Lik, 2014. – 374 p.

19. Management of properties of drilling muds. – URL : [http://knowledge.allbest.ru/geology/2c0a65625b3ac79a5c43a88421216c37\\_0.html](http://knowledge.allbest.ru/geology/2c0a65625b3ac79a5c43a88421216c37_0.html)

20. Zhivayeva V.V., Brain G.S., Ozherelyev A.V. The comparative analysis of grouting structures of Izolight and hollow microspheres of HGS-10000 with selection of a compounding // Bulatovsky readings: Materials I of the International scientific and practical conference (on March 31, 2017) in 5 volumes : the collection of articles / under a general edition of the Dr. Sci. Tech., the prof. O.V. Savenok. – Krasnodar : Publishing house – the South, 2017. – T. 3: Drilling of oil and gas wells. – P. 93–96.

21. Zagvozdin I.V., Kamensk S.V. Issledovaniye of influence of parameters of boring solutions on the probability of emergence of differential holding straps // Bulatovsky readings: Materials I of the International scientific and practical conference (on March 31, 2017) in 5 volumes : the collection of articles / under a general edition of the Dr. Sci. Tech., the prof. O.V. Savenok. – Krasnodar : Publishing house – the South, 2017. – T. 3: Drilling of oil and gas wells. – P. 97–103.

22. Makarova Ya.A., Egorova A.S. Universal solution on a hydrocarbon basis for drilling of horizontal wells // Bulatovsky readings: Materials I of the International scientific and practical conference (on March 31, 2017) in 5 volumes : the collection of articles / under a general edition of the Dr. Sci. Tech., the prof. O.V. Savenok. – Krasnodar : Publishing house – the South, 2017. – T. 3: Drilling of oil and gas wells. – P. 162–165.

23. Makarova Ya.A., Egorova A.S. The new system of drilling mud for high-quality completion of wells // Bulatovsky readings: Materials I International nauchno-praktiches-, which conferences (on March 31, 2017) in 5 volumes : the collection of articles / under a general edition of the Dr. Sci. Tech., prof. O.V. Savenok. – Krasnodar : Publishing house – the South, 2017. – T. 3: Drilling of oil and gas wells. – P. 166–169.

24. Martel A.S., Morenov V.A., Leusheva E.L. Issledovaniye of compositions of boring solutions for drilling of clay breeds and prevention of a salnikoobrazovaniye // Bulatovsky readings: Materials I of the International scientific and practical conference (on March 31, 2017) in 5 volumes : the collection of articles / under a general edition of the Dr. Sci. Tech., the prof. O.V. Savenok. – Krasnodar : Publishing house – the South, 2017. – T. 3: Drilling of oil and gas wells. – P. 170–176.

25. Moysa Yu.N., Snegirev S.N., Zozulya V.V. Comparison of drilling muds on various dry muds for drilling by NNB method // Bulatovsky readings: Materials I of the International scientific and practical conference (on March 31, 2017) in 5 volumes : the collection of articles / under a general edition of the Dr. Sci. Tech., the prof. O.V. Savenok. – Krasnodar : Publishing house – the South, 2017. – T. 3: Drilling of oil and gas wells. – P. 181–186.

26. Oleshkevich D.V., Kokarev M.O. Drilling mud for fight against differential holding straps // Bulatovsky readings: Materials I of the International scientific and practical conference (on March 31, 2017) in 5 volumes : the collection of articles / under a general edition of the Dr. Sci. Tech., the prof. O.V. Savenok. – Krasnodar : Publishing house – the South, 2017. – T. 3: Drilling of oil and gas wells. – P. 202–205.

27. Bulatov A.I., Savenok O.V. Drilling and grouting muds for construction of oil and gas wells. Certificate on the state registration of database № 2014620659. Application № 2014620266. Date of receipt on March 12, 2014 Date of the state registration in the Register of databases on May 08, 2014.

28. Alaichev V.A., Zotov E.V., Lipkes M.I., Oksenoyd E.Ya., Podjyacheva N.A., Shvetsov O.K. Patent № 2104292 Thermosalt-resistant drilling mud. Date of application: 13.01.1995. Date of publication patent: 10.02.1998. Patent holder: CJSC Nauchno-proizvodstvennoye Hemeks Dore enterprise.