УДК 531.8

ВАЖНЕЙШИЕ АКСИОМЫ, СЛЕДСТВИЯ И ТЕОРЕМЫ КЛАССИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ

–––––––

IMPORTANT AXIOMS, CONSEQUENCES AND THEOREMS OF CLASSICAL MECHANICS

Смелягин Анатолий Игоревич
доктор технических наук, профессор,
заведующий кафедрой теоретической механики,
Кубанский государственный
технологический университет
asmelyagin@yandex.ru

Smelyagin Anatoly Igorevich
Doctor of engineering, Professor,
Head of the department
of theoretical mechanics,
Kuban state technological university
asmelyagin@yandex.ru

Аннотация. Классическая механика занимается исследованием движения материальных объектов Вселенной. Фундамент современной классической механики построен на идеях и трудах Галилея, Ньютона и Эйлера. По мере углубления наших знаний выяснилось, что аксиомы или законы классической механики Ньютона не абсолютны. Законы Ньютона не могут быть законами просто потому, что они сформулированы не для реальных объектов, а для не существующих в природе материальных точек. Тем не менее, современная классическая механика базируется на законах, сформулированных в XV–XVII веках. Опираясь на современные знания и понятия, в работе формулируются основные аксиомы и следствия, которые моделируют взаимодействия и движения материальных объектов. За основу дальнейших построений моделей движения объектов принято то, что все материальные тела во Вселенной в каждое мгновение находятся как в движении, так и в покое. Приведенные аксиомы позволили изменить терминологию, научные основы и логику построения классической механики.

Ключевые слова: закон, аксиома, теорема, принцип, сила, момент, кинетическая энергия, работа, скорость, ускорение, механическая система.

Annotation. Classical mechanics is engaged in the study of the motion of the material objects of the universe. The foundation of modern classical mechanics is based on the ideas and writings of Galileo, Newton and Euler. As our knowledge deepened, it became clear that the axioms or laws of Newton's classical mechanics are not absolute. Newton's laws cannot be laws simply because they are formulated not for real objects, but for non-existent material points. Nevertheless, modern classical mechanics is based on the laws formulated in the XV-XVII centuries. Based on modern knowledge and concepts, the paper formulates the basic axioms and consequences that model interactions and movements of material objects. The basis for further constructing models of the motion of objects is the fact that all material bodies in the universe at every instant are both in motion and at rest. The above axioms have made it possible to change the terminology, the scientific foundations and the logic of constructing classical mechanics.

Keywords: Law, axiom, theorem, principle, force, moment, kinetic energy, work, speed, acceleration, mechanical system.

Введение

Механика, как наука, строится на законах, аксиомах, принципах, теоремах и основных понятиях, таких как сила, пространство, время, масса [1–6]. Фундамент современной классической механики построен на идеях и трудах Галилея, Ньютона и Эйлера. В [1–6] отмечается:

- «По мере углубления наших знаний выявляются границы применимости теоретической механики, относительность ее понятий. Выяснилось, что аксиомы или законы классической механики Ньютона не абсолютны»;
- «это не закон (второй закон Ньютона), ибо нет определения силы»;
- законы Ньютона сформулированы для несуществующих в природе материальных точек;
- так называемые основные понятия механики (сила, пространство, время), «смысл которых читателю считается ясным», пока однозначно не определены.

Тем не менее, современная классическая механика, несмотря на то, что со времен Галилея, Ньютонаи Эйлера она быстро развивалась, базируется на «законах», сформулированных в XV–XVII веках. Однако любая развивающаяся наука не может в своей основе иметь законы, представляющие собой «вечные», причем не корректные истины.

Основываясь на современных понятиях и знаниях [3–13,15–19], сформулируем основные аксиомы и следствия взаимодействий и движений материальных объектов.

Аксиомы

1. Вселенная – это все то, что существует, весь мир.
2. Вселенная одна.
3. Вселенная консервативна.
4. Вселенная дуальна.
5. Все объекты Вселенной одновременно движутся и покоятся.
6. Вселенная разнообразна по составу.
7. Материя (вещество, тело, поле) – один из объектов Вселенной.
8. Материя – хранилище вещества и энергии.
9. Масса и энергия Вселенной постоянны.
10. Энергии объектов Вселенной определяются их видом, составом, массой и состоянием (движением).
11. Все объекты Вселенной взаимодействуют между собой.
12. Взаимодействие объектов приводит к изменению их энергии, состояния (движению) и совершению работы.
13. Изменение энергии объектов равно совершённой работе.
14. В любое мгновение работа объектов Вселенной равна нулю.

Приведенные аксиомы относятся к любому состоянию и движению материи. Они хорошо согласуются с модифицированными законами диалектикидля неживой материи [14] и фиксируют, что вприроде заложено:

- единство и отрицание противоположностей;
- переход количественных изменений в качественные.

Именно этими законами диалектики и объясняется то, что все материальные тела во Вселенной одномоментно находятся как в движении, так и в покое. Этим же можно объяснить и широкое применение [1–3,16–18] следующих законов, аксиом, принципов и теорем механики:

- законы или аксиомы Ньютона;
- принцип Даламбера;
- общее уравнение динамики;
- общее уравнение статики;
- принцип освобождаемости от связей.

В [1–4] утверждается, что классическая механика строится на таких основных понятиях, как сила, пространство, время, масса, энергия. Однако анализ аксиом природы показывает, что основными понятиями механики могутбыть только энергия и работа. Именно эти величины определяют состояние и движение объекта природы.

Покажем это на примере общего уравнения динамики.

Общее уравнение динамики

Классическое общее уравнение динамики [1-6] логически объединяет принципы Даламбера и возможных перемещений и утверждает: в механической системе с идеальными связями сумма работ, совершаемых активными силами и силами инерции на любом возможном (виртуальном) перемещении равна нулю, то есть

$$\sum \delta A_i + \sum \delta A_{\Phi i} = 0 \,, \tag{1}$$

где A_i и $A_{\Phi i}$ – работы на возможном (виртуальном), а правильнее говорить ***предшествующем*** исследуемому перемещении, совершаемые активными *i*-ми силами, моментами сил и силами, моментами сил инерции, соответственно.

Если принять, что исследуемый объект находится в покое, то 1 примет вид:

$$\sum \delta A_i = 0 \,. \tag{2}$$

Последнее уравнение называют общим уравнением статики.

Анализ уравнения 1 показывает, что оно выедено только для объектов, у которых масса в процессе движения не изменяется. Следовательно, это уравнение является частным случаем, и оно, естественно, не может применяться для тел и систем с переменной массой.

Известно [19], что если у объекта изменяется масса, то на него, кроме активных сил и сил инерции, будут еще действовать реактивные силы. В этом случае общее уравнение динамики примет вид:

$$\sum \delta A_i + \sum \delta A_{\Phi i} + \sum \delta A_{Re\,i} = 0\,, \qquad (3)$$

где A_{Rei} – работа i-ой реактивной силы и i-гореактивного момента сил на виртуальном перемещении.

Выражение 3 это и есть универсальное общее уравнение динамики.

Рассмотрим возможность применения 3 в качестве основной модели движения тел и механических систем.

Общее уравнение динамики для материальных тел и механических систем (3) удобнее представить в следующем виде:

$$\sum \delta A_{Fi} + \sum \delta A_{Mi} + \sum \delta A_{\Phi i} + \sum \delta A_{M\Phi i} + \sum \delta A_{Re\,i} + \sum \delta A_{M\,Re\,i} = 0\,, \qquad (4)$$

где $\sum \delta A_{Fi}$ и $\sum \delta A_{Mi}$ – работы на виртуальном перемещении, совершаемые активными i-ми силами и моментами сил, соответственно; $\sum \delta A_{Re\,i}$ и $\sum \delta A_{M\,Re\,i}$ – работы на виртуальном перемещении, совершаемые i-ми силами инерции и моментами сил инерции, соответственно; $\sum \delta A_{\Phi i}$ и $\sum \delta A_{M\Phi i}$ – работы на виртуальном перемещении, совершаемые i-ми силами инерции и моментами сил инерции, соответственно.

Найдем работу внешних сил и моментов сил, а так же реакций связей, если они есть, действующих на тело, при его перемещении.

Работа сил и моментов сил на виртуальных перемещениях определится:

$$\delta A_F = \int \overline{F}\left(\overline{S}\right) \cdot d\delta \overline{S}\,; \qquad (5)$$

$$\delta A_M = \int \overline{M}\left(\overline{\varphi}\right) \cdot d\delta \overline{\varphi}\,, \qquad (6)$$

где δS, $\delta\varphi$ – соответственно, виртуальные перемещения и углы поворота исследуемого тела.

Представим силы, моменты сил, виртуальные перемещения и углы поворота, соответственно, через их проекции на координатные оси и единичные орты:

$$\overline{F} = F_x \cdot \overline{i} + F_y \cdot \overline{j} + F_z \cdot \overline{k}\,; \qquad (7)$$

$$\overline{M} = M_x \cdot \overline{i} + M_y \cdot \overline{j} + M_z \cdot \overline{k}\,; \qquad (8)$$

$$\overline{\delta S} = d\delta x \cdot \overline{i} + d\delta y \cdot \overline{j} + d\delta z \cdot \overline{k}\,; \qquad (9)$$

$$\overline{\delta \varphi} = d\delta \varphi_x \cdot \overline{i} + d\delta \varphi_y \cdot \overline{j} + d\delta \varphi_z \cdot \overline{k}\,. \qquad (10)$$

Подставим 7–10 в 5–6, в результате получим:

$$\delta A_F = \int \left(F_x \cdot \overline{i} + F_y \cdot \overline{j} + F_z \cdot \overline{k}\right) \cdot \left(d\delta x \cdot \overline{i} + d\delta y \cdot \overline{j} + d\delta z \cdot \overline{k}\right); \qquad (11)$$

$$\delta A_M = \int \left(M_x \cdot \overline{i} + M_y \cdot \overline{j} + M_z \cdot \overline{k}\right) \cdot \left(d\delta \varphi_x \cdot \overline{i} + d\delta \varphi_y \cdot \overline{j} + d\delta \varphi_z \cdot \overline{k}\right). \qquad (12)$$

Из 11–12 следует, что их подынтегральные выражения представляют собой скалярные произведения векторов. Следовательно:

$$\overline{i} \cdot \overline{i} = 1; \qquad (13)$$

$$\overline{j} \cdot \overline{j} = 1; \qquad (14)$$

$$\bar{k} \cdot \bar{k} = 1; \tag{15}$$

$$\bar{i} \cdot \bar{j} = 0; \tag{16}$$

$$\bar{i} \cdot \bar{k} = 0; \tag{17}$$

$$\bar{k} \cdot \bar{j} = 0. \tag{18}$$

С учетом 13–18, после ряда преобразований 11–12, получим:

$$\delta A_F = \int F_x d\delta x + \int F_y d\delta y + \int F_z d\delta z; \tag{19}$$

$$\delta A_M = \int M_x d\delta\varphi_x + \int M_y d\delta\varphi_y + \int M_z d\delta\varphi_z. \tag{20}$$

Обозначим:

$$\delta A_{Пx} = \int F_x d\delta x; \tag{21}$$

$$\delta A_{Пy} = \int F_y d\delta y; \tag{22}$$

$$\delta A_{Пz} = \int F_z d\delta z; \tag{23}$$

$$\delta A_{Bx} = \int M_x d\varphi_x; \tag{24}$$

$$\delta A_{By} = \int M_y d\varphi_y; \tag{25}$$

$$\delta A_{Bz} = \int M_z d\varphi_z, \tag{26}$$

где $\delta A_{Пx}$, $\delta A_{Пy}$, $\delta A_{Пy}$, δA_{Bx}, δA_{By}, δA_{Bz} – соответственно, работы активных сил и моментов сил при виртуальном поступательном и вращательном движении тела вдоль и вокруг соответствующих осей.

С учетом принятых обозначений 21–26, формулы 19–22 примут вид:

$$\delta A_F = \delta A_{Пx} + \delta A_{Пy} + \delta A_{Пz}; \tag{27}$$

$$\delta A_F = \delta A_{Пx} + \delta A_{Пy} + \delta A_{Пz}. \tag{28}$$

Просуммировав работы всех сил и моментов сил, найдём:

$$\sum \delta A_{Fi} = \sum \delta A_{Пxi} + \sum \delta A_{Пyi} + \sum \delta A_{Пzi}; \tag{29}$$

$$\sum \delta A_{Mi} = \sum \delta A_{Bxi} + \sum \delta A_{Byi} + \sum \delta A_{Bzi}. \tag{30}$$

Теперь найдем работу сил инерции и моментов сил инерции, действующих на тело, при его перемещении.

Работа сил инерции и моментов сил инерции на виртуальных перемещениях определится:

$$\delta A_{ФF} = \int \overline{Ф}\left(\overline{S}\right) \cdot d\delta\overline{S}; \tag{31}$$

$$\delta A_{ФM} = \int \overline{M_Ф}\left(\overline{\varphi}\right) \cdot d\overline{\delta\varphi}. \tag{32}$$

Представим силы, моменты сил, виртуальные перемещения и углы поворота, соответственно, через их проекции на координатные оси и единичные орты:

$$\overline{Ф} = Ф_x \cdot \bar{i} + Ф_y \cdot \bar{j} + Ф_z \cdot \bar{k}; \tag{33}$$

$$\overline{M_Ф} = M_{Фx} \cdot \bar{i} + M_{Фy} \cdot \bar{j} + M_{Фz} \cdot \bar{k}; \tag{34}$$

$$\overline{\delta S} = d\delta x \cdot \bar{i} + d\delta y \cdot \bar{j} + d\delta z \cdot \bar{k}; \tag{35}$$

$$\overline{\delta\varphi} = d\delta\varphi_x \cdot \bar{i} + d\delta\varphi_y \cdot \bar{j} + d\delta\varphi_z \cdot \bar{k}. \tag{36}$$

Подставим 33–36 в 31–32, в результате получим:

$$A_{ФF} = \int\left(Ф_x \cdot \bar{i} + Ф_y \cdot \bar{j} + Ф_z \cdot \bar{k}\right)\cdot\left(d\delta x \cdot \bar{i} + d\delta y \cdot \bar{j} + d\delta z \cdot \bar{k}\right); \quad (37)$$

$$A_{ФM} = \int\left(M_{Фx} \cdot \bar{i} + M_{Фy} \cdot \bar{j} + M_{Фz} \cdot \bar{k}\right)\cdot\left(d\delta\varphi_x \cdot \bar{i} + d\delta\varphi_y \cdot \bar{j} + d\delta\varphi_z \cdot \bar{k}\right). \quad (38)$$

Из 37–38 следует, что их подынтегральные выражения представляют собой скалярные произведения векторов.

С учетом 13–18, после ряда преобразований 37–38, получим:

$$\delta A_{ФF} = \int Ф_x d\delta x + \int Ф_y d\delta y + \int Ф_z d\delta z\,; \quad (39)$$

$$\delta A_{ФM} = \int M_{Ф_x} d\delta\varphi_x + \int M_{Ф_y} d\delta\varphi_y + \int M_{Ф_z} d\delta\varphi_z\,. \quad (40)$$

Обозначим:

$$\delta A_{ФПx} = \int Ф_x d\delta x\,; \quad (41)$$

$$\delta A_{ФПy} = \int Ф_y d\delta y\,; \quad (42)$$

$$\delta A_{ФПz} = \int Ф_z d\delta z\,; \quad (43)$$

$$\delta A_{ФBx} = \int M_{Ф_x} d\delta\varphi_x\,; \quad (44)$$

$$\delta A_{ФBy} = \int M_{Ф_y} d\delta\varphi_y\,; \quad (45)$$

$$\delta A_{ФBz} = \int M_{Ф_z} d\delta\varphi_z\,, \quad (46)$$

где $\delta A_{ФПx}$, $\delta A_{ФПy}$, $\delta A_{ФПz}$, $\delta A_{ФBx}$, $\delta A_{ФBy}$, $\delta A_{ФBz}$ – соответственно, работы сил и моментов сил инерции при виртуальном поступательном и вращательном движении тела вдоль и вокруг соответствующих осей.

С учетом принятых обозначений 41–46, формулы 39, 40 примут вид:

$$\delta A_{ФF} = \delta A_{ФПx} + \delta A_{ФПy} + \delta A_{ФПz}\,; \quad (47)$$

$$\delta A_{ФM} = \delta A_{ФBx} + \delta A_{ФBy} + \delta A_{ФBz}\,. \quad (48)$$

Просуммировав работы всех сил инерции и моментов сил инерции, найдём:

$$\sum \delta A_{ФFi} = \sum \delta A_{ФПxi} + \sum \delta A_{ФПyi} + \sum \delta A_{ФПzi}\,; \quad (49)$$

$$\sum \delta A_{ФMi} = \sum \delta A_{ФBxi} + \sum \delta A_{ФByi} + \sum \delta A_{ФBzi}\,. \quad (50)$$

Теперь найдем работу реактивных сил и моментов, действующих на тело, при его перемещении.

Работа реактивных сил и моментов на виртуальных перемещениях, соответственно, определится:

$$\delta A_{Re} = \int \overline{Re}\left(\overline{S}\right)\cdot d\delta\overline{S}\,; \quad (51)$$

$$\delta A_{MRe} = \int \overline{M}_{Re}\left(\overline{\varphi}\right)\cdot d\delta\overline{\varphi}\,. \quad (52)$$

Представим силы, моменты сил, виртуальные перемещения и углы поворота, соответственно, через их проекции на координатные оси и единичные орты:

$$\overline{Re} = Re_x \cdot \bar{i} + Re_y \cdot \bar{j} + Re_z \cdot \bar{k}\,; \quad (53)$$

$$\overline{M}_{Re} = M_{Re\,x} \cdot \bar{i} + M_{Re\,y} \cdot \bar{j} + M_{Re\,z} \cdot \bar{k}\,; \quad (54)$$

$$\overline{\delta S} = d\delta x \cdot \bar{i} + d\delta y \cdot \bar{j} + d\delta z \cdot \bar{k}\,; \quad (55)$$

$$\overline{\delta\varphi} = d\delta\varphi_x \cdot \bar{i} + d\delta\varphi_y \cdot \bar{j} + d\delta\varphi_z \cdot \bar{k}\,. \quad (56)$$

Подставим 53–56 в 51–52, в результате получим:

$$A_{Re} = \int \left(Re_x \cdot \bar{i} + Re_y \cdot \bar{j} + Re_z \cdot \bar{k} \right) \cdot \left(d\delta x \cdot \bar{i} + d\delta y \cdot \bar{j} + d\delta z \cdot \bar{k} \right); \tag{57}$$

$$A_{M\,Re} = \int \left(M_{Re\,x} \cdot \bar{i} + M_{Re\,y} \cdot \bar{j} + M_{Re\,z} \cdot \bar{k} \right) \cdot \left(d\delta\varphi_x \cdot \bar{i} + d\delta\varphi_y \cdot \bar{j} + d\delta\varphi_z \cdot \bar{k} \right). \tag{58}$$

Из 57–58 следует, что их подынтегральные выражения представляют собой скалярные произведения векторов.

С учетом 13–18, после ряда преобразований 57–58, получим:

$$\delta A_{Re} = \int Re_x\, d\delta x + \int Re_y\, d\delta y + \int Re_z\, d\delta z\,; \tag{59}$$

$$\delta A_{M\,Re} = \int M_{Re\,x} d\delta\varphi_x + \int M_{Re\,y} d\delta\varphi_y + \int M_{Re\,z} d\delta\varphi_z\,. \tag{60}$$

Обозначим:

$$\delta A_{Re\,Пx} = \int Re_x\, d\delta x\,; \tag{61}$$

$$\delta A_{Re\,Пy} = \int Re_y\, d\delta y\,; \tag{62}$$

$$\delta A_{Re\,Пz} = \int Re_z\, d\delta z\,; \tag{63}$$

$$\delta A_{Re\,Bx} = \int M_{Re\,x} d\delta\varphi_x\,; \tag{64}$$

$$\delta A_{Re\,By} = \int M_{Re\,y} d\delta\varphi_y\,; \tag{65}$$

$$\delta A_{Re\,Bz} = \int M_{Re\,z} d\delta\varphi_z\,, \tag{66}$$

где $\delta A_{Re\,Пx}$, $\delta A_{Re\,Пy}$, $\delta A_{Re\,Пz}$, $\delta A_{Re\,Bx}$, $\delta A_{Re\,By}$, $\delta A_{Re\,Bz}$ – соответственно, работы реактивных сил и моментов при виртуальном поступательном и вращательном движении тела вдоль и вокруг соответствующих осей.

С учетом принятых обозначений 61–66, формулы 59, 60 примут вид:

$$\delta A_{Re} = \delta A_{Re\,Пx} + \delta A_{Re\,Пy} + \delta A_{Re\,Пz}\,; \tag{67}$$

$$\delta A_{M\,Re} = \delta A_{Re\,Bx} + \delta A_{Re\,By} + \delta A_{Re\,Bz}\,. \tag{68}$$

Просуммировав работы всех сил инерции и моментов сил инерции, найдём:

$$\sum \delta A_{Re\,i} = \sum \delta A_{Re\,Пxi} + \sum \delta A_{Re\,Пyi} + \sum \delta A_{Re\,Пzi}\,; \tag{69}$$

$$\sum \delta A_{M\,Re\,i} = \sum \delta A_{Re\,Bxi} + \sum \delta A_{Re\,Byi} + \sum \delta A_{Re\,Bzi}\,. \tag{70}$$

Подставим (29–30), и (69–70) в (3), в результате получим:

$$\begin{aligned} &\sum \delta A_{Пxi} + \sum \delta A_{Пyi} + \sum \delta A_{Пzi} + \sum \delta A_{Bxi} + \sum \delta A_{Byi} + \sum \delta A_{Bzi} + \\ &+ \sum \delta A_{ФПxi} + \sum \delta A_{ФПyi} + \sum \delta A_{ФПzi} + \sum \delta A_{ФBxi} + \sum \delta A_{ФByi} + \sum \delta A_{ФBzi} + \\ &+ \sum \delta A_{Re\,Пxi} + \sum \delta A_{Re\,Пyi} + \sum \delta A_{Re\,Пzi} + \sum \delta A_{Re\,Bxi} + \sum \delta A_{Re\,Byi} + \sum \delta A_{Re\,Bzi} = 0\,. \end{aligned} \tag{71}$$

Уравнение 71 – это универсальное общее уравнение динамики для механических систем и тел с одной степенью свободы.

Если механическая система имеет *j* степеней свободы, то общее уравнение для такой системы будет иметь вид:

$$\begin{aligned} &\sum \delta A_{Пxij} + \sum \delta A_{Пyij} + \sum \delta A_{Пzij} + \sum \delta A_{Bxij} + \sum \delta A_{Byij} + \sum \delta A_{Bzij} + \\ &+ \sum \delta A_{ФПxij} + \sum \delta A_{ФПyij} + \sum \delta A_{ФПzij} + \sum \delta A_{ФBxij} + \sum \delta A_{ФByij} + \sum \delta A_{ФBzij} + \\ &+ \sum \delta A_{Re\,Пxij} + \sum \delta A_{Re\,Пyij} + \sum \delta A_{Re\,Пzij} + \sum \delta A_{Re\,Bxij} + \sum \delta A_{Re\,Byij} + \sum \delta A_{Re\,Bzij} = 0\,. \end{aligned} \tag{72}$$

Из 72 следует, что если механическая система имеет несколько степеней свободы, то сумма работ всех сил на виртуальных перемещенияхравна нулю.

Часто на практике приходится исследовать тела и системы тел, которые совершают движение в плоскости. Для исследования таких объектов системы уравнений 71 и 72 упростятся и примут вид:

$$\sum\delta A_{\Pi xi}+\sum\delta A_{\Pi yi}+\sum\delta A_{Bzi}+\sum\delta A_{\Phi\Pi xi}+\sum\delta A_{\Phi\Pi yi}+\sum\delta A_{\Phi Bzi}+ \\ +\sum\delta A_{Re\Pi xi}+\sum\delta A_{Re\Pi yi}+\sum\delta A_{ReBzi}=0; \tag{73}$$

$$\sum\delta A_{\Pi xij}+\sum\delta A_{\Pi yij}+\sum\delta A_{Bzij}+\sum\delta A_{\Phi\Pi xij}+\sum\delta A_{\Phi\Pi yij}+\sum\delta A_{\Phi Bzij}+ \\ +\sum\delta A_{Re\Pi xij}+\sum\delta A_{Re\Pi yij}+\sum\delta A_{ReBzij}=0; \tag{74}$$

Для статически определимых механических систем, которые находятся в равновесии уравнения 72 и, соответственно, 2 примут вид:

$$\sum\delta A_{\Pi xi}+\sum\delta A_{\Pi yi}+\sum\delta A_{\Pi zi}+\sum\delta A_{Bxi}+\sum\delta A_{Byi}+\sum\delta A_{Bzi}+ \\ +\sum\delta A_{Re\Pi xij}+\sum\delta A_{Re\Pi yij}+\sum\delta A_{Re\Pi zij}+\sum\delta A_{ReBxij}+\sum\delta A_{ReByij}+\sum\delta A_{ReBzij}=0. \tag{75}$$

Уравнение 75 – это общее уравнение статики для статически определимых механических систем.

Для эффективного применения уравнений 73–75 перепишем их в виде сумм работ по координатным осям.

$$\begin{cases}\sum\delta A_{\Pi xi}+\sum\delta A_{\Phi\Pi xi}+\sum\delta A_{Re\Pi xi}=0\\ \sum\delta A_{\Pi yi}+\sum\delta A_{\Phi\Pi yi}+\sum\delta A_{Re\Pi yi}=0\\ \sum\delta A_{\Pi zi}+\sum\delta A_{\Phi\Pi zi}+\sum\delta A_{Re\Pi zi}=0\\ \sum\delta A_{Bxi}+\sum\delta A_{\Phi Bxi}+\sum\delta A_{ReBxi}=0\\ \sum\delta A_{Byi}+\sum\delta A_{\Phi Byi}+\sum\delta A_{ReByi}=0\\ \sum\delta A_{Bzi}+\sum\delta A_{\Phi Bzi}+\sum\delta A_{ReBzi}=0\end{cases} \tag{76}$$

$$\begin{cases}\sum\delta A_{\Pi xij}+\sum\delta A_{\Phi\Pi xij}+\sum\delta A_{Re\Pi xij}=0\\ \sum\delta A_{\Pi yij}+\sum\delta A_{\Phi\Pi yij}+\sum\delta A_{Re\Pi yij}=0\\ \sum\delta A_{\Pi zij}+\sum\delta A_{\Phi\Pi zij}+\sum\delta A_{Re\Pi zij}=0\\ \sum\delta A_{Bxij}+\sum\delta A_{\Phi Bxij}+\sum\delta A_{ReBxij}=0\\ \sum\delta A_{Byij}+\sum\delta A_{\Phi Byij}+\sum\delta A_{ReByij}=0\\ \sum\delta A_{Bzij}+\sum\delta A_{\Phi Bzij}+\sum\delta A_{ReBzij}=0\end{cases} \tag{77}$$

$$\begin{cases}\sum\delta A_{\Pi xi}+\sum\delta A_{\Phi\Pi xi}+\sum\delta A_{Re\Pi xi}=0\\ \sum\delta A_{\Pi yi}+\sum\delta A_{\Phi\Pi yi}+\sum\delta A_{Re\Pi yi}=0\\ \sum\delta A_{Bzi}+\sum\delta A_{\Phi Bzi}+\sum\delta A_{ReBzi}=0\end{cases} \tag{78}$$

$$\begin{cases}\sum\delta A_{\Pi xij}+\sum\delta A_{\Phi\Pi xij}+\sum\delta A_{Re\Pi xij}=0\\ \sum\delta A_{\Pi yij}+\sum\delta A_{\Phi\Pi yij}+\sum\delta A_{Re\Pi yij}=0\\ \sum\delta A_{Bzij}+\sum\delta A_{\Phi Bzij}+\sum\delta A_{ReBzij}=0\end{cases} \tag{79}$$

$$\begin{cases}\sum\delta A_{\Pi xi}+\sum\delta A_{Re\Pi xi}=0\\ \sum\delta A_{\Pi yi}+\sum\delta A_{Re\Pi yi}=0\\ \sum\delta A_{\Pi zi}+\sum\delta A_{Re\Pi zi}=0\\ \sum\delta A_{Bxi}+\sum\delta A_{ReBxi}=0\\ \sum\delta A_{Byi}+\sum\delta A_{ReByi}=0\\ \sum\delta A_{Bzi}+\sum\delta A_{ReBzi}=0\end{cases} \tag{80}$$

$$\begin{cases} \sum \delta A_{\Pi xi} + \sum \delta A_{Re\,\Pi xi} = 0 \\ \sum \delta A_{\Pi yi} + \sum \delta A_{Re\,\Pi yi} = 0 \\ \sum \delta A_{Bzi} + \sum \delta A_{Re\,Bzi} = 0 \end{cases} \quad (81)$$

Уравнения 76–81 являются общими уравнениями динамики и статики в проекциях на координатные оси.

Уравнения 76–79 позволяют проводить динамический анализ механических систем и тел как с одной, так и несколькими степенями свободы. С помощью уравнений (80–81), применяя искусственный приём перевода неизвестных реакций в задаваемые силы, можно независимо, просто и эффективно находить любую реакцию в статических системах.

Общее уравнение динамики в проекциях на координатные оси, например 76, позволяет установить основные следствия механики. Покажем это.

Принципы, следствия, теоремы

Работы силы δA_F и момента силы δA_M на виртуальныхпоступательном и вращательномперемещениях, соответственно, определятся:

$$\sum \delta A_F = \overline{F} \cdot \delta \overline{S}\,; \quad (82)$$

$$\sum \delta A_M = \overline{M} \cdot \delta \overline{\varphi}\,. \quad (83)$$

С учетом 82–83 система уравнений 76 примет вид:

$$\begin{cases} \left(\sum F_{xi} + \sum \Phi_{xi} + \sum Re_{xi}\right)\delta x = 0 \\ \left(\sum F_{yi} + \sum \Phi_{yi} + \sum Re_{yi}\right)\delta x = 0 \\ \left(\sum F_{zi} + \sum \Phi_{zi} + \sum Re_{zi}\right)\delta x = 0 \\ \left(\sum M_{xi} + \sum M_{\Phi xi} + \sum M_{Re\,xi}\right)\delta \varphi_x = 0 \\ \left(\sum M_{yi} + \sum M_{\Phi yi} + \sum M_{Re\,yi}\right)\delta \varphi_y = 0 \\ \left(\sum M_{zi} + \sum M_{\Phi zi} + \sum M_{Re\,zi}\right)\delta \varphi_z = 0\,. \end{cases} \quad (84)$$

Так как виртуальные перемещения:

$$\begin{cases} \delta x \neq 0 \\ \delta y \neq 0 \\ \delta z \neq 0 \\ \delta \varphi_x \neq 0 \\ \delta \varphi_y \neq 0 \\ \delta \varphi_z \neq 0\,, \end{cases}$$

то система уравнений 84 примет вид:

$$\begin{cases} \sum F_{xi} + \sum \Phi_{xi} + \sum Re_{xi} = 0 \\ \sum F_{yi} + \sum \Phi_{yi} + \sum Re_{yi} = 0 \\ \sum F_{zi} + \sum \Phi_{zi} + \sum Re_{zi} = 0 \\ \sum M_{xi} + \sum M_{\Phi xi} + \sum M_{Re\,xi} = 0 \\ \sum M_{yi} + \sum M_{\Phi yi} + \sum M_{Re\,yi} = 0 \\ \sum M_{zi} + \sum M_{\Phi zi} + \sum M_{Re\,zi} = 0\,. \end{cases} \quad (85)$$

Введем обозначения:

$$\begin{cases} \sum F_{xi} = F_x; \sum \Phi_{xi} = \Phi_x; \sum Re_{xi} = Re_x; \\ \sum F_{yi} = F_y; \sum \Phi_{yi} = \Phi_y; \sum Re_{yi} = Re_y; \\ \sum F_{zi} = F_z; \sum \Phi_{zi} = \Phi_z; \sum Re_{zi} = Re_z; \\ \sum M_{xi} = M_x; \sum M_{\Phi xi} = M_{\Phi x}; \sum M_{Re\,xi} = M_{Re\,x}; \\ \sum M_{yi} = M_y; \sum M_{\Phi yi} = M_{\Phi y}; \sum M_{Re\,yi} = M_{Re\,y}; \\ \sum M_{zi} = M_z; \sum M_{\Phi zi} = M_{\Phi z}; \sum M_{Re\,zi} = M_{Re\,z}; \end{cases} \tag{86}$$

где F_x, F_y, F_z, Φ_x, Φ_y, Φ_z, Re_x, Re_y, Re_z – равнодействующие проекций сил на оси координат; M_x, M_y, M_z, $M_{\Phi x}$, $M_{\Phi y}$, $M_{\Phi z}$, $M_{Re\,x}$, $M_{Re\,y}$, $M_{Re\,z}$ – равнодействующие проекций моментов сил на оси координат.

С учетом принятых обозначений 86, система 85 примет вид:

$$\begin{cases} F_x + \Phi_x + Re_x = 0 \\ F_y + \Phi_y + Re_y = 0 \\ F_z + \Phi_z + Re_z = 0 \\ M_x + M_{\Phi x} + M_{Re\,x} = 0 \\ M_y + M_{\Phi y} + M_{Re\,y} = 0 \\ M_z + M_{\Phi z} + M_{Re\,z} = 0\,. \end{cases} \tag{87}$$

Если механическая система, тело или материальная точка имеют постоянную массу (m = const), что широко распространено в инженерной практике, то 87 примет вид, соответственно:

$$\begin{cases} \sum F_{xi} + \sum \Phi_{xi} = 0 \\ \sum F_{yi} + \sum \Phi_{yi} = 0 \\ \sum F_{zi} + \sum \Phi_{zi} = 0 \\ \sum M_{xi} + \sum M_{\Phi xi} = 0 \\ \sum M_{yi} + \sum M_{\Phi yi} = 0 \\ \sum M_{zi} + \sum M_{\Phi zi} = 0\,; \end{cases} \tag{88}$$

$$\begin{cases} \sum F_{xi} + \sum \Phi_{xi} = 0 \\ \sum F_{yi} + \sum \Phi_{yi} = 0 \\ \sum F_{zi} + \sum \Phi_{zi} = 0\,. \end{cases} \tag{89}$$

Так как силы и моменты сил величины векторные, то найдём их модули:

$$\begin{cases} F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2} \\ \Phi = \sqrt{\Phi_x^2 + \Phi_y^2 + \Phi_z^2} \\ Re = \sqrt{Re_x^2 + Re_y^2 + Re_z^2} \\ M = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2} \\ M_\Phi = \sqrt{M_{\Phi x}^2 + M\Phi_{\Phi y}^2 + M\Phi_{\Phi z}^2} \\ M_{Re} = \sqrt{M_{Re\,x}^2 + M_{Re\,y}^2 + M_{Re\,z}^2}\,. \end{cases} \tag{90}$$

и направляющие косинусы [1]:

$$\begin{cases}\cos\left(\overline{\overline{F;i}}\right)=\dfrac{F_x}{F}\\ \cos\left(\overline{\overline{F;j}}\right)=\dfrac{F_y}{F}\\ \cos\left(\overline{\overline{F;k}}\right)=\dfrac{F_z}{F};\end{cases} \quad (91) \qquad \begin{cases}\cos\left(\overline{\overline{\Phi;i}}\right)=\dfrac{\Phi_x}{\Phi}\\ \cos\left(\overline{\overline{\Phi;j}}\right)=\dfrac{\Phi_y}{\Phi}\\ \cos\left(\overline{\overline{\Phi;k}}\right)=\dfrac{\Phi_z}{\Phi};\end{cases} \quad (92) \qquad \begin{cases}\cos\left(\overline{\overline{Re;i}}\right)=\dfrac{Re_x}{Re}\\ \cos\left(\overline{\overline{Re;j}}\right)=\dfrac{Re_y}{Re}\\ \cos\left(\overline{\overline{Re;k}}\right)=\dfrac{Re_z}{Re};\end{cases} \quad (93)$$

$$\begin{cases}\cos\left(\overline{\overline{M;i}}\right)=\dfrac{M_x}{M}\\ \cos\left(\overline{\overline{M;j}}\right)=\dfrac{M_y}{M}\\ \cos\left(\overline{\overline{M;k}}\right)=\dfrac{M_z}{M};\end{cases} \quad (94) \qquad \begin{cases}\cos\left(\overline{\overline{M_\Phi;i}}\right)=\dfrac{M_{\Phi x}}{M_\Phi}\\ \cos\left(\overline{\overline{M_\Phi;j}}\right)=\dfrac{M_{\Phi y}}{M_\Phi}\\ \cos\left(\overline{\overline{M_\Phi;k}}\right)=\dfrac{M_z}{M_\Phi};\end{cases} \quad (95) \qquad \begin{cases}\cos\left(\overline{\overline{M_{Re};i}}\right)=\dfrac{M_{Re\,x}}{Re}\\ \cos\left(\overline{\overline{M_{Re};j}}\right)=\dfrac{M_{Re\,y}}{Re}\\ \cos\left(\overline{\overline{M_{Re};k}}\right)=\dfrac{M_{Re\,z}}{Re};\end{cases} \quad (96)$$

где $\bar{i}$, $\bar{j}$, $\bar{k}$ – единичные орты.

С учётом 90–96 запишем 88–89 в векторной форме:

$$\begin{cases}\overline{F}+\overline{\Phi}+\overline{R}_{Re}=0\\ \overline{M}+\overline{M}_{\Phi}+\overline{M}_{Re}=0\end{cases}; \tag{97}$$

$$\overline{F}+\overline{\Phi}+\overline{R}_{Re}=0, \tag{98}$$

где $\overline{F}$, $\overline{\Phi}$, $\overline{R}_{Re}$, $\overline{M}$, $\overline{M}_{\Phi}$, $\overline{M}_{Re}$ – главные вектора сил и моментов сил, соответственно.

Уравнения 97–98 являются первым следствием из аксиом механики.

Следствие 1. *Если к движущемуся телу (материальной точке) приложить действующие на него активные силы, реакции связей, реактивные силы и силы инерции, то тело будет находиться в равновесии.*

Для механических систем, тел и материальных точек, которые имеют постоянную массу (m = const), система 96 примет вид:

$$\begin{cases}\overline{F}+\overline{\Phi}=0\\ \overline{M}+\overline{M}_{\Phi}=0\end{cases}; \tag{99}$$

$$\overline{F}+\overline{\Phi}=0. \tag{100}$$

Анализ 100 показывает, что это широко известный принцип Даламбера.

Следствие 1а. *Если к движущемуся телу или материальной точке, которые имеют постоянную массу, приложить действующие на них активные силы, реакции связей и силы инерции, то они будут находиться в равновесии.*

Выразим силы и моменты сил [1]:

$$\overline{\Phi}=-m\frac{d\overline{V}}{dt}; \tag{101}$$

$$\overline{Re}=-\frac{dm}{dt}\overline{V}; \tag{102}$$

$$\overline{M}_{\Phi}=-I\frac{d\overline{\omega}}{dt}; \tag{103}$$

$$\overline{M}_{Re} = -\frac{dI}{dt}\overline{\omega}, \tag{104}$$

где m, V, I, ω – масса, момент инерции, линейная и угловая скорости, соответственно, тела или материальной точки.

Подставив 101–104 в 97–100 и проведя преобразования, получим:

$$\begin{cases} m\dfrac{d\overline{V}}{dt} + \dfrac{dm}{dt}\overline{V} = \overline{F} \\ I\dfrac{d\overline{\omega}}{dt} + \dfrac{dI}{dt}\overline{\omega} = \overline{M} \end{cases}; \tag{105}$$

$$m\frac{d\overline{V}}{dt} + \frac{dm}{dt}\overline{V} = \overline{F}. \tag{106}$$

$$\begin{cases} m\dfrac{d\overline{V}}{dt} = \overline{F} \\ I\dfrac{d\overline{\omega}}{dt} = \overline{M} \end{cases}; \tag{107}$$

$$m\frac{d\overline{V}}{dt} = \overline{F}. \tag{108}$$

Уравнения 105–108 описывают (моделируют) движение, соответственно:

- тел с переменной массой;
- материальных точек с переменной массой;
- тел с постоянной массой;
- материальных точек с постоянной массой.

Видно, что уравнение 106, это так называемый второй «закон» Ньютона-Эйлера, который утверждает:

«Произведение массы материальной точки на вектор абсолютного ускорения, которое она получает под действием всех приложенных к точке сил, равно геометрической сумме этих сил».

$$m\overline{a} = \sum \overline{F_i}.$$

Если принять в 106, что на точку действуют только системы уравновешенных сил, то есть главный вектор всех внешних сил $\overline{F} = \sum \overline{F_i} = 0$, то получим:

$$m\frac{d\overline{V}}{dt} = 0. \tag{109}$$

Так как в 109 $m \neq 0$, то его решением будет $\overline{V} = 0$ или $\overline{V} = \text{const}$. Это решение есть не что иное, как так называемый первый «закон» Ньютона, который утверждает:

«Материальная точка находится в состоянии покоя или равномерного прямолинейного движения, если на неё со стороны других тел действуют только уравновешенные силы».

Анализ левых частей уравнений 105–106 показывает, что их можно переписать следующим образом:

$$\begin{cases} m\dfrac{d\overline{V}}{dt} + \dfrac{dm}{dt}\overline{V} = \dfrac{d\left(m\overline{V}\right)}{dt} \\ I\dfrac{d\overline{\omega}}{dt} + \dfrac{dI}{dt}\overline{\omega} = \dfrac{d\left(I\overline{\omega}\right)}{dt} \end{cases}; \tag{110}$$

$$m\frac{d\overline{V}}{dt} + \frac{dm}{dt}\overline{V} = \frac{d\left(m\overline{V}\right)}{dt}. \tag{111}$$

С учётом 110–111 уравнения 105–106 примут вид, соответственно:

$$\begin{cases}\dfrac{d\left(m\overline{V}\right)}{dt}=\overline{F}\\ \dfrac{d\left(I\overline{\omega}\right)}{dt}=\overline{M}\end{cases};\tag{112}$$

$$\frac{d\left(m\overline{V}\right)}{dt}=\overline{F}.\tag{113}$$

Введём обозначение:

$$m\overline{V}=\overline{K};\tag{114}$$

$$I\overline{\omega}=\overline{L},\tag{115}$$

где так называемые, $\overline{K}$ – количество движения, $\overline{L}$ – момент количества движения.

В [9] указано на некорректность этих названий и поэтому предложено эти величины назвать следующим образом:

- $\overline{K}$ – соэнергия при поступательном движении;
- $\overline{L}$ – соэнергия при вращательном движении.

С учетом принятых обозначений 114–115, уравнения 112–113 примут вид

$$\begin{cases}\dfrac{d\left(\overline{K}\right)}{dt}=\overline{F}\\ \dfrac{d\left(\overline{L}\right)}{dt}=\overline{M}\end{cases};\tag{116}$$

$$\frac{d\left(\overline{K}\right)}{dt}=\overline{F}.\tag{117}$$

Уравнения 116–117 описывают (моделируют) движение, соответственно:

- тел,как с переменной,так и постоянной массой;
- материальных точек,как с переменной, так и постоянной массой.

Видно, что уравнение 117, это оригинальныйвторой «закон» Ньютона, который утверждает:

Изменение количества движения материальной точкипрямо пропорционально приложенной к ней результирующей движущей силе и происходит по направлению-той прямой, по которой эта сила, действует.

Обобщим формулы 116–117:

$$\frac{d\left(\overline{C}_k\right)}{dt}=\overline{Q}_k,\tag{118}$$

где $\overline{C}_k$ – обобщенная соэнергия; $\overline{Q}_k$ – обобщенная сила; $k=1,2$ – целочисленный индекс:

- при $k=1\overline{C}_1=\overline{K}$ и $\overline{Q}_1=\overline{F}$;
- при $k=1\overline{C}_2=\overline{L}$ и $\overline{Q}_2=\overline{M}$.

Следствие 2. *«Изменение во времени соответствующей движению соэнергии равно приложенной обобщенной силе и происходит по направлению действия обобщенной силы».*

Разделим переменные в 116–117:

$$\begin{cases}d\left(\overline{K}\right)=\overline{F}dt\\ d\left(\overline{L}\right)=\overline{M}dt\end{cases};\tag{119}$$

$$d\left(\overline{K}\right)=\overline{F}dt.\tag{120}$$

Проинтегрируем 119–120:

$$\begin{cases} \int_{\overline{K}_1}^{\overline{K}_2} d\left(\overline{K}\right) = \int_o^t \overline{F}dt \\ \int_{\overline{L}_1}^{\overline{L}_2} d\left(\overline{L}\right) = \int_o^t \overline{M}dt \end{cases}; \tag{121}$$

$$\int_{\overline{K}_1}^{\overline{K}_2} d\left(\overline{K}\right) = \int_o^t \overline{F}dt . \tag{122}$$

Введем обозначения:

$$\overline{S}_F = \int_o^t \overline{F}dt ; \tag{123}$$

$$\overline{S}_M = \int_o^t \overline{M}dt , \tag{124}$$

где $\overline{S}_F$, $\overline{S}_M$ – соответственно, импульсы силы и момента силы.

Проинтегрировав 121–122, с учётом 123–124, получим:

$$\begin{cases} \overline{K}_2 - \overline{K}_1 = \overline{S}_F \\ \overline{L}_2 - \overline{L}_1 = \overline{S}_M \end{cases}; \tag{125}$$

$$\overline{K}_2 - \overline{K}_1 = \overline{S}_F . \tag{126}$$

где $\overline{K}_2$, $\overline{K}_1$, $\overline{L}_2$, $\overline{L}_1$ – соответственно, соэнергиипоступательного и вращательного движения в конце и начале исследования.

Уравнения 125–126 описывают (моделируют) движение, соответственно:

- тел, как с переменной, так и постоянной массой;
- материальных точек, как с переменной, так и постоянной массой.

Видно, что уравнение 126, это не что иное как теорема об изменении соэнергии (количества движения).

Теорема об изменении соэнергии. *Изменение соэнергии материальной точки при её движении равно главному вектору импульса сил, который воздействовал на неё в этот промежуток времени.*

Обобщим формулы 125–126:

$$\overline{C}_{2K} - \overline{C}_{1K} = \overline{S}_K , \tag{127}$$

где $\overline{C}_{1K}$, $\overline{C}_{2K}$ – обобщенная соэнергия в начале и конце движения, соответственно; S_j – обобщенныйимпульс силы или момента сил, $j = 1,2$ – целочисленный индекс:

- при $k = 1\overline{C}_{11} = \overline{K}_1$, $\overline{C}_{21} = \overline{K}_2$ и $\overline{S}_1 = \overline{S}_F$;
- при $k = 2\overline{C}_{12} = \overline{L}_1$, $\overline{C}_{22} = \overline{L}_2$ и $\overline{S}_2 = \overline{S}_M$.

Следствие 3. *Изменение соответствующие движению соэнергии материального объекта при его движении равно главному вектору импульса сил или момента сил, который воздействовал на него в этот промежуток времени.*

Умножим и разделим первые слагаемые формул (105–108) на соответствующие линейные и угловые перемещения $\dfrac{d\overline{S}}{d\overline{S}}$ и $\dfrac{d\overline{\varphi}}{d\overline{\varphi}}$:

$$\begin{cases} m\dfrac{d\overline{V}}{dt}\dfrac{d\overline{S}}{d\overline{S}} + \dfrac{dm}{dt}\overline{V} = \overline{F} \\ I\dfrac{d\overline{\varpi}}{dt}\dfrac{d\overline{\varpi}}{d\overline{\varpi}} + \dfrac{dI}{dt}\overline{\varpi} = \overline{M} \end{cases}; \tag{128}$$

$$m\frac{d\overline{V}}{dt}\frac{d\overline{S}}{d\overline{S}}+\frac{dm}{dt}\overline{V}=\overline{F}. \qquad (129)$$

$$\begin{cases} m\dfrac{d\overline{V}}{dt}\dfrac{d\overline{S}}{d\overline{S}}=\overline{F} \\ I\dfrac{d\overline{\omega}}{dt}\dfrac{d\overline{\omega}}{d\overline{\omega}}=\overline{M} \end{cases}; \qquad (130)$$

$$m\frac{d\overline{V}}{dt}\frac{d\overline{S}}{d\overline{S}}=\overline{F}. \qquad (131)$$

Преобразуем 128–131, в результате получим:

$$\begin{cases} m\overline{V}\cdot d\overline{V}+\overline{V}\cdot\overline{V}dm=\overline{F}\cdot d\overline{S} \\ m\overline{\omega}\cdot d\overline{\omega}+\overline{\omega}\cdot\overline{\omega}\cdot dI=\overline{M}\cdot d\overline{\omega} \end{cases}; \qquad (132)$$

$$m\overline{V}\cdot d\overline{V}+\overline{V}\cdot\overline{V}dm=\overline{F}\cdot d\overline{S}. \qquad (133)$$

$$\begin{cases} m\overline{V}\cdot d\overline{V}=\overline{F}\cdot d\overline{S} \\ m\overline{\omega}\cdot d\overline{\omega}=\overline{M}\cdot d\overline{\omega} \end{cases}; \qquad (134)$$

$$m\overline{V}\cdot d\overline{V}=\overline{F}\cdot d\overline{S}. \qquad (135)$$

Внесём переменные в 132–135 под знак дифференциала:

$$\begin{cases} d\left(\dfrac{mV^2}{2}\right)+d\left(mV^2\right)=\overline{F}\cdot d\overline{S} \\ d\left(\dfrac{m\omega^2}{2}\right)+d\left(m\omega^2\right)=\overline{M}\cdot d\overline{\omega} \end{cases}; \qquad (136)$$

$$d\left(\frac{mV^2}{2}\right)+d\left(mV^2\right)=\overline{F}\cdot d\overline{S}; \qquad (137)$$

$$\begin{cases} d\left(\dfrac{mV^2}{2}\right)=\overline{F}\cdot d\overline{S} \\ d\left(\dfrac{I\omega^2}{2}\right)=\overline{M}\cdot d\overline{\omega} \end{cases}; \qquad (138)$$

$$d\left(\frac{mV^2}{2}\right)=\overline{F}\cdot d\overline{S}. \qquad (139)$$

Преобразуем 136–139:

$$\begin{cases} d\left(\dfrac{3mV^2}{2}\right)=\overline{F}\cdot d\overline{S} \\ d\left(\dfrac{3I\omega^2}{2}\right)=\overline{M}\cdot d\overline{\omega} \end{cases}; \qquad (140)$$

$$d\left(\frac{3mV^2}{2}\right)=\overline{F}\cdot d\overline{S}; \qquad (141)$$

$$\begin{cases} d\left(\dfrac{mV^2}{2}\right) = \overline{F} \cdot d\overline{S} \\ d\left(\dfrac{I\omega^2}{2}\right) = \overline{M} \cdot d\overline{\omega} \end{cases}; \tag{142}$$

$$d\left(\frac{mV^2}{2}\right) = \overline{F} \cdot d\overline{S}. \tag{143}$$

Введем обозначения:

$$\begin{cases} T_{\Pi m} = \dfrac{3mV^2}{2} \\ T_{BI} = \dfrac{3m\omega^2}{2} \\ T_{\Pi} = \dfrac{mV^2}{2} \\ T_{BI} = \dfrac{I\omega^2}{2} \end{cases}. \tag{144}$$

С учетом обозначений 144, уравнения 140–143 примут вид:

$$\begin{cases} dT_{\Pi m} = \overline{F} \cdot d\overline{S} \\ dT_{BI} = \overline{M} \cdot d\overline{\omega} \end{cases}; \tag{145}$$

$$dT_{\Pi m} = \overline{F} \cdot d\overline{S}; \tag{146}$$

$$\begin{cases} dT_{\Pi} = \overline{F} \cdot d\overline{S} \\ dT_{B} = \overline{M} \cdot d\overline{\omega} \end{cases}; \tag{147}$$

$$dT_{\Pi} = \overline{F} \cdot d\overline{S}. \tag{148}$$

Проинтегрируем 145–148:

$$\begin{cases} \int_{T_{\Pi m_1}}^{T_{\Pi m_2}} dT_{\Pi m} = \int_o^S \overline{F} \cdot d\overline{S} \\ \int_{T_{BI_1}}^{T_{BI_2}} dT_{BI} = \int_o^{\varphi} \overline{M} \cdot d\overline{\varphi} \end{cases}; \tag{149}$$

$$\int_{T_{\Pi m_1}}^{T_{\Pi m_2}} dT_{\Pi m} = \int_o^S \overline{F} \cdot d\overline{S}; \tag{150}$$

$$\begin{cases} \int_{T_{\Pi_1}}^{T_{\Pi_2}} dT_{\Pi} = \int_o^S \overline{F} \cdot d\overline{S} \\ \int_{T_{B_1}}^{T_{B_2}} dT_{B} = \int_o^{\varphi} \overline{M} \cdot d\overline{\varphi} \end{cases}; \tag{151}$$

$$\int_{T_{\Pi_1}}^{T_{\Pi_2}} dT_{\Pi} = \int_o^S \overline{F} \cdot d\overline{S}; \tag{152}$$

в результате получим:

$$\begin{cases} T_{\Pi m_2} - T_{\Pi m_1} = A_F \\ T_{BI_2} - T_{BI_1} = A_M \end{cases}; \tag{153}$$

$$T_{\Pi m_2} - T_{\Pi m_1} = A_F; \tag{154}$$

$$\begin{cases} T_{П_2} - T_{П_1} = A_F \\ T_{B_2} - T_{B_1} = A_M \end{cases}; \tag{155}$$

$$T_{П_2} - T_{П_1} = A_F. \tag{156}$$

Так как работы имеют одну размерность, то все уравнения 153–156 можно привести к одному виду

$$T_2 - T_1 = A, \tag{156}$$

где T_1, T_2 – соответственно, кинетическая энергия в начале и конце исследования движения объекта; A – работа всех внешних сил и моментов сил.

Уравнение 156 – это не что иное, как известная теорема об изменении кинетической энергии.

Теорема об измененииикинетической энергии. *Изменение кинетической энергии материального объекта при его перемещении равно работе внешних сил и моментов сил, действующих на него на этом перемещении.*

Уравнение 156 можно записать в дифференциальной форме:

$$dT = dA.$$

Выводы

- Вселенная дуальна, то есть все находящиеся в ней объекты одновременно движутся и покоятся.
- Установлено, что не сила, а энергия и работа является основным, первичным понятием, определяющим движение и взаимодействие материальных объектов;
- Показано, что за основное понятие в механике удобнее принять работу;
- Сформулированы и выведены основные аксиомы, следствия, принципы и теоремы механики.

Литература:

1. Никитин Н.Н. Курс теоретической механики. – М. : Высш. шк., 1990. – 607с.
2. Ишлинский А.Ю. Механика: идеи, задачи, приложения. – М. : Наука,1985. – 624 с.
3. Харламов П.В. Очерки об основаниях механики. Мифы, заблуждения и ошибки. – Киев : Наук, думка, 1995. – 407 с.
4. Смелягин А.И. Основные, первичные понятия механики // Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). – Краснодар : издательский Дом – Юг, 2014. – № 2. – С. 17–26.
5. Смелягин А.И. Объекты, для которых сформулированы аксиомы или законы классической механики // Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). – Краснодар : издательский Дом – Юг, 2014. – № 1. – С. 21–25.
6. Смелягин А.И. Аксиомы или законы движения сформулировал И. Ньютон // Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). – Краснодар : издательский Дом – Юг, 2014. – № 2. – С. 11–16.
7. Смелягин А.И. Аксиомы механики и их применение для исследования механических систем // Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). – Краснодар : издательский Дом – Юг, 2014. – № 2. – С. 21–33.
8. Смелягин А.И. Аксиомы движения материальных тел // Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). – Краснодар : издательский Дом – Юг, 2014. – № 3. – С. 19–34.
9. Смелягин А.И. Теоремы, принципы и уравнения механики // Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). – Краснодар : издательский Дом – Юг, 2014. – № 4. – С. 21–29.
10. Смелягин А.И. Применение новых аксиом и следствий из них для исследования движений материальных тел // Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). – Краснодар : издательский Дом – Юг, 2015. – № 1. – С. 19–27.
11. Смелягин А.И. О необоснованности применения законов Ньютона для исследования динамики машин или современные аксиомы движения материальных тел и следствия из них : в сб.: проблемы механики современных машин материалы VI международной конференции / отв. ред. В.С. Балбаров. – 2015. – С. 344–350.

12. Смелягин А.И. Современные аксиомы движения материальных тел и следствия из них : в сб.: XI Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики / Сборник докладов. Составители: Д.Ю. Ахметов, А.Н. Герасимов, Ш.М. Хайдаров; Ответственные редакторы: Д.А. Губайдуллин, А.И. Елизаров, Е.К. Липачев. – 2015. – С. 3500–3502.
13. Смелягин А.И. Современные аксиомы и следствия из них для исследования динамики машин : в сб.: Инновации в машиностроении (ИНМАШ-2015) / сборник трудов VII Международной научно-практической конференции. Кузбасский государственный технический университет имени Т.Ф. Горбачева, Алтайский государственный технический университет им. И.И. Ползунова, Новосибирский государственный технический университет, Бийский технологический институт, МИП Техмаш; под редакцией В.Ю. Блюменштейна, А.А. Баканова, О.А. Останина. – 2015. – С. 526–529.
14. Смелягин А.И. Современные аксиомы движения материальных тел и следствия из них : в сб.: XI Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики / Сборник докладов. Составители: Д.Ю. Ахметов, А.Н. Герасимов, Ш.М. Хайдаров; ответственные редакторы: Д.А. Губайдуллин, А.И. Елизаров, Е.К. Липачев. – 2015. – С. 3500–3502.
15. Философия : учеб. / под ред. Г.В. Андрейченко, В.Д. Грачева. – Ставрополь : Изд-во СГУ, 2001. – 245 с.
16. Смелягин А.И. Применение новых аксиом и следствий для исследования движений механических систем // Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). – 2015. – № 2. – С. 19–26.
17. Смелягин А.И. Применение новых аксиом и следствий для исследования механических систем вращательного движения // Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). – 2015. – № 3. – С. 19–27.
18. Смелягин А.И. Применение новых аксиом и следствий для исследования движения колесницы // Научные труды Кубанского государственного технологического университета. – 2015. – № 10. – С. 47–62.
19. Старжинский В.М. Теоретическая механика. – М. : Наука, 1980. – 464 с.
20. Смелягин А.И. Применение аналогов скоростей и ускорений для исследования механических систем с помощью новых аксиом и теорем // Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). – 2016. – № 2. – С. 21–29.
21. Смелягин А.И. Применение аналогов скоростей для исследования механических систем вращательного движения // Научные труды Кубанского государственного технологического университета. – 2016. – № 10. – С. 125–139.

References:

1. Nikitin N.N. Course of theoretical mechanics. – M. : Higher education, 1990. – 607 p.
2. Ishlinsky A.Yu. Mechanics: ideas, tasks, applications. – M. : Science, 1985. – 624 p.
3. Kharlamov P.V. Sketches about the mechanics bases. Myths, delusions and errors. – Kiev : Sciences, thought, 1995. – 407 p.
4. Smelyagin A.I. Basic, primary concepts of mechanics // Science. Engineering. Technology (polytechnical bulletin). – Krasnodar : Izdatelsky Dom – Yug, 2014. – No. 2. – P. 17–26.
5. Smelyagin A.I. Objects for which axioms or laws of classical mechanics // Science. Engineering. Technology (polytechnical bulletin). – Krasnodar : Izdatelsky Dom – Yug, 2014. – No. 1. – P. 21–25.
6. Smelyagin A.I. Axioms or laws of movement were formulated by I. Nyyuton // Science. Engineering. Technology (polytechnical bulletin). – Krasnodar : Izdatelsky Dom – Yug, 2014. – No. 2. – P. 11–16.
7. Smelyagin A.I. Axioms of mechanics and their application for a research of mechanical systems // Science. Engineering. Technology (polytechnical bulletin). – Krasnodar : Izdatelsky Dom – Yug, 2014. – No. 2. – P. 21–33.
8. Smelyagin A.I. Axioms of movement of the material bodies // Science. Engineering. Technology (polytechnical bulletin). – Krasnodar : Izdatelsky Dom – Yug, 2014. – No. 3. – P. 19–34.
9. Smelyagin A.I. Theorems, principles and equations of mechanics // Science. Engineering. Technology (polytechnical bulletin). – Krasnodar : Izdatelsky Dom – Yug, 2014. – No. 4. – P. 21–29.
10. Smelyagin A.I. Application of new axioms and the investigations from them for a research of movements of the material bodies // Science. Engineering. Technology (polytechnical bulletin). – Krasnodar : Izdatelsky Dom – Yug, 2015. – No. 1. – P. 19–27.
11. Smelyagin A.I. About groundlessness of application of laws of Newton for a research of dynamics of machines or the modern axioms of movement of the material bodies and the investigation from them : in col.: problems of mechanics of the modern machines materials VI of the international conference / editor-in-chief V.S. Balbarov. – 2015. – P. 344–350.

12. Smelyagin A.I. The modern axioms of movement of the material bodies and the investigation from them : in col.: The XI All-Russian congress on fundamental problems of theoretical and application-oriented mechanics / Collection of reports. Originators: D.Yu. Akhmetov, A.N. Gerasimov, Sh.M. Haydarov; Editor-in-chiefs: D.A. Gubaidulin, A.I. Yelizarov, E.K. Lipachev. – 2015. – P. 3500–3502.

13. Smelyagin A.I. The modern axioms and the investigations from them for a research of dynamics of machines : in col.: Innovations in mechanical engineering (INMASh-2015) / collection of works VII of the International scientific and practical conference. Kuzbass state technical university of T.F. Gorbachev, Altai state technical university to them. I.I. Polzunova, Novosibirsk State Technical University, Biysk institute of technology, MIP Tekhmash; under V.Yu. Blyumenstein, A.A. Bakanov, O.A. Ostanin's edition. – 2015. – P. 526–529.

14. Smelyagin A.I. The modern axioms of movement of the material bodies and the investigation from them : in col.: The XI All-Russian congress on fundamental problems of theoretical and application-oriented mechanics / Collection of reports. Originators: D.Yu. Akhmetov, A.N. Gerasimov, Sh.M. Haydarov; editor-in-chiefs: D.A. Gubaidulin, A.I. Yelizarov, E.K. Lipachev. – 2015. – P. 3500–3502.

15. Philosophy : textbook / under the editorship of G.V. Andreychenko, V.D. Grachev. – Stavropol : SGU publishing house, 2001. – 245 p.

16. Smelyagin A.I. Application of new axioms and the investigations for a research of movements of mechanical systems // Science. Engineering. Technology (polytechnical bulletin). – 2015. – No. 2. – P. 19–26.

17. Smelyagin A.I. Application of new axioms and the investigations for a research of mechanical systems of rotational motion // Science. Engineering. Technology (polytechnical bulletin). – 2015. – No. 3. – P. 19–27.

18. Smelyagin A.I. Application of new axioms and the investigations for a research of movement of the chariot // Scientific works of the Kuban state technological university. – 2015. – No. 10. – P. 47–62.

19. Starzhinsky V.M. Theoretical mechanics. – M. : Science, 1980. – 464 p.

20. Smelyagin A.I. Application of analogs of speeds and accelerations for a research of mechanical systems by means of new axioms and theorems // Science. Engineering. Technology (polytechnical bulletin). – 2016. – No. 2. – P. 21–29.

21. Smelyagin A.I. Application of analogs of speeds for a research of mechanical systems of rotational motion // Scientific works of the Kuban state technological university. – 2016. – No. 10. – P. 125–139.