

УДК 622.276.78

## ПРАКТИЧЕСКОЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЕ УРАВНЕНИЙ НЕЛИНЕЙНО-УПРУГОГО РЕЖИМА ФИЛЬТРАЦИИ ЖИДКОСТИ

### PRACTICAL USE OF THE EQUATIONS OF THE NONLINEAR AND ELASTIC MODE OF THE FILTRATION OF LIQUID

**Петрушин Евгений Олегович**

Ведущий технолог по добыче нефти и газа  
ЦДНГ1 ОАО «Печоранефть»  
eopetrushin@yahoo.com

**Арутюнян Ашот Страевич**

кандидат технических наук,  
доцент кафедры прикладной математики,  
Кубанский государственный  
технологический университет  
mereniya@mail.ru

**Аннотация.** В статье приведено практическое использование уравнений нелинейно-упругого режима фильтрации. Показаны основные уравнения нелинейно-упругого режима. Рассмотрен установившийся и неуставившийся приток однородной жидкости к скважинам. Приведена методика обработки индикаторных линий. Показано определение параметров пласта. Описан приближённый метод определения коэффициента макрошероховатости по результатам исследования несовершенных газовых скважин. Приведена методика обработки КВД при фильтрации газа в неограниченном пласте.

**Ключевые слова:** нелинейно-упругий режим, коэффициент пьезопроводности, фильтрация жидкости, установившийся и неуставившийся приток, обработка индикаторных линий, деформация пористой среды, определение параметров пласта.

**Petrushin Evgeniy Olegovich**

Leading technologist on oil and gas  
production of TsDNG1 of  
JSC Pechoraneft  
eopetrushin@yahoo.com

**Arutyunyan Ashot Straevich**

Candidate of Technical Sciences,  
associate professor of applied  
mathematics,  
Kuban State University of Technology  
mereniya@mail.ru

**Annotation.** In article is brought practical use the equations nonlinear-springy mode to filtering. They Are Shown main equations nonlinear-springy mode. It Is Considered formed and non-formed influx to uniform liquid to bore hole. The Brought methods of the processing indicator lines. Determination parameter layer is Shown. The Described approximate method determinations of the factor macroroughness on result of the study of the imperfect gas bore holes. The Brought methods of the processing KVD when filtering the gas in unlimited layer.

**Keywords:** nonlinear-springy mode, factor of piezoconductivity, filtering to liquids, formed and non-formed influx, processing of indicator lines, deforming the porous ambience, determination parameter layer.

В связи с интенсификацией добычи нефти и газа, расширением имеющихся и созданием новых подземных хранилищ природного газа, введением в эксплуатацию разведанных нефтегазоносных месторождений, а также широким применением методов воздействия на продуктивные пласты исключительно важный теоретический и практический интерес приобретает исследование фильтрации нефти, газа и воды в пористой среде с учётом реальных геолого-промысловых данных, свойств фильтрующихся жидкостей и газа, физико-химических явлений и технологических условий. Для практически приемлемых и реализуемых количественных прогнозов фильтрационного потока геологическое строение пласта должно быть представлено в виде расчётной схемы, отражающей основные его свойства. К числу главных факторов можно отнести слоистость пластов и необходимость рассмотрения фильтрационного потока в целом для всего месторождения с учётом перетоков между слагающими пластами. Методы проектирования и анализа разработки нефтяных и газовых месторождений могут быть усовершенствованы как путём использования стохастических и адаптационных моделей, так и усложнением детерминированных. Усложнение последних — проблема очень сложная и связана с многослойностью пластов, уточнением математической модели их взаимодействия, учётом нелинейности законов фильтрации, произвольностью области течения и др.

**Основные уравнения нелинейно-упругого режима**

В соответствии со схемой М. Маскета [1] предполагается, что пористая среда недеформируемая, а не мгновенное распространение давления объясняется только сжимаемостью жидкости  $a_p$  в зависимости от изменения её плотности. Тогда движение описывается линейным относительно потенциальной функции  $\Phi$  уравнением, но нелинейным по отношению к давлению  $P$ :

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = \alpha_1 \cdot \nabla^2 \Phi; \Phi = \exp[a_p \cdot (P - P_0)]; a_p = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial P}. \quad (1)$$

Здесь  $\alpha_1$  — некоторая константа;  $P$  — текущее давление;  $P_0$  — фиксированное пластовое (начальное) давление;  $\rho$  — плотность жидкости.

Используя методы механики грунтов, Джекоб [2] сформулировал фундаментальную гипотезу о постоянстве суммарного напряжения пористой среды, обусловленную напряжениями скелета породы и насыщающими их жидкостями, т.е. принял гипотезу о постоянстве горного давления и пришёл к линейному уравнению относительно давления в жидкости

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \alpha_2 \cdot \nabla^2 P. \quad (2)$$

В работе [3] предполагалось, что сами частицы, из которых сложена пористая среда, несжимаемы, а упругий режим фильтрации объяснялся деформацией скелета пористой среды, линейно зависящей от сжимающих напряжений в скелете породы.

В.Н. Щелкачёв [4, 5], сделав допущение, что неустановившееся движение жидкости в пористой среде обусловлено только сжимаемостью материала частиц в жидкости, а кровля и подошва недеформируемые, также пришёл к линейному уравнению типа (2), но с другим параметром  $\alpha_3$ , который был назван *коэффициентом пьезопроводности*.

В работе Г.И. Баренблатта и А.П. Крылова [6] при рассмотрении необратимых деформаций в пористой среде была принята гипотеза о постоянстве суммарных напряжений в пористой среде и предложен способ учёта деформации скелета среды и сжимаемости частиц скелета и жидкости. При этом считалось, что пористость и плотность зависят от напряжений среды и давления линейно, а проницаемость и толщина пласта постоянны. Авторы также пришли к уравнению, но с другим коэффициентом  $\alpha_4$ .

Уравнение (2) при больших перепадах давления или даже при малых перепадах в слабосцементированных или трещиноватых породах даёт существенные отклонения от действительных закономерностей процесса фильтрации. Эти отклонения, очевидно, можно объяснить изменением проницаемости при изменении давления. Многие работы это положение подтвердили [7, 8].

В работе [9] были предложены линейные зависимости физических параметров пласта и жидкости от давления, а при больших перепадах давления — экспоненциальные зависимости [8]:

$$\left. \begin{aligned} m(P) &= m_0 \cdot \exp[a_m \cdot (P - P_0)]; a_m = \frac{1}{m(P)} \cdot \frac{dm}{dP} \\ \rho(P) &= \rho_0 \cdot \exp[a_p \cdot (P - P_0)]; a_p = \frac{1}{\rho(P)} \cdot \frac{d\rho}{dP} \\ \mu(P) &= \mu_0 \cdot \exp[a_\mu \cdot (P - P_0)]; a_\mu = \frac{1}{\mu(P)} \cdot \frac{d\mu}{dP} \\ K(P) &= K_0 \cdot \exp[a_k \cdot (P - P_0)]; a_k = \frac{1}{K(P)} \cdot \frac{dK}{dP} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Здесь  $m_0$ ,  $\rho_0$ ,  $\mu_0$  и  $K_0$  — параметры при начальном пластовом давлении  $P_0$ . В этом случае дифференциальное уравнение движения принимает вид:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \Phi}{\partial t} &= D^2 \nabla^2 \Phi^v; \Phi = \exp[\beta \cdot (P - P_0)]; v = \frac{\alpha}{\beta} \\ D^2 &= \frac{K_0}{\mu_0 \cdot m_0 \cdot \alpha}; \alpha = a_k + a_p - a_\mu; \beta = a_m + a_p \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Порядок значений  $v = 1 \div 10$ . При  $v \neq 1$  уравнение (4) представляет собой параболическое уравнение, тождественное уравнению политропической фильтрации газа, если рассматривать функцию  $\Phi$  как давление  $P$  в газовой среде.

### **Практическое использование уравнений нелинейно-упругого режима фильтрации**

С целью практического использования уравнения (4), например, для восстановления функции давления, его необходимо линеаризовать или построить приближённое решение. Вводя функцию  $U = \Phi^v$  и линеаризуя уравнение (4) по Л.С. Лейбензону [10], авторы [8] получили:

$$\frac{\partial U}{\partial t} \cdot \alpha \cdot \nabla^2 U; U = \exp[-\alpha \cdot (P_0 - P)]. \quad (5)$$

В этом случае уравнение (5) есть обычное уравнение упругого режима фильтрации, где  $\alpha$  — коэффициент пьезопроводности в определении В.Н. Щелкачёва.

Таким образом, все решения, полученные в теории упругого режима, могут быть использованы, если в них вместо давления  $P$  принять значение

$$U = \exp[\alpha \cdot (P - P_0)], \quad (6)$$

а вместо объёмного дебита принять значение  $G \cdot \alpha \cdot \rho_0^{-1}$ . Например, распределение давления в пласте при осесимметричном притоке к скважине записывается в виде

$$P(r, t) = P_0 + \frac{1}{\alpha} \cdot \ln \left[ 1 + \frac{\alpha \cdot \lambda}{2} \cdot E_i \left( -\frac{r^2}{4 \cdot \alpha \cdot t} \right) \right], \quad (7)$$

где 
$$\lambda = \frac{G \cdot \mu_0}{2 \cdot \pi \cdot K_0 \cdot \rho_0 \cdot h}. \quad (8)$$

Линейное течение жидкости описывается линеаризованным уравнением

$$\frac{\partial U}{\partial t} \alpha \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}. \quad (9)$$

При начальных и граничных условиях

$$\begin{aligned} U(x, 0) &= 1; U(\infty, t) = 1 \\ U(0, t) &= U_c = \text{const} \end{aligned} \quad (10)$$

оно даёт решение

$$\left. \begin{aligned} U(\xi) &= U_c + (1 - U_c) \cdot \Phi(\xi) \\ U_c &= \exp[-\alpha \cdot (P - P_0)] \end{aligned} \right\}; \quad (11)$$

$$\xi = \frac{x}{\sqrt{2 \cdot \alpha \cdot t}}, \quad (12)$$

где  $\Phi(\xi)$  — интеграл вероятности.

Для трещиновато-пористого пласта при упругом режиме фильтрации необходимо в полученные решения вместо параметра  $t$  подставить соответствующий комплекс

$$t \equiv t_0 \cdot \left( \frac{t_0 + \tau}{t_0 + c \cdot \tau} \right). \quad (13)$$

**Установившийся приток однородной жидкости.  
Методика обработки индикаторных линий**

Установившееся распределение давления в пласте удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial U}{\partial t} = 0; \quad \nabla^2 U = 0; \quad U = \alpha^{-1} \cdot \exp[-\alpha \cdot (P_0 - P)]. \quad (14)$$

Как видим, для установившегося режима фильтрации с учётом упругих свойств среды и жидкости уравнению Лапласа удовлетворяет не само давление, а функция  $U$  в уравнении (14). Так как уравнение Лапласа линейное, то к нему применим принцип суперпозиции. Поэтому можно использовать существующие решения, не учитывающие деформацию среды.

Для этого достаточно в расчётные формулы вместо давления  $P$  подставить функцию  $U$ , а вместо объёмного дебита — значение  $G \cdot \alpha \cdot \rho^{-1}$ . Тогда, например, формула Дююи для массового расхода записывается в виде

$$G = \frac{2 \cdot \pi \cdot K_0 \cdot \rho_0 \cdot h}{\mu_0 \cdot \ln \frac{R_k}{r_{спр}}} \cdot \Delta\Phi = K_0^* \cdot \Delta\Phi, \quad (15)$$

где 
$$\Delta\Phi = \frac{1}{\alpha} \cdot \exp\{\exp[-\alpha \cdot (P_0 - P_k)] - \exp[-\alpha \cdot (P_0 - P_c)]\}. \quad (16)$$

Или

$$G = \frac{2 \cdot \pi \cdot K \cdot \rho \cdot h}{\mu \cdot \ln \frac{R_k}{r_{спр}}} \cdot \Delta\Phi^* = K^* \cdot \Delta\Phi^*, \quad (17)$$

где 
$$\Delta\Phi^* = \frac{1}{\alpha} \cdot \{1 - \exp[-\alpha \cdot (P_k - P_c)]\}. \quad (18)$$

Здесь  $K$ ,  $\rho$ ,  $\mu$  — параметры при текущем пластовом давлении  $P_k$  на контуре питания;  $K^*$  — коэффициент продуктивности при текущем пластовом давлении  $P_k$ ;  $K_0^*$  — коэффициент продуктивности при начальном пластовом давлении  $P_0$ .

Из приведённых формул следуют соотношения:

$$K_0^* = \frac{2 \cdot \pi \cdot K_0 \cdot \rho_0 \cdot h}{\mu_0 \cdot \ln \frac{R_k}{r_{спр}}}; \quad K^* = \frac{2 \cdot \pi \cdot K \cdot \rho \cdot h}{\mu \cdot \ln \frac{R_k}{r_c}}; \quad (19)$$

$$K^* = K_0^* \cdot \exp[-\alpha \cdot (P_0 - P_k)]. \quad (20)$$

Изучение установившегося отбора жидкости сводится к построению индикаторных линий, т.е. зависимостей  $G = G(\Delta P)$  по данным исследования, и к определению коэффициента продуктивности  $K^*$  и параметра  $\alpha$ . Геометрический смысл коэффициента  $K_0^*$  есть тангенс угла наклона касательной к индикаторной кривой в координатах  $(\Delta P, G)$ , проведённой в точке  $\Delta P_0 = 0$  (рис. 1). На практике встречаются три вида индикаторных линий: *прямые*, *выпуклые* (рис. 1) и *вогнутые* (рис. 2) к оси дебитов. Прямые индикаторные линии соответствуют установившемуся притоку к скважине при отсутствии деформации среды и изменений физических свойств жидкостей. В этом случае  $\alpha = 0$ , а формула (15) переходит в формулу Дююи.

При этом предполагается, что коэффициенты  $a = \frac{1}{K}$  и  $b$  представляют собой фильтрационные сопротивления, обусловленные вязкостными и инерционными характе-

ристиками соответственно. Исходя из этих позиций, следовало бы ожидать такой же характер поведения индикаторных линий и при нагнетании жидкости в пласт, тем более, если учесть гораздо большую скорость фильтрации, чем при отборе. Однако по ряду месторождений индикаторные линии нагнетательных скважин оказываются вогнутыми (рис. 2). Очевидно, этот факт можно объяснить только увеличением проницаемости за счёт расширения поровых каналов и трещин. Этот процесс соответствует  $\alpha < 0$ . Плотность и вязкость закачиваемой жидкости существенного влияния не оказывают, т.к. они изменяются не существенно. При отборе жидкости, когда параметр  $K^*$  уменьшается быстрее, чем вязкость  $\mu$  ( $\alpha < 0$ ) в результате разгрузки пласта (поровые каналы и трещины сужаются, проницаемость и пористость уменьшаются), возникают выпуклые индикаторные линии. Таким образом, искривление индикаторных линий можно объяснить не только вязкостными, но и влиянием упругих свойств скелета породы и жидкости.

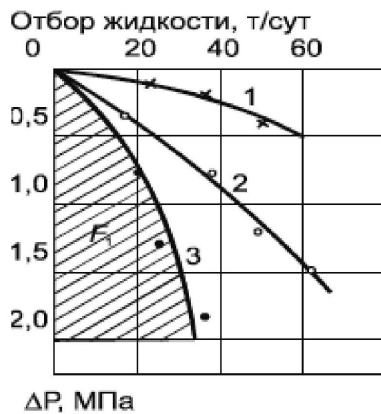


Рис. 1. Индикаторные линии для нагнетательной скважины в условиях деформации пористой среды



Рис. 2. Индикаторные линии для нагнетательной скважины в условиях деформации пористой среды

Для определения параметров  $\alpha$  и  $K^*$  А.Т. Горбунов и В.Н. Николаевский [8] предлагают графический способ, суть которого состоит в следующем. Для определения величины  $\alpha$  вводится безразмерная функция

$$Z = \frac{F_1}{F_2} = \frac{\int_0^{\Delta P_1} G \cdot d(\Delta P)}{G \cdot \Delta P_1} \quad (21)$$

В формуле (21) интеграл представляет площадь  $F_1$ , ограниченную индикаторной линией и осью перепадов  $\Delta P$ , и вычисляется графически. Площадь  $F_2 = G \cdot \Delta P_1$  определяется как площадь прямоугольника (см. рис. 1).

Внося (17) в соотношение (21) и интегрируя, получаем:

$$Z = \left[ 1 - \exp(-\alpha \cdot \Delta P_c) \right]^{-1} - (\alpha \cdot \Delta P_c)^{-1} \quad (22)$$

$$\Delta P_c = P_k - P_c$$

График функции  $Z = Z(\alpha \cdot \Delta P_c)$  представлен на рисунке 3, где положительная ветвь функции соответствует нагнетанию (при  $P_0 < P_c$ ) или отбору при  $\alpha < 0$  ( $P_0 > P_c$ ), отрицательная ветвь соответствует отбору жидкости при  $\alpha > 0$  (при  $P_0 > P_c$ ). Порядок расшифровки индикаторных линий:

- по данным исследования на установившихся режимах строится индикаторная линия в координатах ( $\Delta P$ ,  $Q$ );

- графически определяется функция  $Z = \frac{F_1}{F_2}$ ;

- зная  $Z$ , из формулы (22) при  $\Delta P = \Delta P_c$ , соответствующей последней точке фактической индикаторной линии (см. рис. 1), находим параметр  $\alpha$ ; то же определение можно сделать и по графику (рис. 3);
- зная  $\alpha$ , из формул (16) и (17) определяем коэффициент продуктивности  $K^*$  при текущем пластовом давлении  $P_K$ ;
- из формулы (20) находим  $K_0^*$  при начальном пластовом давлении.

Для иллюстрации изложенного метода произведём обработку индикаторных линий (см. рис. 1).

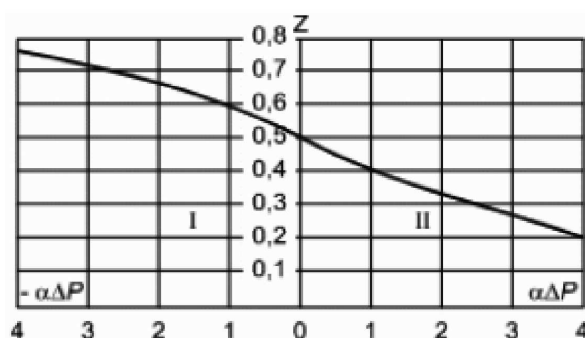


Рис. 3. Изображение функции  $Z = Z(\alpha \cdot \Delta P_c)$ : I — отбор; II — закачка

Для добывающих скважин коэффициенты продуктивности, определяемые для нелинейно-упругого режима, оказываются меньше, чем определённые по индикаторной прямой ( $K^* < K$ ), а для нагнетательных скважин, наоборот, больше ( $K^* > K$ ). Таким образом, критерием возможности применения в расчётах уравнения пьезопроводности (1) могут служить индикаторные линии. Если они прямые, то для расчёта неустановившихся процессов, происходящих в пласте, будут справедливы все решения линейной теории упругого режима. Если же эти линии нелинейные, то необходимо пользоваться решениями уравнения (2).

### **Неустановившийся приток однородной жидкости к скважинам.**

#### **Определение параметров пласта**

Для определения параметров пласта по КВД можно использовать уравнение (14). Принимаются условия:

- массовый дебит исследуемой скважины  $G_0 = \text{const}$ ;
- дебиты соседних скважин постоянны;
- распределение давления в пласте до начала исследования установившееся.

Тогда изменение давления на стенке скважины при  $t \geq 0$  описывается уравнением [8]:

$$\Delta U = \frac{G_0 \cdot \mu \cdot \alpha}{4 \cdot \pi \cdot K \cdot h \cdot \rho} \cdot \ln \frac{2,25 \cdot \alpha \cdot t}{r_{сп}^2}; \quad \Delta U = -\exp\{\alpha \cdot [P(t) - P_{co}]\} - 1, \quad (23)$$

где  $P_{co}$  — забойное давление в момент остановки скважины.

Кривую восстановления давления следует строить в координатах  $[\Delta U; \ln t]$  при известном параметре  $\alpha$ , полученном при обработке индикаторных линий. Далее кривая восстановления функции  $\Delta U$  обрабатывается обычным методом касательной (рис. 4, а).

Однако часто ожидаемая прямая в координатах  $[\Delta U; \ln t]$  оказывается ломаной (рис. 4, б). В этом случае необходимо строить кривую в координатах  $[\Delta U; t]$  (рис. 5). Затем находится функция

$$Z = \frac{F_1}{F_2} = \frac{\int_0^{t^*} \Delta U \cdot dt}{t \cdot \Delta U}, \quad (24)$$

где значения  $\Delta U$  и  $t$  берутся с обрабатываемой КВД, построенной численным путём, т.е. интеграл в формуле (24) представляет собой площадь  $F_1$  под кривой, а знаменатель есть площадь квадрата  $F_2 = \Delta U^* \cdot t^*$  (см. рис. 5).

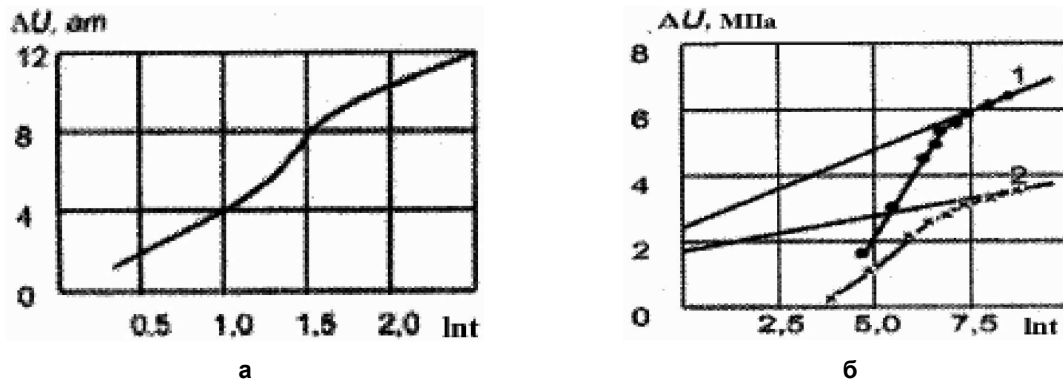


Рис. 4. Схема к обработке КВД

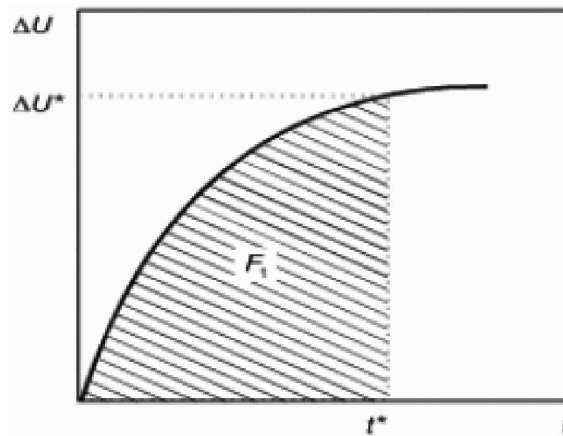


Рис. 5. Схема к обработке КВД в некоторых скважинах

С другой стороны, из уравнений (23) и (24) следует соотношение

$$Z(t) = \frac{\ln \frac{2,25 \cdot \alpha \cdot t}{r_{\text{ср}}^2} - 1}{\ln \left( \frac{2,25 \cdot \alpha \cdot t}{r_{\text{ср}}^2} \right)}. \quad (25)$$

Из формул (23) и (25) следуют выражения для искомых параметров:

$$\frac{\alpha}{r_{\text{ср}}^2} = \frac{\exp\left(\frac{1}{1-Z}\right)}{2,25 \cdot t}; \quad \frac{K \cdot h}{\mu} = \frac{\alpha \cdot G_0}{4 \cdot \pi \cdot \rho \cdot (1-Z)}. \quad (26)$$

#### Методика обработки индикаторных линий

Как известно, установившийся приток реального газа к скважине описывается двучленным уравнением

$$\frac{\partial P}{\partial r} = \frac{\mu(P)}{K(P)} \cdot V + \frac{\rho(P)}{\ell} \cdot V^2 \quad \text{или} \quad P_0^* - P_c^* = A \cdot G + B \cdot G^2, \quad (27)$$

где  $P_0$  и  $P_c^*$  — некоторые потенциальные функции на условном контуре питания и контуре скважины;  $A$  и  $B$  — фильтрационные сопротивления, определяемые формулами:

$$A = a \cdot \ln \frac{R_0}{r_{сп}}; B = \frac{b \cdot S}{r_c}; S = 1 + C_1 + C_2. \quad (28)$$

Здесь  $C_1$  и  $C_2$  — добавочные фильтрационные сопротивления, обусловленные несовершенством скважины.

Если потенциальную функцию представить в виде

$$P^* = \int \frac{K(P) \cdot \rho(P)}{\mu(P)} \cdot dP + \text{const}, \quad (29)$$

то коэффициент  $a$  в формуле (28) при линейном законе фильтрации ( $B = 0$ ) примет выражение

$$a = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot h_0}. \quad (30)$$

Учитывая выражение

$$\Delta P^* = \frac{K_0 \cdot \rho_0}{\mu_0} \cdot \int_{P_c(t)}^{P_{nn}} \exp[\alpha \cdot (P - P_{nn})] \cdot dP, \quad (31)$$

потенциальную функцию (29) запишем в виде

$$P^* = \frac{2 \cdot K_0 \cdot \rho_0}{\mu_0} \cdot \int \exp \alpha \cdot (P - P_0) \cdot dP + \text{const}. \quad (32)$$

Усреднив коэффициент  $\alpha = \alpha(P) = a_\kappa + a_p - a_\mu$  и определив функции  $P_0^*$  и  $P_c^*$  интегрированием (31) в соответствующих пределах, уравнение притока (27) при  $B = 0$  запишем в виде

$$\frac{\delta}{A} \cdot \exp[-\alpha \cdot (P_0^* - P_c^*)] = G; \delta = \frac{K_0 \cdot \rho_0}{\alpha \cdot \mu_0}. \quad (33)$$

Далее, построив по данным исследования графическую зависимость  $P_c^* = f(G)$  (рис. 6), определяем функцию

$$Z = \frac{F_1}{F_2} = \frac{\int_{P_{c1}^*}^{P_0^*} G_1 \cdot dP^*}{(P_0^* - P_{c1}^*) \cdot G_1}. \quad (34)$$

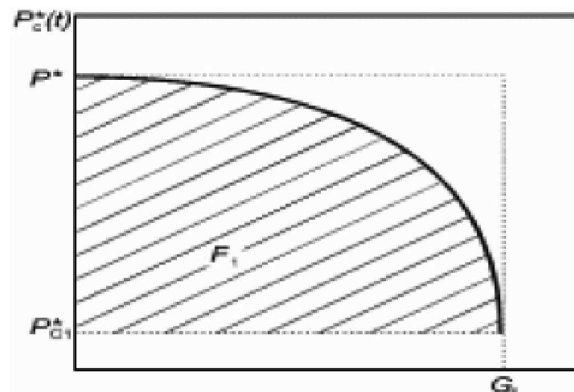


Рис. 6. Схема к обработке КВД в газовых скважинах



Внося (32) в (34), после интегрирования и ряда преобразований получаем выражение

$$Z = [1 - \exp(-\alpha \cdot \Delta P_c^*)]^{-1} - (\alpha \cdot \Delta P_c^*)^{-1}; \Delta P_c^* = P_0^* - P_c^*. \quad (35)$$

Для определения коэффициента  $\alpha$  необходимо построить графическую зависимость  $Z = f(\alpha)$  при параметре  $\Delta P_c^*$ . Можно также определить  $\alpha$  из уравнения (35) методом итерации. Определив таким образом  $\alpha$ , из выражения (33) находим коэффициент продуктивности при начальной функции давления  $\Delta P_c^*$ :

$$K_0^* = \frac{2 \cdot \pi \cdot K \cdot h_0 \cdot \rho_0}{\mu_0 \cdot \ln \frac{R_0}{r_{сп}}} = \frac{G}{\alpha^{-1} \cdot [1 - \exp(-\alpha \cdot \Delta P_c^*)]}. \quad (36)$$

Текущий коэффициент продуктивности  $K_0^*$  определится, очевидно, по формуле (36) при  $P_0^* = \bar{P}_{пл}$  ( $\bar{P}_{пл}$  — средневзвешенная текущая функция давления):

$$K^* = \frac{2 \cdot \pi \cdot K \cdot h_0 \cdot \rho_0}{\mu_0 \cdot \ln \frac{R_0}{r_{сп}}} = \frac{G}{\alpha^{-1} \cdot \{1 - \exp[-\alpha \cdot (\bar{P}_{пл} - P_c^*)]\}}. \quad (37)$$

Совместное решение (36) и (37) даёт следующую связь:

$$K^* = K_0^* \cdot \frac{1 - \exp[-\alpha \cdot (P_0^* - P_c^*)]}{1 - \exp[-\alpha \cdot (\bar{P}_{пл} - P_c^*)]}. \quad (38)$$

Если предположить, что вязкостные силы трения не играют существенной роли ( $A \rightarrow 0$ ), а фильтрационные сопротивления в основном обусловлены инерционными силами, то дифференциальное уравнение притока запишется в виде

$$\frac{\partial P}{\partial r} = \frac{\rho(P)}{\ell} \cdot v^2, \quad (39)$$

где  $\rho(P)$  — плотность газа в пластовых условиях;  $\ell$  — коэффициент макрошероховатости.

По закону газового состояния имеем

$$\rho(P) = \frac{\rho_{см} \cdot Z_{см} \cdot T_{см} \cdot P}{Z(P) \cdot T_{пл} \cdot P_{см}}, \quad (40)$$

тогда интегрирование уравнения (39) в соответствующих пределах для притока к несовершенной скважине даёт формулу

$$P_0^2 - P_c^2 = B \cdot G^2, \quad (41)$$

где параметр  $b$  имеет выражение

$$b = \frac{\rho_{см} \cdot Z(\bar{P}) \cdot T_{пл} \cdot P_{см}}{2 \cdot \pi^2 \cdot h_0^2 \cdot \ell \cdot Z_{пл} \cdot T_{см}}. \quad (42)$$

Если принять изменение плотности по экспоненциальной зависимости

$$\rho = \rho_0 \cdot \exp[a_p \cdot (P - P_0)], \quad (43)$$

тогда интегрирование уравнения (39) даёт формулу

$$a_p^{-1} \cdot [\exp a_p \cdot (P_0 - P_c)] = B \cdot G^2, \quad (44)$$

где 
$$B = \frac{S_0 \cdot \rho_{cm}}{4 \cdot \pi^2 \cdot h_0^2 \cdot r_{cnp} \cdot \ell} \quad (45)$$

Построив графическую зависимость  $P_c = f(G)$  (см. рис. 6), находим  $Z = \frac{F_1}{F_2}$ . Затем, подставляя  $G$  из формулы (44) в формулу (34), производя интегрирование и некоторые преобразования, находим аналитическое выражение для  $Z$

$$Z = \frac{2 \cdot \operatorname{arctg}\left(\sqrt{\exp(a_p \cdot \Delta P_c) - 1}\right)}{a_p \cdot \Delta P_c \cdot \sqrt{\exp(a_p \cdot \Delta P_c) - 1}}; \Delta P_c = P_0 - P_{c1} \quad (46)$$

Коэффициент  $a_p$  можно определить графически, построив функцию  $Z = f(a_p)$ , или методом итерации. Если строить индикаторную линию в координатах  $[P_c; G^2]$ , тогда  $Z$  можно определить по формуле

$$Z = \frac{\int_{P_{c1}}^{P_0} G_1^2 \cdot dP_c}{(P_0 - P_{c1}) \cdot G_1^2} \quad (47)$$

В конечном счёте, из выражения (47) определяем

$$Z = \frac{1}{a_p \cdot \Delta P_c} - \frac{1}{\exp(a_p \cdot \Delta P_c) - 1} \quad (48)$$

Определив  $a_p$  из (48), по формуле (44) нетрудно определить коэффициент  $B$ , а следовательно, и коэффициент макрошероховатости  $\ell$ .

**Приближённый метод определения коэффициента макрошероховатости по результатам исследования несовершенных газовых скважин**

Для инженерных расчётов иногда необходимо знать коэффициент макрошероховатости, характеризующий структуру порового пространства.

Минским Е.М. на основании обработки экспериментальных данных Фенчера, Льюиса и Бернса была предложена приближённая формула, связывающая коэффициент макрошероховатости с пористостью, проницаемостью и эффективным диаметром частиц породы. Но, как показали анализы, область применения предложенной формулы ограничена. На основании данных и результатов экспериментальных исследований

был построен корреляционный график в координатах  $\lg\left(\frac{1}{\ell}\right)$  и  $\lg K$  и найдена для корреляционной линии зависимость между  $\ell$  и  $K$ , которая имеет вид

$$\ell = 0,425 \cdot 10^{-9} \cdot K^{1,45}$$

и в основном используется лишь для качественной характеристики связи  $\ell$  и  $K$ .

Предложена также эмпирическая формула для  $\ell$  А.И. Ширковским. По данным исследования скважин можно приближённо оценить коэффициент макрошероховатости. Для нелинейного закона фильтрации запишем уравнение

$$\frac{dP}{dr} = \frac{\mu(P)}{K_r} \cdot V + \frac{\rho(P)}{\ell} \cdot V^2 \quad (49)$$

Представим закон изменения коэффициента проницаемости в виде уравнения

$$K_r = K_0 \cdot \left(1 + \frac{b}{P}\right) \quad (50)$$

Здесь  $K_0$  — начальный коэффициент проницаемости;  $b$  — некоторый коэффициент, подлежащий определению.

Усредняя коэффициенты вязкости и сжимаемости газа,  $\mu = \mu(\bar{P})$  и  $Z = Z(\bar{P})$ , учитывая (50) из уравнения (49) получаем

$$(P_0^2 - P_c^2) + 2 \cdot b \cdot (P_0 - P_c) = \frac{a' \cdot Q}{K_0} \cdot \ln \frac{R_k}{r_{спр}} + \frac{S_0 \cdot b' \cdot Q^2}{\ell \cdot r_c}, \quad (51)$$

где

$$a' = \frac{\mu(\bar{P}) \cdot Z(\bar{P}) \cdot T_{пл} \cdot P_{см}}{\pi \cdot h_0 \cdot Z_{см} \cdot T_{см}}, \quad b' = \frac{\rho_{см}(\bar{P}) \cdot Z(\bar{P}) \cdot T_{пл} \cdot P_{см}}{2 \cdot \pi^2 \cdot h_0^2 \cdot Z_{см} \cdot T_{см}}. \quad (52)$$

Коэффициент  $b$  может быть определен по уравнению прямой, если пренебречь вторым членом в уравнении (51), т.е. полагая, что фильтрация газа происходит по линейному закону. Тогда имеем

$$\bar{P} = \frac{P_0 + P_c}{2} = -b + \frac{1}{K_0} \cdot \Phi, \quad (53)$$

где

$$\Phi = \frac{a' \cdot Q \cdot \ln \frac{R_k}{r_{спр}}}{2 \cdot (P_0 - P_c)}. \quad (54)$$

Построив график зависимости в координатах  $P_{сп}$  от  $\Phi$  по данным исследования на установившихся отборах, по угловому коэффициенту определяем  $\frac{1}{K_0}$ , а по отрезку, отсекаемому на оси ординат, — значение  $b$ .

Подставляя найденные значения  $b$  и  $\frac{1}{K_0}$  в уравнение (51), можно определить  $\ell$ .

Приведём (51) к виду

$$\Psi(P, Q) = \frac{1}{K_0} + \frac{1}{\ell} \cdot \Phi', \quad (55)$$

где

$$\Psi(P, Q) = \frac{(P_0^2 - P_c^2) + 2 \cdot b \cdot (P_0 - P_c)}{a' \cdot Q \cdot \ln \frac{R_k}{r_{спр}}}; \quad \Phi' = \frac{b' \cdot S \cdot Q}{r_c \cdot a' \cdot \ln \frac{R_k}{r_{спр}}}. \quad (56)$$

Как видим, уравнение (55) также является уравнением прямой. Построив график зависимости в координатах  $\Psi$  от  $\Phi'$ , по угловому коэффициенту определяем  $K_0^{-1}$ , а по отрезку, отсекаемому на оси ординат, значение  $\ell^{-1}$ . При этом в расчётах параметра  $\Psi$  используем ранее найденное значение коэффициента  $b$ . Искомые параметры возможно уточнить, если воспользоваться методом приближения, который заключается в следующем. Определённые коэффициенты  $K_0^{-1}$  и  $\ell^{-1}$  по формуле (55) подставляем в уравнение (51) и вычисляем новое значение  $b$ , которое, в свою очередь, используем в расчётах по уравнению (55) и находим уточнённые коэффициенты  $K_0^{-1}$  и  $\ell^{-1}$ . Таким образом, повторяем операцию до тех пор, пока параметры, определённые по уравнениям (53) и (55), будут достаточно близки.

#### **Методика обработки КВД при фильтрации газа в неограниченном пласте**

Используя линеаризацию и метод фиктивной скважины, представим решение для притока к укрупнённой скважине радиуса  $R_0 = h_0$  (внешняя зона, рис. 7) через функцию Лейбензона следующим образом:

$$P_{пл}^* - P_0^* = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot h_0} \cdot \left[ \ln \frac{2,25 \cdot \alpha \cdot (\bar{P}) \cdot t}{R_0^2} \right] \cdot G. \quad (57)$$

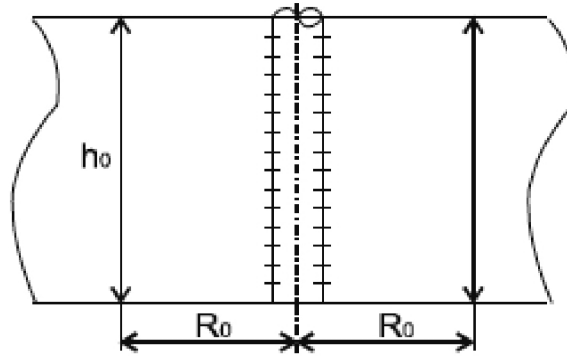


Рис. 7. Двухзонная схема притока

Для внутренней зоны используем двучленное уравнение притока газа по нелинейному закону (27), считая фильтрацию в ней квазиустановившейся. Решая совместно (27) и (57), после ряда преобразований получаем уравнение для понижения забойного давления после пуска скважины в работу:

$$P_{пл}^* - P_c^*(t) = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot h_0} \cdot \left[ \ln \frac{\alpha (\bar{P}) \cdot t}{R_{спр}^2} + 0,809 \right] \cdot G + \frac{B \cdot G^2}{\alpha}, \quad (58)$$

где  $B$  выражается формулой (28), в которой  $b$  есть

$$b = \frac{\alpha \cdot \exp[-\alpha \cdot \Delta P_i(t)]}{4 \cdot \pi^2 \cdot h_0^2 \cdot \ell \cdot \rho_0 \cdot \exp[-\alpha_p \cdot \Delta P_i(t)]}; \quad \Delta P_i(t) = P_{пл} - P_c(t). \quad (59)$$

Здесь  $i = 1, 2, 3, \dots$  — номера интервалов времени после пуска скважины.

Потенциальная функция  $\Delta P^* = P_{пл}^* - P_c^*(t)$  определяется интегралом в пределах по давлению от  $P_c(t)$  до  $P_{пл}$ . Тогда в соответствии с формулами (14) получаем

$$\Delta P^* = \frac{K_0 \cdot \rho_0}{\mu_0} \cdot \int_{P_c(t)}^{P_{пл}} \exp[\alpha \cdot (P - P_{пл})] \cdot dP. \quad (60)$$

Интегрируя выражение (60), подставляя результат в (58), после ряда преобразований находим

$$\Delta U = \exp\{-\alpha \cdot [P_{пл} - P_c(t)]\} = a' \cdot G \cdot \left( \ln \frac{\alpha (\bar{P}) \cdot t}{r_{спр}^2} + 0,809 \right) + B \cdot G^2, \quad (61)$$

где 
$$a' = \frac{\mu_0 \cdot \alpha}{4 \cdot \pi \cdot h_0 \cdot K_0 \cdot \rho_0}. \quad (62)$$

Для случая восстановления давления после остановки скважины формула (61) записывается в виде

$$\Delta U(t) = \alpha + \beta \cdot \ln t, \quad (63)$$

где 
$$\Delta U(t) = 1 - \exp\{-\alpha \cdot [P_c(t) - P_\infty]\}; \quad (64)$$

$$\beta = a' \cdot \left[ \ln \frac{\alpha (\bar{P})}{r_{спр}^2} + 0,809 \right] \cdot G + B \cdot G^2; \quad \beta = a' \cdot G. \quad (65)$$

Здесь  $P_{co}$  — давление на забое в момент остановки;  $K_0$ ,  $\rho_0$ ,  $\mu_0$  — параметры, соответствующие давлению  $P_{co}$ .

Обработку КВД можно произвести при условии, если известны коэффициенты  $\alpha$  и  $a_p$ . Они могут быть определены по данным исследования на установившихся отборах. Коэффициент  $B$  может быть определён как по данным исследования, так и по формулам (28) и (59). Построив функцию  $\Delta U = f(\ln t)$ , графически обычным способом определяем  $\alpha$  и  $\beta$ , после чего нетрудно найти коэффициенты пьезопроводности  $\alpha(\bar{P})$  и гидропроводности  $\frac{K_0 \cdot \rho_0 \cdot h_0}{\mu_0}$ . Для трещиновато-пористой среды в формулу (63)

необходимо внести комплекс (12). Заметим, что аналогичную задачу можно сформулировать и решить для ограниченного пласта.

Для неограниченного пласта в работах [9, 11] изложена другая методика обработки КВД, учитывающая деформацию пласта, основанная на линейном законе фильтрации и в предположении изменения давления и параметров  $K(P)$ ,  $\mu(P)$  и  $Z(P)$  по степенному закону.

### Литература:

1. Маскет М. Течение однородных жидкостей в пористой среде (пер. с англ.). – М. : Гостоптехиздат, 1969. – 628 с.
2. Jacob C.E. On the flow of water in an elastic artesian aquifer // Transactions, American Geophysical Union, 1940. – Vol. 21, part 2. – P. 574–586.
3. Стрижов И.Н., Ходанович И.Е. Добыча газа. – Москва–Ижевск : Институт компьютерных исследований, 2003. – 376 с.
4. Щелкачёв В.Н. Основы и приложения теории неустановившейся фильтрации: монография в 2 ч. – М. : Нефть и газ, 1995. – Часть 1. – 586 с.
5. Щелкачёв В.Н. Основы и приложения теории неустановившейся фильтрации: монография в 2 ч. – М. : Нефть и газ, 1995. – Часть 2. – 493 с.
6. Баренблатт Г.И., Крылов А.П. Об упруго-пластичном режиме фильтрации. – Известия АН СССР, отн. № 2, 1955.
7. Абдуллин Ф.С. Расслоение пород девонского продуктивного пласта при законтурном заводнении // АХ. – 1958. – № 1.
8. Горбунов А.Т., Николаевский В.Н. О нелинейной теории упругого режима фильтрации // Добыча нефти (ежегодник, ВНИИ). – М. : Недра, 1964.
9. Кульпина Н.М. Метод обработки кривых нарастания давления для скважин, вскрывших деформируемые коллекторы // Газовое дело. – 1971. – № 11.
10. Лейбензон Л.С. Собрание трудов. – М. : издание АН СССР, 1953. – Т. II.
11. Зотов Г.А., Кульпина Н.М. Стационарный приток реального газа к скважине в деформируемом пласте при существовании закона Дарси // ВНИИГазпром НТС «Разработка и эксплуатация газовых и газоконденсатных месторождений». – 1970. – № 9.
12. Нелинейно-упругий режим фильтрации жидкости [Электронный ресурс]. – URL : [http://knowledge.allbest.ru/geology/2c0a65635b2bd68b5d53a89421316d26\\_0.html](http://knowledge.allbest.ru/geology/2c0a65635b2bd68b5d53a89421316d26_0.html)

### References:

1. Masket M. Techeniye of uniform liquids in the porous environment (the lane with English). – М. : Gos-toptekhizdat, 1969. – 628 p.
2. Jacob C.E. On the flow of water in an elastic artesian aquifer // Transactions, American Geophysical Union, 1940. – Vol. 21, part 2. – P. 574–586.
3. Strizhov I.N., Hodanovich I.E. Gas production. – Moscow-Izhevsk : Institute of computer researches, 2003. – 376 p.
4. Shchelkachyov V.N. Bases and appendices of the theory of the unsteady filtration: the monograph in 2 h. – М. : Oil and gas, 1995. – Part 1. – 586 p.
5. Shchelkachyov V.N. Bases and appendices of the theory of the unsteady filtration: the monograph in 2 h. – М. : Oil and gas, 1995. – Part 2. – 493 p.
6. Barenblatt G.I., Krylov A.P. About the elastoplastic mode of a filtration. – News of Academy of Sciences of the USSR, отн. No. 2, 1955.

7. Abdullin F.S. Stratification of breeds of Devonian productive layer at for-circuit flooding(s). – 1958. – No. 1.
8. Gorbunov A.T., Nikolaev V.N. About of the nonlinear theory of the elastic mode of a filtration // Oil production (year-book, all-union scientific research institute). – M. : Subsoil, 1964.
9. Kulpin N.M. Metod of processing of curves of increase of pressure for the wells which opened deformable collectors // Gas business. – 1971. – No. 11.
10. Leybenzon L.S. Meeting of works. – M. : edition of Academy of Sciences of the USSR, 1953. – V. II.
11. Zotov G.A., Kulpina N.M. Stationary inflow of real gas to a well in deformable layer at existence of the law of Darcy // Vniiegazpry NTS «Development and Operation of Gas and Gas-condensate Fields». – 1970. – No. 9.
12. Nonlinear and elastic mode of a filtration of liquid [An electronic resource]. – URL : [http://knowledge.allbest.ru/geology/2c0a65635b2bd68b5d53a89421316d26\\_0.html](http://knowledge.allbest.ru/geology/2c0a65635b2bd68b5d53a89421316d26_0.html)