

УДК 621.365

**МЕТОД РАСЧЕТА ФОРМЫ ПОВЕРХНОСТИ РАСПЛАВА И ЕЁ ВЛИЯНИЕ  
НА ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ И ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ  
ИНДУКЦИОННЫХ ТИГЕЛЬНЫХ ПЕЧЕЙ РАЗНЫХ ТИПОВ**

**METHOD OF CALCULATING THE SHAPE OF THE SURFACE OF  
THE MELT AND ITS INFLUENCE FOR ENERGY AND ELECTRICAL  
CHARACTERISTICS INDUCTION CRUCIBLE FURNACES OF VARIOUS TYPES**

**Кувалдин Александр Борисович**

доктор технических наук,  
профессор кафедры автоматизированных  
электротехнологических установок и систем,  
Национальный исследовательский  
университет «МЭИ»  
kuvaldinab@mpei.ru

**Федин Максим Андреевич**

кандидат технических наук,  
доцент кафедры автоматизированных  
электротехнологических установок и систем,  
Национальный исследовательский  
университет «МЭИ»  
FedinMA@mpei.ru

**Кулешов Алексей Олегович**

магистр техники и технологии,  
аспирант кафедры автоматизированных  
электротехнологических установок и систем,  
Национальный исследовательский  
университет «МЭИ»  
Fanstar7@yandex.ru

**Аннотация.** Представлен алгоритм расчета формы поверхности расплава в индукционной тигельной печи (ИТП) с учетом переменного уровня расплава в тигле. Разработан специализированный программный пакет для расчета высоты и формы поверхности расплава в ИТП. Представлены результаты исследования формы поверхности расплава и ее влияния на энергетические и электрические характеристики ИТП.

**Ключевые слова:** индукционная тигельная печь, форма поверхности расплава, мениск, метод индуктивно связанных контуров.

**Kuvaldin Alexander Borisovich**

Ph. D.,  
Professor of department «Automated  
electro-technological installations  
and systems»,  
National Research University «MEI»  
kuvaldinab@mpei.ru

**Fedin Maxim Andreyevich**

Ph. D.,  
Associate Professor of department  
«Automated electro-technological  
installations and systems»,  
National Research University «MEI»  
FedinMA@mpei.ru

**Kuleshov Aleksey Olegovich**

Master of engineering,  
graduate student of department  
«Automated electro-technological  
installations and systems»,  
National Research University «MEI»  
Fanstar7@yandex.ru

**Annotation.** The calculation algorithm of the melt surface shape of the induction crucible furnaces (ICF) taking into account the variable melt level in crucible is developed. The special-purpose software package for calculation of the height and melt surface shape in ICF is developed. The investigation results of the melt surface shape and its influence upon energy and electric characteristics of the ICF are presented.

**Keywords:** induction crucible furnace, melt surface shape, meniscus, method of inductively coupled circuits.

В индукционных тигельных печах (ИТП) разных типов (плавильные печи с непроводящим и проводящим тиглем, индукционные тигельные миксеры, печи с холодным тиглем) расплавленный металл обжимается электромагнитным полем. Под действием электродинамических сил возникает циркуляция металла, а поверхность расплава приобретает выпуклую форму — образуется мениск (рис. 1). Форма расплава определяет энергетические и электрические характеристики установки с ИТП и оказывает как положительное, так и отрицательное влияние на технологический процесс. С увеличением высоты менис-

ка приходится увеличивать количество шлака, поскольку он должен полностью покрывать поверхность ванны расплава, что приводит к увеличению площади поверхности тигля, которая взаимодействует со шлаком. Это способствует разъеданию тигля и загрязнению ванны расплава. При этом сам шлак получается более холодным, что замедляет протекание химических реакций и увеличивает продолжительность плавки. Однако явление мениска при определенных условиях может способствовать и увеличению скорости расплавления шихты, вносимой в жидкую ванну.

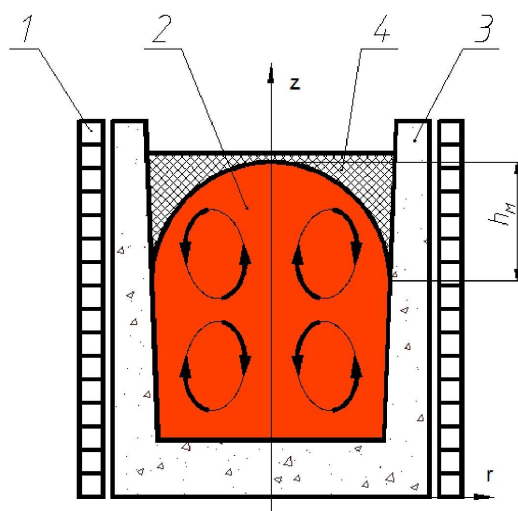


Рис. 1. Действие электродинамических сил в ИТП:  
1 – индуктор; 2 – расплав; 3 – тигель; 4 – шлак

Расчет формы поверхности расплава в ИТП представляет сложную задачу. Существующие аналитические методы [1–3] являются довольно не совершенными из-за различных допущений, которые существенно снижают их точность. Так, при рассмотрении идеализированной бесконечно длинной электромагнитной системы ошибка в отдельных случаях может достигать 300 % [4].

На кафедре «Автоматизированные электротехнологические установки и системы» (АЭТУС) Национального исследовательского университета «МЭИ» был разработан численный метод расчета, позволяющий с достаточной степенью точности (примерно 15–20 %) определять высоту и форму свободной поверхности расплава в ИТП и реализованный в виде пакета программ Dynamics, рассчитывающего электрические токи, электромагнитные силы и форму расплава в осесимметричной ИТП [4]. Основными недостатками пакета Dynamics являются: невозможность расчета формы поверхности расплава при переменном уровне расплава, жесткие ограничения по дискретизации расчетной области, работа в среде DOS, недостаточная эргономичность.

#### Алгоритм расчета формы поверхности расплава и энергетических характеристик ИТП

В основу алгоритма расчета формы поверхности расплава в ИТП положена идея, предложенная в работе [5], суть которой заключается в том, что суммарное давление, действующее на любую точку свободной поверхности расплава, равно нулю:

$$\sum \sigma = \sigma_H + \sigma_{ЭМ} - \sigma_G \pm \sigma_{ГД} = 0, \quad (1)$$

где  $\sigma_H$  — давление, обусловленное поверхностным натяжением;  $\sigma_{ЭМ}$  — электромагнитное давление;  $\sigma_G$  — гравитационное давление;  $\sigma_{ГД}$  — гидродинамическое давление при движении расплава.

На рисунке 2 приведена блок-схема расчета формы поверхности расплава и энергетических характеристик ИТП.

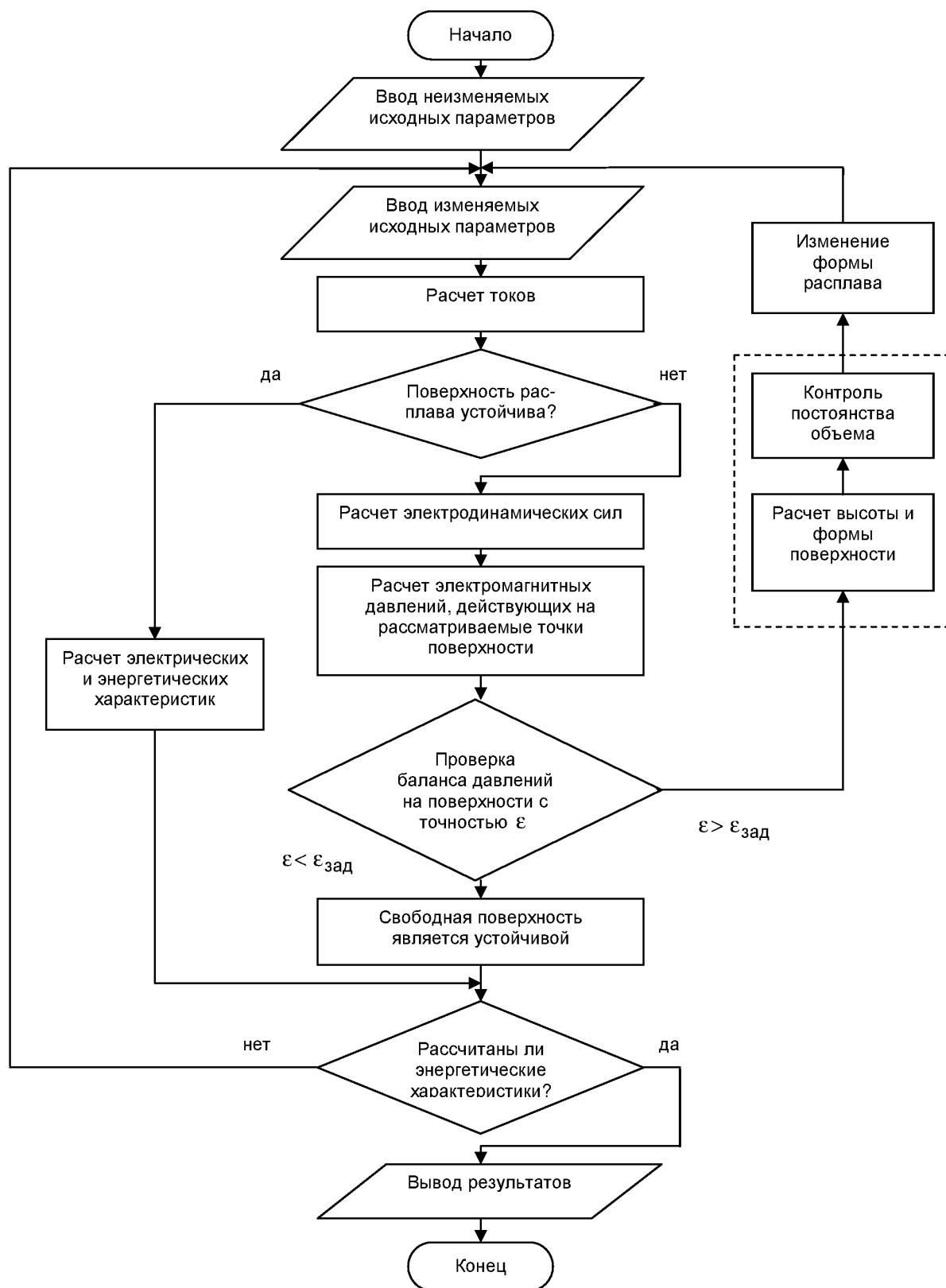


Рис. 2. Блок-схема расчета формы поверхности расплава и энергетических характеристик ИТП

Используемый численный метод расчета [4] подразумевает разбиение системы «индуктор – нагрузка» ИТП на концентрические кольца по осям  $r$  и  $z$ .

При расчете принимаются следующие допущения: ток в каждом расчетном элементе (кольце) считается сосредоточенным в его геометрическом центре; система является линейной (отсутствуют ферромагнитные элементы); гидродинамическое давлe-

ние  $\sigma_{ГД}$ , обусловленное движением расплава, равно нулю, т.е. расплав обладает высокой вязкостью.

Расчет токов в системе производится методом индуктивно связанных контуров, основанном на переходе от задачи расчета электромагнитного поля к задаче расчета электрических цепей синусоидального тока. При этом для каждого кольца системы «индуктор – нагрузка» составляется уравнение по второму закону Кирхгофа в комплексной форме [6, 7]:

$$I_i \cdot (R_i + j\omega L_i) - j\omega \sum_{k, k \neq i} M_{ik} \cdot I_k = U, \quad (2)$$

где  $I_i$  — ток кольца  $i$ ;  $R_i$ ,  $L_i$  — активное сопротивление и собственная индуктивность кольца  $i$  соответственно;  $\omega$  — круговая частота тока;  $M_{ik}$  — взаимная индуктивность между кольцами  $i$  и  $k$  (индекс  $k$  относится ко всем кольцам системы «индуктор – нагрузка», кроме кольца  $i$ );  $I_k$  — ток кольца  $k$ ;  $U = U_{1\xi}$  — напряжение витка  $\xi$  индуктора (если кольцо  $i$  относится к индуктору) и  $U = 0$  (если кольцо  $i$  относится к нагрузке).

Решение полученной системы уравнений дает распределение токов в системе.

Электродинамические усилия в каждом кольцевом элементе рассчитываются как сумма механических взаимодействий тока рассматриваемого кольца и токов, протекающих во всех остальных элементарных кольцах. Исходя из закона сохранения энергии и принципа возможных перемещений проводников с током выражение для электродинамической силы взаимодействия двух контуров [4, 8–10]:

$$F = \frac{\partial W}{\partial v} = I_i \cdot I_k \cdot \frac{\partial M_{ik}}{\partial v}, \quad (3)$$

где  $W$  — электромагнитная энергия системы из двух контуров с током;  $v$  — направление перемещения контура.

Электродинамическая сила в любом из колец расчетной области содержит постоянную составляющую и переменную составляющую двойной частоты. При расчете электромагнитного давления, действующего на каждый элементарный кольцевой элемент поверхностного слоя расплава, используется именно постоянная составляющая электродинамической силы.

После расчета давлений, действующих на рассматриваемые точки поверхности расплава, проверяется выполнение условия (1) с точностью  $\varepsilon$ . Если данное условие выполняется, то исходная поверхность расплава является устойчивой. В противном случае из баланса давлений (1) определяется положение каждого кольцевого элемента поверхности расплава (рис. 3):

$$h_{Mi} = \frac{\sigma_H + \sigma_{ЭМ}}{g\gamma}, \quad (4)$$

где  $g$  — ускорение свободного падения,  $\gamma$  — плотность расплава.

В соответствии с рассчитанными значениями  $h_{ji}$  производится перестановка колец с учетом постоянства объема расплава из условия несжимаемости жидкости. При этом высота каждого слоя нагрузки с номерами  $i = 1 \dots n$  в направлении оси  $r$  определяется как

$$h_i = x + h_{Mn} - h_{Mi}, \quad (5)$$

где  $h_{Mn} = h_M$  — положение крайнего кольца поверхности расплава (высота мениска);  $x$  — высота зоны расплава, контактирующей с тиглем.

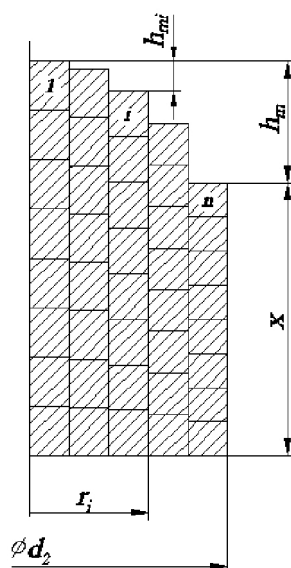


Рис. 3. Изменение формы свободной поверхности расплава после очередной итерации

При этом

$$x = h_2 - h_M + \frac{4}{d_2^2} \cdot \sum_{i=1}^n (r_i^2 - r_{i-1}^2) \cdot h_{Mi}, \quad (6)$$

где  $h_2$ ,  $d_2$  — высота и диаметр цилиндрической (без учета мениска) ванны расплава.

Данная методика перестановки колец с учетом постоянства объема расплава является более совершенной, чем методика, используемая в пакете Dynamics.

После перестановки колец снова рассчитываются токи, электродинамические силы для колец расчетной области, проверяется баланс давлений для колец поверхностного слоя ванны расплава. Величина  $\varepsilon$  определяет число итераций при расчете высоты и формы свободной поверхности расплава.

Расчет электрических и энергетических характеристик системы «индуктор — нагрузка» производится на заключительной итерации цикла. Решение системы линейных алгебраических уравнений (2) позволяет найти токи, а затем и мощности в элементарных кольцах, а также активные мощности в индукторе и нагрузке, активную и полную мощности системы «индуктор – нагрузка» [6]:

$$P_i = I_i^2 \cdot R_i; \quad (7)$$

$$P_1 = \sum_i P_i = \sum_i I_i^2 \cdot R_i; \quad (8)$$

$$P_2 = \sum_i P_i = \sum_i I_i^2 \cdot R_i; \quad (9)$$

$$P = P_1 + P_2; \quad (10)$$

$$S = U_1 \cdot I_1. \quad (11)$$

В формуле (8) индекс  $i$  относится ко всем кольцам индуктора, в формуле (9) — ко всем кольцам нагрузки.

Далее рассчитываются электрический КПД и коэффициент мощности системы «индуктор – нагрузка»:

$$\eta = \frac{P_2}{P}; \quad (12)$$

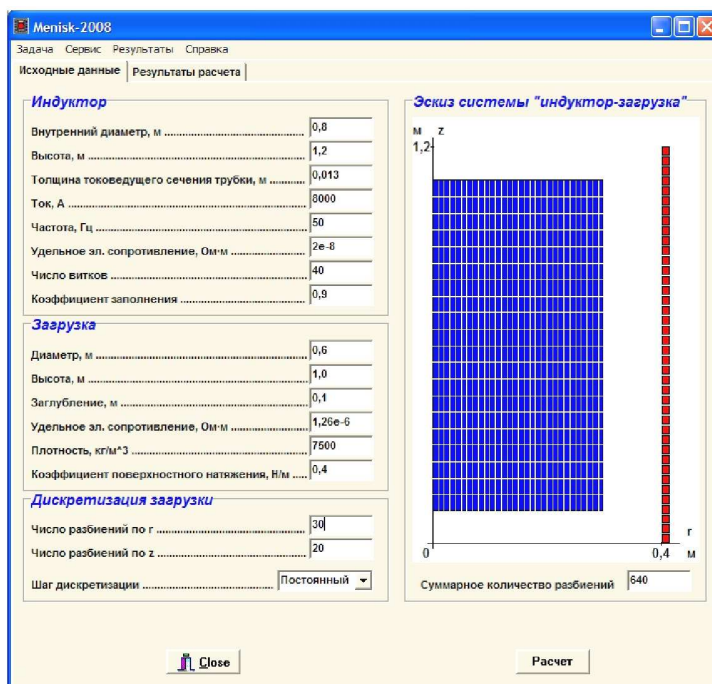
$$\cos \varphi = \frac{P}{S}. \quad (13)$$

### Описание пакета Menisk

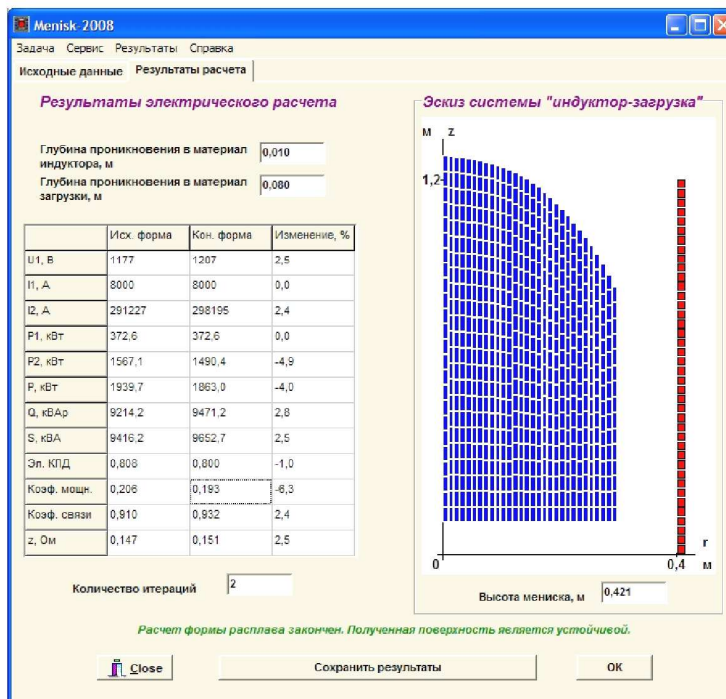
Для расчета высоты и формы поверхности расплава в ИТП авторами настоящей работы был разработан специализированный пакет программ Menisk.

На рисунке 4,а представлено окно расчетной программы с исходными данными, а на рисунке 4,б — с результатами расчета высоты и формы поверхности расплава.

Исходными данными для расчета являются геометрические параметры индуктора и загрузки, частота и ток индуктора, свойства материалов индуктора и загрузки, параметры дискретизации.



а)



б)

Рис. 4. Окно расчетного пакета программ с исходными данными (а) и результатами расчета (б)

Особенностью данного пакета программ является возможность расчета как с постоянным шагом дискретизации загрузки по  $r$ , так и с переменным. Возможность использования переменного шага особенно важна при расчете ИТП, работающих с ярко выраженным поверхностным эффектом.

Для оценки влияния формы расплава на энергетические и электрические характеристики установки пакет программ осуществляет их расчет для исходной (без учета мениска) и конечной формы поверхности расплава (рис. 4, б).

Адекватность расчетного пакета программ проверялась путем сравнения полученных результатов с результатами, полученными при использовании аналитических методов, а также с результатами, приведенными в литературе. Так, отличие результатов расчета с использованием пакета от расчетов по аналитической формуле, приведенной в работе [3], при уровне расплава  $h_2 \geq 0,7 \cdot h_{НОМ}$  не более 13 %. Необходимо отметить, что значения высоты мениска, рассчитанные численно, меньше значений, рассчитанных по формуле из работы [3], поскольку последняя пренебрегает краевыми эффектами. При дальнейшем уменьшении уровня расплава расхождение увеличивается, поскольку формула из работы [3] перестает работать.

### Расчет высоты и формы поверхности расплава в ИТП

В качестве объекта исследования рассмотрена ИТП для чугуна емкостью 4 т.

На рисунке 5 представлены результаты расчета формы поверхности расплава в зависимости от уровня расплава в ИТП при неизменном токе индуктора ( $I_1 = 8000$  А).

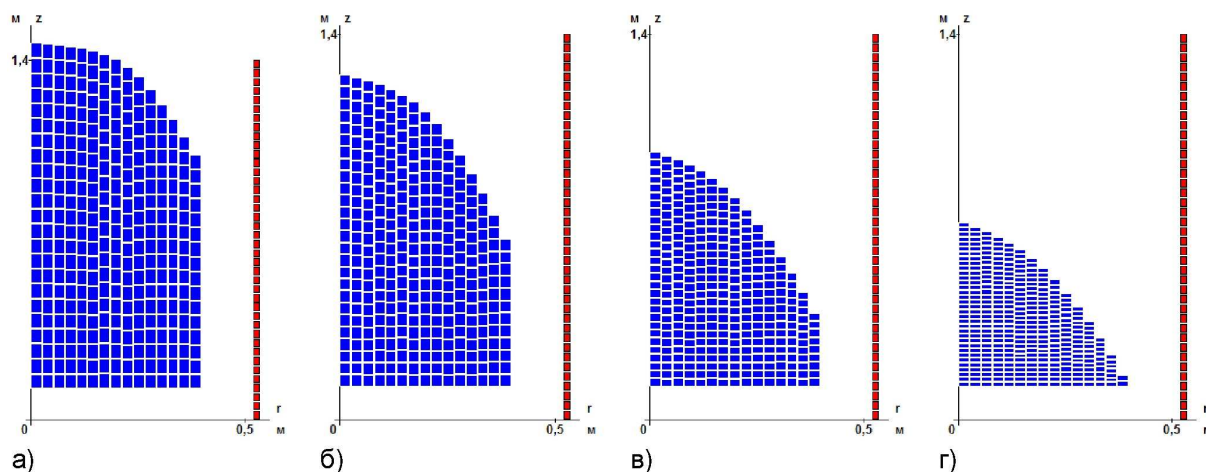


Рис. 5. Изменение формы расплава в зависимости от уровня расплава в ИТП (в % от номинального):

а – 100 %, б – 75 %, в – 50 %, г – 30 %

Из полученных результатов видно, что с уменьшением количества расплава до 50–60 % происходит увеличение высоты мениска, при этом форма поверхности расплава становится более куполообразной. При дальнейшем уменьшении уровня расплава высота мениска несколько снижается.

На рисунке 6 представлены зависимости высоты мениска от тока индуктора при разном заполнении тигля расплавом.

Абсолютные значения высоты мениска в зависимости от уровня расплава в ИТП составили: 100 % — 0,42 м; 75 % — 0,51 м; 50 % — 0,45 м; 30 % — 0,38 м.

При расчете формы поверхности расплава в ИТП, работающих с ярко выраженным поверхностным эффектом, для уменьшения числа элементарных колец и, соответственно, времени счета необходимо использование дискретизационной сетки с переменным шагом по оси  $r$ . На рисунке 7 представлены результаты расчета формы расплава алюминия в ИТП с номинальной емкостью 2 т при токе индуктора  $I_1 = 2000$  А (рис. 7, б) и  $I_1 = 2500$  А (рис. 7, в).

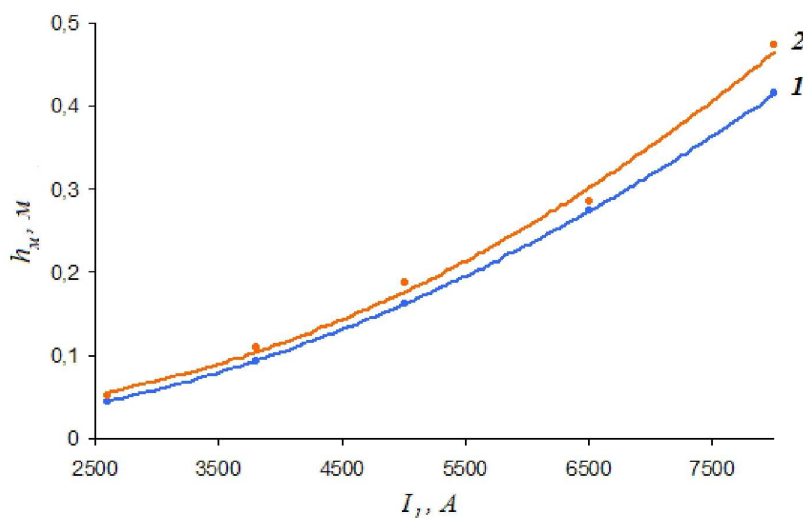


Рис. 6. Зависимости высоты мениска от тока индуктора при заполнении тигля расплавом на: 1 – 100 %; 2 – 60 %

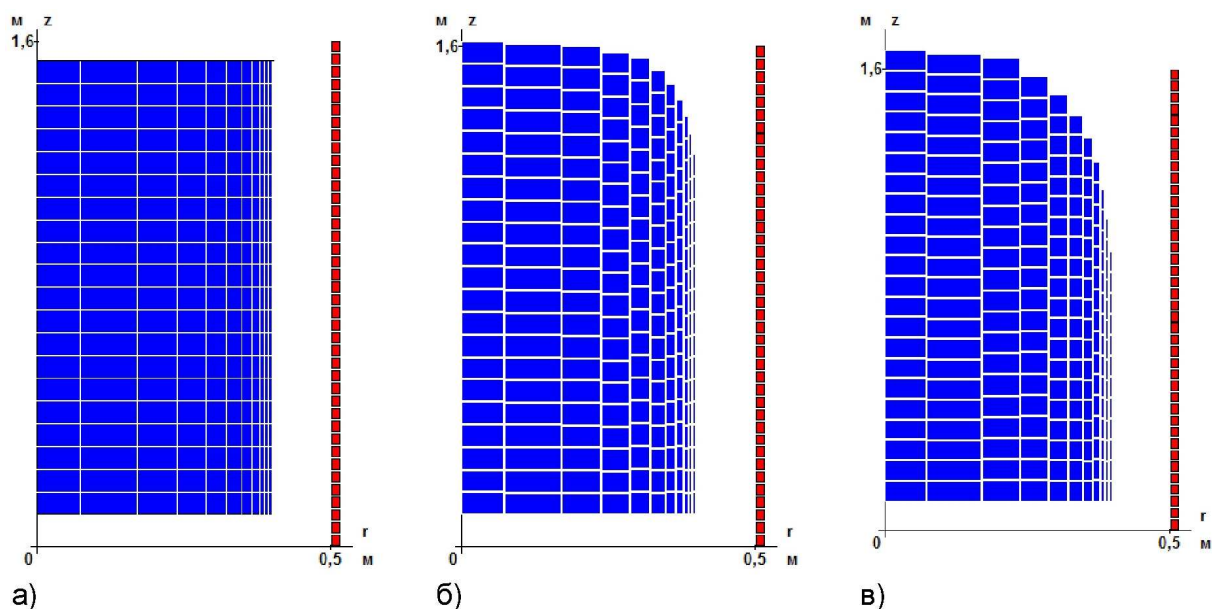


Рис. 7. Результаты расчета формы расплава алюминия в ИТП емкостью 2 т: а – исходная форма расплава; б – при  $I_l = 2000$  А; в – при  $I_l = 2500$  А

Значения высоты мениска для случаев б и в (рис. 7) составили 0,51 м и 0,96 м соответственно.

Из полученных результатов видно, что форма расплава алюминия существенно отличается от формы расплава чугуна. Действительно, глубина проникновения тока в расплав алюминия в несколько раз меньше, чем в расплав чугуна, поэтому и объемное силовое воздействие поля на расплав алюминия менее значительно.

Необходимо отметить, что при плавке алюминия в ИТП основным параметром, характеризующим силовое воздействие электромагнитного поля на расплав и определяющим эффективность технологического процесса, является не высота мениска, как в случае чугуна, а интенсивность электродинамической циркуляции металла в поверхностном слое ванны, приводящей к взламыванию поверхностной оксидной пленки и загрязнению расплава.

Пакет Menisk-2008 предполагается встроить в пакет программ Overheat [7], позволяющий рассчитывать электрические и тепловые характеристики ИТП и индукционных тигельных миксеров без учета влияния формы поверхности расплава.



### Результаты исследования влияния формы поверхности расплава на энергетические и электрические характеристики ИТП

В качестве объекта исследования рассмотрена ИТП для чугуна емкостью 4 т.

На рисунке 8 представлены зависимости электрического КПД (а) и коэффициента мощности (б) установки с ИТП от уровня расплава в тигле без учета и с учетом мениска. Результаты показывают, что, по сравнению со случаем расчета в пренебрежении мениском, при учете последнего вычисленное значение электрического КПД уменьшается от 0,9 % при номинальном заполнении тигля до 12 % при заполнении тигля на 20 %, а значение коэффициента мощности — от 7 до 24 % соответственно. Таким образом, учет явления мениска при расчете электрических и энергетических характеристик ИТП особенно важен при заполнениях тигля, существенно отличающихся от номинального.

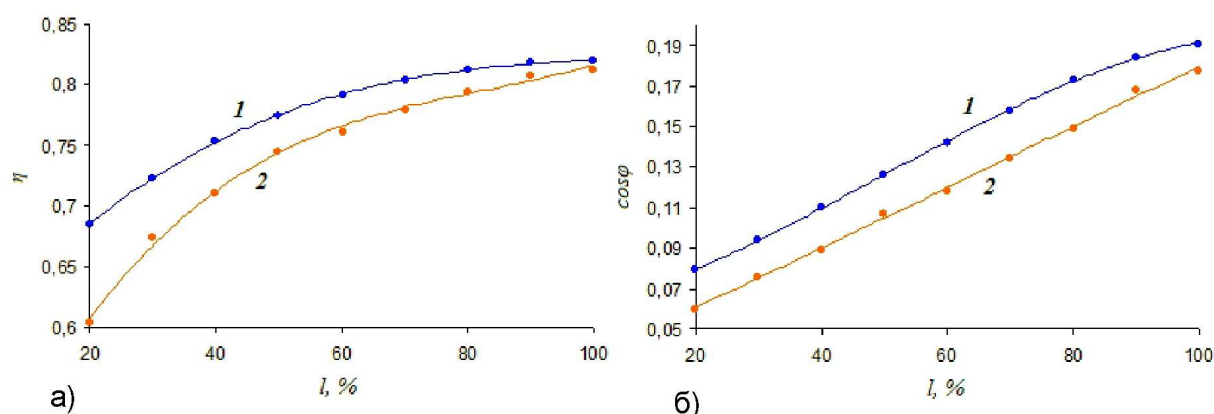


Рис. 8. Зависимости электрического КПД (а) и коэффициента мощности (б) установки с ИТП от уровня расплава в тигле:  
1 – без учета мениска; 2 – с учетом мениска

Результаты исследования влияния формы расплава (тока индуктора) на электрический КПД и коэффициент мощности установки с ИТП при различном уровне металла в тигле представлены на рисунке 9.

Из зависимостей на рисунке 9 видно, что влияние высоты мениска (тока индуктора) на электрические характеристики ИТП сказывается тем сильнее, чем меньше расплава находится в тигле. При этом влияние на коэффициент мощности установки более существенное, чем на электрический КПД.

С использованием методов планирования эксперимента получены регрессионные зависимости электрического КПД и коэффициента мощности установки с ИТП для чугуна емкостью 4 т от двух влияющих факторов — тока индуктора и уровня расплава в тигле:

$$\eta = 0,618 - 1 \cdot 10^{-5} \cdot I_1 + 4,83 \cdot 10^{-3} \cdot l + 1,5 \cdot 10^{-7} \cdot I_1 \cdot l - 2,85 \cdot 10^{-5} \cdot l^2; \quad (14)$$

$$\cos\varphi = 0,053 + 1,56 \cdot 10^{-3} \cdot l + 1 \cdot 10^{-8} \cdot I_1 \cdot l - 1,4 \cdot 10^{-6} \cdot l^2. \quad (15)$$

Уравнения (14) и (15) получены с использованием ортогонального центрального композиционного плана (ОЦКП). При этом ток индуктора  $I_1$  может изменяться от 2,6 до 8 кА, а уровень расплава (в % от номинального) — от 20 до 100.

Очевидно, что изменение электрических и энергетических характеристик будет особенно заметно в случаях, когда электромагнитное поле полностью отжимает расплав от стенок тигля. Это происходит, например, в ИТП с холодным тиглем. Расчеты показывают, что в таких установках электрический КПД в результате отжатия расплава от стенок тигля может уменьшаться более чем на 20 %, а коэффициент мощности — более чем на 50 %.

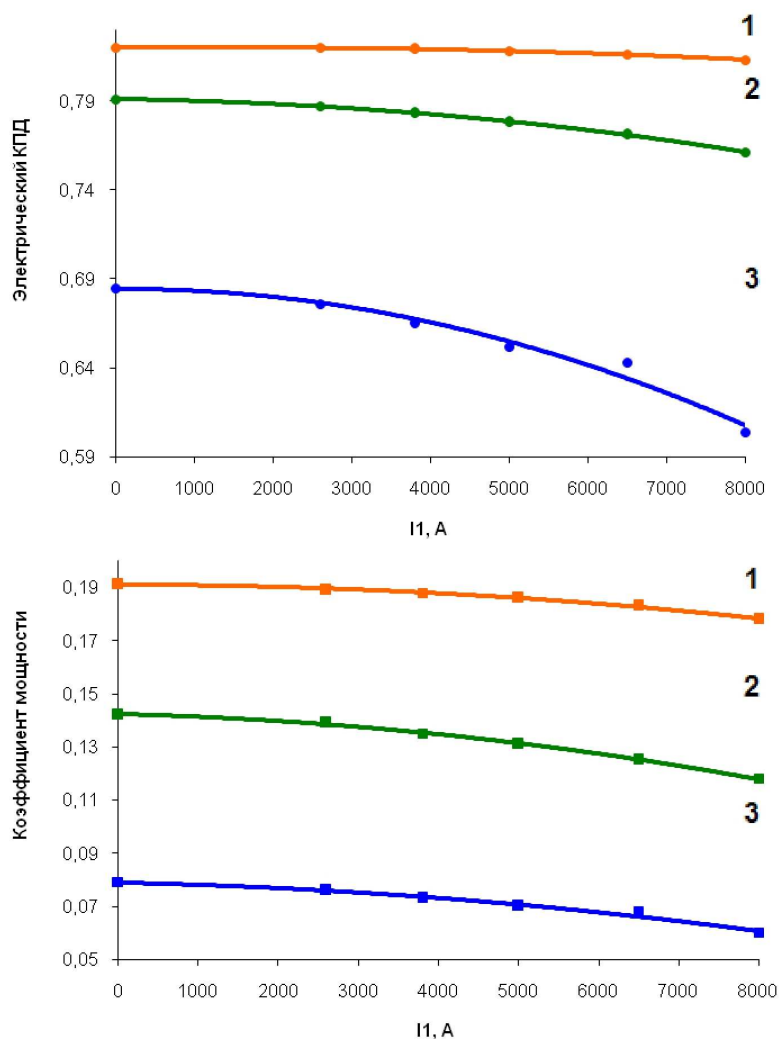


Рис. 9. Влияние формы поверхности расплава (тока индуктора) на электрический КПД и коэффициент мощности установки с ИТП при различном уровне расплава в тигле (в % от номинального):  
1 – 100 %, 2 – 60 %, 3 – 20 %

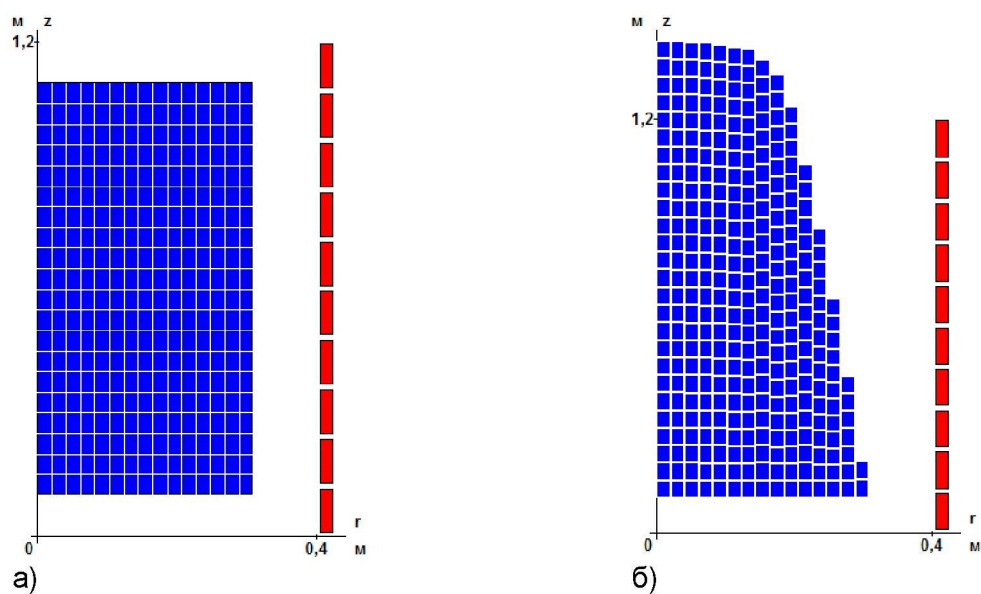


Рис. 10. Форма расплава алюминия при плавке в ИТП с холодным тиглем:  
а – исходная форма расплава, б – конечная форма расплава

В качестве иллюстрации на рисунке 10 представлена форма расплава алюминия при плавке в ИТП с холодным тиглем (масса расплава 815 кг,  $I_1 = 12$  кА).

В данном случае значение электрического КПД снижается с 0,32 до 0,27, значение коэффициента мощности — с 0,06 до 0,05. Однако надо иметь в виду, что тепловой КПД при этом существенно улучшается.

### Заключение

1. Разработан пакет расчетных программ, позволяющий определять высоту и форму свободной поверхности расплавленного металла на стадии проектирования ИТП.

2. Высота и форма поверхности расплава могут оказывать существенное влияние на электрические и энергетические параметры ИТП, что особенно сильно проявляется при полном отжати расплава от стенок тигля при плавке в ИТП с холодным тиглем (так называемый «электромагнитный» тигель).

3. С целью уточнения полученных результатов предполагается усложнение расчетного алгоритма разработанного пакета программ: учет гидродинамической составляющей в балансе давлений, действующих на элементарные кольца поверхностного слоя, а также разбиение сечения витка индуктора на элементарные кольца при расчете токов на последней итерации цикла.

4. При разработке систем управления ИТП [11] необходимо учитывать значительное влияние формы расплава на электрические и энергетические характеристики установки с ИТП.

5. Для оценки энергетической эффективности отжата расплава в печах с холодным тиглем необходимо выполнение теплового расчета, разработка методики которого может явиться будущей работой.

### Литература:

1. Электромагнитные устройства для управления циркуляцией металла в электропечах / Тир Л.Л., Столов М.Я. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Metallurgy, 1991. 280 с.
2. Тир Л.Л., Губченко А.П. Индукционные плавильные печи для процессов повышенной точности и чистоты. – М. : Энергоатомиздат, 1988. 120 с.
3. Брокмайер К. Индукционные плавильные печи / Пер. с нем. под ред. М.А. Шевцова и М.Я. Столова. – М. : Энергия, 1972. 304 с.
4. Кувалдин А.Б., Князев А.Н. Расчет формы поверхности расплава в индукционной тигельной печи методом баланса сил // Электрометаллургия. – 2000. – № 2. – С. 28–33.
5. Фогель А.А. Индукционный метод удержания жидких металлов во взвешенном состоянии. – 2-е изд. – Л. : Машиностроение, Ленингр. отд-ние, 1989. – 80 с.
6. Кувалдин А.Б. Теория индукционного и диэлектрического нагрева. – М. : Изд. МЭИ, 1999. – 80 с.
7. Кувалдин А.Б., Погребисский М.Я., Федин М.А. Расчет тепловых и электрических характеристик индукционных тигельных миксеров // Электрометаллургия. – 2007. – № 12. – С. 18–26.
8. Холявский Г.Б. Расчет электродинамических усилий в электрических аппаратах. – 2-е изд. – Л. : Энергия, Ленингр. отд-ние, 1971. – 156 с.
9. Кувалдин А.Б., Джапарова Р.К. Расчет электродинамических сил в осесимметричной системе индуктор – металл с использованием ЭВМ // Электротехника. – 1982. – № 1. – С. 61–63.
10. Кувалдин А.Б., Джапарова Р.К. Анализ электродинамических сил, действующих на многослойный криорезистивный индуктор // Электротехника. – 1984. – № 9. – С. 51–54.
11. Кувалдин А.Б., Погребисский М.Я., Федин М.А. Разработка системы управления температурой расплава в индукционных тигельных миксерах и её исследование с использованием компьютерной модели // Электрометаллургия. – 2008. – № 2. – С. 25–31.

### References:

1. The electromagnetic devices for control by metal circulation in electric furnaces / Tir L.L., Stolov M.Ya. – M. : Metallurgy, 1991. – 280 p.
2. Tir L.L., Gubchenko A.P. The induction melting furnaces for processes of the advanced precision and cleanness. – M. : Energoatomizdat, 1988. – 120 p.

3. Brokmaier K. The induction melting furnaces. – M. : Energy, 1972. 304 p.
4. Kuvaldin A.B., Knyazev A.N. The calculation of the melt surface shape in induction crucible furnace by method of the force balance // Electrometallurgy. – 2000. – № 2. – P. 28–33.
5. Fogel A.A. The induction method of the metals liquid keeping in weighed state. – L. : Machine construction, 1989. – 80 p.
6. Kuvaldin A.B. The theory of the induction and dielectric heating. – M. : MPEI, 1999. – 80 p.
7. Kuvaldin A.B., Pogrebisskiy M.Ya., Fedin M.A. The calculation of the heat and electric characteristics of the induction crucible holding furnaces // Electrometallurgy. – 2007. – № 12. – P. 18–26.
8. Holyavskiy G.B. The calculation of the electro-dynamics forces in electric devices. – L. : Energy, 1971. – 156 p.
9. Kuvaldin A.B., Dzhaparova R.K. The calculation of the electro-dynamics forces in axisymmetric system inductor – metal while using the computer // Electrical engineering. – 1982. – № 1. – P. 61–63.
10. Kuvaldin A.B., Dzhaparova R.K. The analysis of the electro-dynamics forces in multi-layer cryoresistive inductor // Electrical engineering. – 1984. – № 9. – P. 51–54.
11. Kuvaldin A.B., Pogrebisskiy M.Ya., Fedin M.A. The development of the control system by melt temperature in induction crucible holding furnaces and its investigation while using the computer model // Electrometallurgy. – 2008. – № 2. – P. 25–31.