УДК 621.9

К ВОПРОСУ О КОЛЕБАНИЯХ МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ПРИ ДЕЙСТВИИ НЕУРАВНОВЕШЕННОЙ СИЛЫ ИНЕРЦИИ

–––––––

ON THE QUESTION ABOUT VIBRATIONS OF A MECHANICAL SYSTEM UNDER THE ACTION OF AN UNBALANCED FORCE OF INERTIA

Дмитренко Екатерина Валерьевна
кандидат технических наук,
доцент кафедры техносферной безопасности
Кубанского государственного
технологического университета

Китаин Виталий Владимирович
кандидат технических наук,
доцент кафедры технической механики и гидравлики
Кубанского государственного
технологического университета
Тел.: 8 (861) 253-67-91, 8 (918) 674-29-55
set@id-yug.com

Сухинин Валерий Николаевич
кандидат технических наук,
доцент кафедры технической механики и гидравлики
Кубанского государственного
технологического университета.
Тел.: 8 (861) 254-23-72, 8 (918) 950-53-57

Dmitrenko Ekaterina Valerevna
Ph.D., Associate Professor Department of Technosphere Safety
Kuban State Technological University.

Kitain Vitaliy Vladimirovich
Ph.D., Associate Professor, Department of Technical Mechanics and Hydraulics
Kuban State Technological University
Тел.: 8 (861) 253-67-91, 8 (918) 674-29-55
set@id-yug.com

Sukhinin Valeriy Nikolaevich
Ph.D., Associate Professor, Department of Technical Mechanics and Hydraulics
Kuban State Technological University
Тел.: 8 (861) 254-23-72, 8 (918) 950-53-57

Аннотация. В статье рассматривается вопрос механических колебаний, возникающих при вращении массивных тел со смещенным относительно оси вращения центром масс. Установлена величина динамического коэффициента в зависимости от угловой скорости и частоты собственных колебаний системы. Определены коэффициенты жесткости для амортизаторов разных типов, рассчитаны их размеры поперечного сечения. На основании проведенного анализа получены коэффициенты динамичности, выраженные через основные параметры системы, позволяющие определять режим установившихся колебаний. Предложенные рекомендации позволяют оптимизировать выбор параметров амортизаторов, исключающих наступление явления резонанса в системе.

Ключевые слова: амортизатор, частота колебаний, сила инерции, жесткость системы, резонанс.

Annotation. The article discusses the mechanical vibrations generated by the rotating massive bodies with an off-axis rotation of the center of mass. Set the value of the dynamic coefficient depending on the angular velocity and the natural frequency of the system. Determined stiffness coefficients for different types of shock absorbers have been calculated their cross-sectional dimensions. Based on the analysis of dynamic coefficients obtained, expressed in terms of the basic parameters of the system, allowing to determine the stationary oscillations. The proposed recommendations optimize the choice of parameters of shock absorbers, excluding offensive phenomenon of resonance in the system.

Keywords: shock-absorber, the oscillation frequency, the force of inertia, rigidity of the system, resonance.

При работе воздуходувок, вентиляторов, турбин, дезинтеграторов, дисмембраторов и других механизмов с быстровращающимися неуравновешенными дисками и роторами могут возникать опасные колебания, которые приводят к разрушению элементов механизма, преждевременному выходу из строя подшипников, возникновению шума и вибраций. Поскольку полного уравновешивания диска (ротора) достичь довольно сложно, задача уменьшения вредного влияния колебаний, вызванных неуравновешенными силами инерции, является весьма актуальной.

В настоящей работе рассматриваются колебания, возникающие в системе, состоящей из вращающегося диска *1* со смещенным центром масс, закрепленного на платформе *2*, связанной с неподвижным основанием *3* с помощью упругих амортизаторов *4* (рис. 1).

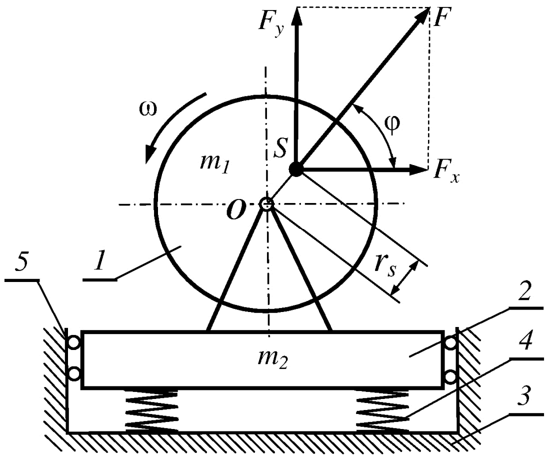

Рисунок 1 – Схема механической системы

При смещении центра масс диска относительно оси вращения возникает неуравновешенная сила инерции

$$F = m_1\omega^2 r_s \text{ Н},$$

где m_1 – масса диска, кг; ω – угловая скорость диска, с$^{-1}$; r_s – смещение центра масс диска от оси вращения, м.

Разложим силу инерции F на вертикальную (F_y) и горизонтальную (F_x) составляющие (рис. 1). Тогда

$$F_y = F\sin\varphi = F\sin\omega t = m_1\omega^2 r_s \sin\omega t \;, \tag{1}$$

где φ = ωt – угол, образованный силой F с горизонтальной осью; t – время.

Под действием вертикальной силы F_y платформа будет совершать вертикальные колебания. Горизонтальные колебания исключаются за счет специальных направляющих 5 (рис. 1).

Частоту собственных вертикальных колебаний платформы определяем по формуле

$$p = \sqrt{\frac{C_{экв}}{m}} \text{ с}^{-1} \;, \tag{2}$$

где $C_{экв}$ – эквивалентный коэффициент жесткости системы амортизаторов при сжатии, Н/м; $m = m_1 + m_2$ – суммарная масса вращающегося диска и платформы, кг; m_2 – масса платформы, кг.

Вертикальные перемещения платформы определяются с учетом работы [1]

$$y = \frac{F}{C_{экв} \cdot \left(1 - \frac{\omega^2}{p^2}\right)^{-1} \cdot \sin\omega t} \;. \tag{3}$$

Введя обозначение

$$K_{дин} = \left(1 - \frac{\omega^2}{p^2}\right)^{-1}, \tag{4}$$

где $K_{дин}$ – динамический коэффициент, запишем

$$y_{max} = \left(\frac{F}{C_{экв}}\right) \cdot K_{дин} \tag{5}$$

или

$$y_{max} = \frac{m_1 \omega^2 r_s}{C_{экв}} \cdot \left(1 - \frac{\omega^2}{p^2}\right)^{-1} \tag{6}$$

В случае применения амортизаторов в виде набора квадратных элементов с размером a и общей высотой l_A получаем следующее выражение для коэффициента жесткости одного «квадратного» амортизатора:

$$C_1 = \frac{EA}{l_A} = \frac{Ea^2}{l_A} \text{ Н/м}, \tag{7}$$

где E – модуль продольной упругости материала амортизатора, МПа;
$A = a^2$ – площадь поперечного сечения «квадратного» амортизатора, мм^2.

В случае применения «круглых» амортизаторов, т.е. амортизаторов с круглым поперечным сечением, коэффициент жесткости одного «круглого» амортизатора определяется по формуле

$$C_1 = \frac{EA}{l_A} = \frac{E\pi d^2}{4l_A}, \tag{8}$$

где d – диаметр поперечного сечения «круглого» амортизатора, мм.

Если в системе применяются «круглые» амортизаторы, т.е. амортизаторы с круглым поперечным сечением, то эквивалентный коэффициент жесткости всех амортизаторов будет равен

$$C_{экв} = Z\frac{EA}{l_A} = Z\frac{E\pi d^2}{4l_A}, \tag{9}$$

где Z – число амортизаторов.

Аналогично получаем выражение для определения эквивалентного коэффициента жесткости всех амортизаторов с квадратным поперечным сечением

$$C_{экв} = Z\frac{EA}{l_A} = Z\frac{Ea^2}{l_A}, \tag{10}$$

Размер поперечного сечения определяется из условия прочности амортизатора при сжатии:

– для «круглых» амортизаторов

$$\sigma = \frac{P}{A} = \frac{4m\omega^2 r_s}{Z\pi d^2} \le [\sigma]; \tag{11}$$

– для «квадратных» амортизаторов

$$\sigma = \frac{P}{A} = \frac{m\omega^2 r_s}{Za^2} \le [\sigma]; \tag{12}$$

где [σ] – допускаемое напряжения сжатия для материала амортизатора, МПа.

Из формул (11), (12) находим размеры поперечного сечения амортизатора соответственно для «круглых» и «квадратных» амортизаторов

$$d \geq \sqrt{\frac{4m\omega^2 r_s}{Z\pi[\sigma]}}\,; \tag{13}$$

$$a \geq \sqrt{\frac{m\omega^2 r_s}{Z[\sigma]}}\,. \tag{14}$$

С учетом полученных формул (9), (10) для эквивалентных коэффициентов жесткости, запишем выражения для определения частоты собственных вертикальных колебаний платформы соответственно для системы с «квадратными» и «круглыми» амортизаторами:

$$p^2 = \frac{C_{экв}}{m} = Z\frac{Ea^2}{l_A m}\,; \tag{15}$$

$$p^2 = \frac{C_{экв}}{m} = Z\frac{E\pi d^2}{4l_A m}\,. \tag{16}$$

Далее представим выражение для коэффициента динамичности с учетом формул (15), (16) соответственно для системы с «квадратными» и «круглыми» амортизаторами в виде:

$$K_{дин} = \frac{1}{1 - \dfrac{\omega^2}{ZEa^2/l_A m}}\,; \tag{17}$$

$$K_{дин} = \frac{1}{1 - \dfrac{\omega^2}{\left(ZE\pi d^2/4l_A\, m\right)^2}}\,. \tag{18}$$

Полученные зависимости (17), (18) позволяют выразить значения $K_{дин}$ через основные параметры исследуемой системы с амортизаторами и установить в каком режиме (до резонансном, резонансном или после резонансном) происходят колебания в системе.

Выводы

Анализ полученных зависимостей для коэффициентов динамичности от основных параметров системы показывает, что для отстройки от резонанса, когда ω = p, необходимо назначать геометрические параметры амортизаторов и выбирать амортизаторы с оптимальным значением модуля упругости E таким образом, чтобы величина второго члена в знаменателе формулы (4) отличалась от единицы.

В случае применения резиновых амортизаторов оптимальное значение величины *E* может быть достигнуто за счет выбора той или иной марки резины для амортизатора [2].

Полученные выражения (11), (12) и (13), (14) следует использовать при практических расчетах механических систем с амортизаторами для определения геометрических параметров соответственно «квадратных» и «круглых» амортизаторов.

Литература:

1. Тимошенко С.П. Колебания в инженерном деле. – М. : Наука, 1967. – 444 с.
2. Потураев В.Н., Дырда В.И. Резиновые детали машин. – М. : Машиностроение, 1977. – 216 с.

References:

1. Timoshenko S.P. Fluctuations in engineering. – M. : Science, 1967. – 444 p.
2. Poturaev V.N., Dyrda V.I. Rubber machine parts. – M. : Engineering, 1977. – 216 p.