



УДК 532.135; 622.276

## МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕОЛОГИИ ПОЛИМЕРНЫХ РАСТВОРОВ ДЛЯ ЗАДАЧ НЕФТЕГАЗОВОЙ ОТРАСЛИ

### MODELING OF POLYMER SOLUTION RHEOLOGY FOR OIL AND GAS INDUSTRY PROBLEMS

**Шмончева Елена Евгеньевна**

кандидат технических наук,  
доцент,  
Азербайджанский государственный университет нефти  
и промышленности  
yelena.shmoncheva@asoiu.edu.az

**Обейдат Мухаммед Акифович**

докторант,  
Азербайджанский государственный университет нефти  
и промышленности  
muhob1207@gmail.com

**Аннотация.** Актуальность изучения неньютоновских жидкостей постоянно растёт благодаря их широкому применению в различных отраслях. В данной работе была исследована зависимость между касательным напряжением и градиентом скорости для растворов каррагена и ксантана в морской воде при различных концентрациях при помощи метода нелинейной регрессии и экспериментальных данных. Было показано, что как карраген, так и ксантан приводят к проявлению неньютоновских свойств у жидкости. Добавление каррагена приводит к увеличению начального напряжения сдвига и коэффициента консистенции, и к уменьшению степенного индекса. Добавление ксантана уменьшает начальное напряжение сдвига и степенной индекс, и увеличивает коэффициент консистенции. Для каждого из изученных растворов была показана формула зависимости касательного напряжения от градиента скорости, выведенная методом нелинейной регрессии. В большинстве случаев модель Гершеля-Балкли идеально подходила для описания поведения изученных жидкостей.

**Ключевые слова:** неньютоновские жидкости, нелинейная регрессия, модель Гершеля-Балкли.

**Shmoncheva Elena Evgenievna**

Candidate of Technical Sciences,  
Assistant Professor,  
Azerbaijan State Oil and Industry University  
yelena.shmoncheva@asoiu.edu.az

**Obeidat Muhammad Akifovich**

Doctoral Student,  
Azerbaijan State Oil and Industry University  
muhob1207@gmail.com

**Annotation.** The relevance of studying non-Newtonian fluids is constantly growing due to their wide application in various industries. In this paper, the relationship between shear stress and velocity gradient was investigated for carrageenan and xanthan solutions in seawater at different concentrations using the nonlinear regression method and experimental data. It was shown that both carrageenan and xanthan lead to the manifestation of non-Newtonian properties in the fluid. The addition of carrageenan leads to an increase in the initial shear stress and consistency coefficient, and to a decrease in the power index. The addition of xanthan decreases the initial shear stress and the power index, and increases the consistency coefficient. For each of the studied solutions, a formula for the dependence of shear stress on the velocity gradient was shown, derived by the nonlinear regression method. In most cases, the Herschel-Bulkley model was ideally suited to describe the behavior of the studied fluids.

**Keywords:** non-Newtonian fluids, nonlinear regression, Herschel-Bulkley model.

Исследование реологических свойств неньютоновских жидкостей имеет важное значение как для фундаментальной науки, так и для различных прикладных инженерных задач, в том числе и в нефтегазовой отрасли. Многие запасы нефти в мире относятся к неньютоновским жидкостям, и являются потенциальными источниками энергии в будущем [1]. Помимо этого, примерами неньютоновских жидкостей являются буровые растворы, применяемые при бурении нефтегазовых скважин и полимерные растворы, закачиваемые в пласт для вытеснения из него углеводородов, а также жидкости, используемые при гидравлическом разрыве пласта [2–4].

Под неньютоновскими жидкостями понимается совокупность сильно различающихся жидкостей, для которых общим является отклонение от закона вязкого трения Ньютона при их течении [5]:

$$\tau = \mu \dot{\gamma}, \quad (1)$$

где  $\tau$  – касательное напряжение,  $\mu$  – динамическая вязкость,  $\dot{\gamma}$  – градиент скорости.

Существует множество математических моделей, описывающих неньютоновские жидкости. Наиболее известные на сегодняшний день модели неньютоновских жидкостей показывает таблица 1.



Таблица 1 – Наиболее известные модели неньютоновских жидкостей

Название модели	Модель
Модель Шведова-Бингама	$\tau = \tau_0 + \mu_p \dot{\gamma}$
Модель Оствальда-де Ваале	$\tau = K \dot{\gamma}^n$
Модель Эллис	$\tau = \mu_a \dot{\gamma}; \mu_a = \frac{\mu_0}{1 + \left(\frac{\tau}{\tau_{1/2}}\right)^{\alpha-1}}$
Модель Карро	$\tau = \mu_a \dot{\gamma}; \mu_a = \mu_\infty + \frac{\mu_0 - \mu_\infty}{[1 + (\dot{\gamma} t_c)^2]^{\frac{1-n}{2}}}$
Модель Гершеля-Балкли	$\tau = \tau_0 + K \dot{\gamma}^n$

Модель Шведова-Бингама учитывает свойство некоторых неньютоновских жидкостей, называемое начальным касательным напряжением сдвига, которое обозначается как  $\tau_0$ . Жидкости с ненулевым  $\tau_0$  не начинают течь, пока возникающее в них касательное напряжение не превышает значение  $\tau_0$ . Данное свойство связано с наличием определенной внутренней структуры, которая начинает постепенно разрушаться при увеличении касательного напряжения [6]. Именно поэтому,  $\mu_p$  называется структурной вязкостью жидкости.

Модель Оствальда-де Ваале учитывает другое свойство ряда неньютоновских жидкостей – нелинейность зависимости касательного напряжения от градиента скорости. Данная нелинейность учитывается степенным индексом  $n$ . Помимо этого, в данной модели, динамическая вязкость заменяется на коэффициент консистенции, размерность которого отличается от динамической вязкости и зависит от степенного индекса  $n$  [7].

Модель Гершеля-Балкли по сути является объединением моделей Шведова-Бингама и Оствальда-де Ваале. Она учитывает как возможность наличия в жидкости начального касательного напряжения сдвига, так и нелинейность зависимости касательного напряжения от градиента скорости [8]. Данная модель является наиболее точной для большинства неньютоновских жидкостей и рекомендуется к применению в нефтяной промышленности [9].

В модели Эллис, коэффициент  $\mu_a$  называется кажущейся вязкостью, поскольку, так же, как и для Ньютоновских жидкостей, для любого касательного напряжения, он равен отношению касательного напряжения к градиенту скорости. При этом,  $\mu_0$  – кажущаяся вязкость при очень низких касательных напряжениях,  $\alpha = 1/n$ ,  $\tau_{1/2}$  – касательное напряжение при  $\mu_a = \mu_0/2$ . Данная модель является более точной для жидкостей с нелинейной зависимостью  $\tau$  от  $\dot{\gamma}$ , чем модель Оствальда-де Ваале, согласно экспериментам, однако, математически более комплексной.

В модели Карро,  $\mu_\infty$  – кажущаяся вязкость при бесконечной скорости сдвига,  $\mu_0$  – кажущаяся вязкость при нулевой скорости сдвига, а  $t_c$  – характеристическое время [10]. Так же, как и модель Эллис, модель Карро является более точной, но более сложной чем закон Оствальда-де Ваале.

В работе [11] были проведены эксперименты для определения зависимости между касательным напряжением и градиентом скорости для раствора карбопола в воде и для водонефтяной эмульсии. Авторами было показано, что данные жидкости обладают неньютоновскими свойствами, и что наиболее подходящей для их описания моделью является модель Гершеля-Балкли со значениями параметров  $8 < \tau_0 < 89 \text{ Pa}$ ;  $3.6 < K < 49 \text{ Pa} \cdot \text{s}^n$ ;  $n = 0.36$  для раствора карбопола и со значениями  $54 < \tau_0 < 71 \text{ Pa}$ ;  $12.7 < K < 13.4 \text{ Pa} \cdot \text{s}^n$ ;  $n = 0.36$  для водонефтяной эмульсии.

Авторами [12] была экспериментально изучена фильтрация неньютоновских жидкостей в пористой среде, а также было проведено численное моделирование, на основании которого было показано распределение значений скорости жидкости внутри пор. В работах [13, 14] была экспериментально изучена зависимость касательного напряжения от градиента скорости для нефтей с большой концентрацией асфальтенов, которые, как известно, приводят к появлению неньютоновских свойств у нефтей и анализ результатов показал, что для таких нефтей наиболее подходящей моделью также является модель Гершеля-Балкли.

В работе [15] приводятся необработанные данные, показывающие зависимость касательного напряжения от градиента скорости для 7 жидкостей:

- Морская вода;
- Раствор каррагена в морской воде с концентрацией 1 г/л;
- Раствор ксантана в морской воде с концентрацией 1 г/л;
- Раствор смеси каррагена и ксантана в морской воде с концентрацией 1 г/л;
- Раствор каррагена в морской воде с концентрацией 0.5 г/л;
- Раствор ксантана в морской воде с концентрацией 0.5 г/л;
- Раствор смеси каррагена и ксантана в морской воде с концентрацией 0.5 г/л.

Целью данной работы является детальное изучение необработанных данных из [15] и вывод формул, показывающих зависимость касательного напряжения от градиента скорости на основании нелинейной регрессии.

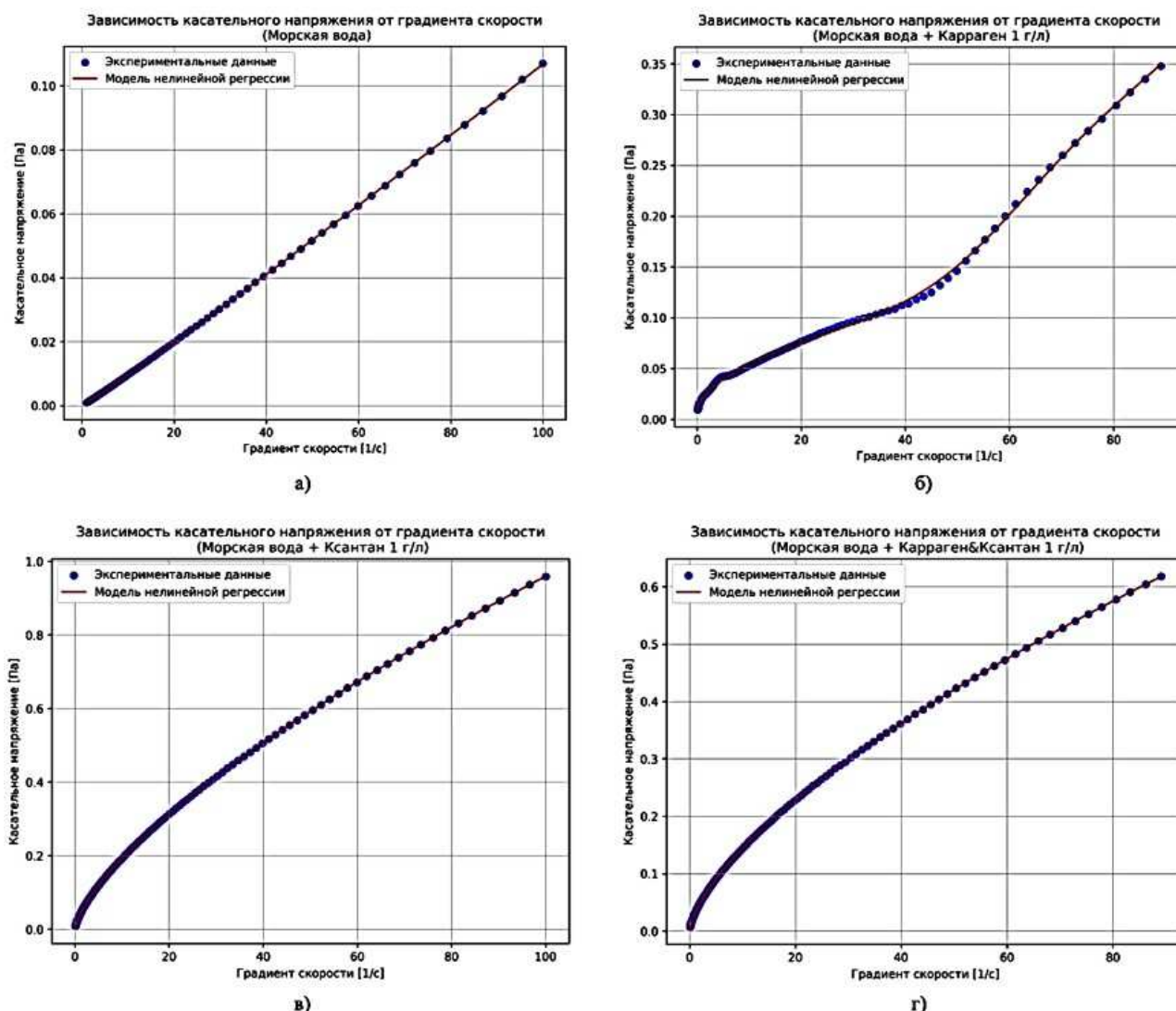


Рисунки 1 и 2 показывают графики зависимости касательного напряжения от градиента скорости для семи жидкостей, указанных выше, на которых приведены как экспериментальные данные, так и модели нелинейной регрессии, построенные в данной работе. Для всех жидкостей нелинейная регрессия была проведена для модели Гершеля-Балкли, которая показала отличные результаты, за исключением одного случая, указанного ниже.

Рисунок 1(а) показывает зависимость касательного напряжения от градиента скорости для морской воды. Можно увидеть, что эта зависимость очень близка к ньютоновской, поскольку является практически линейной, и начинается почти что в точке (0, 0). Методом нелинейной регрессии были выведены следующие значения параметров модели Гершеля-Балкли:

$$\tau = 0.00002 + 0.00086\dot{\gamma}^{1.045}. \tag{2}$$

Тут значение 0.00002 соответствует  $\tau_0$ , и его можно проигнорировать, поскольку оно крайне мало. Значение 0.00086, в данном случае, можно интерпретировать как динамическую вязкость, и это довольно близко к данным по вязкости воды при комнатной температуре, приведенным в других источниках [16].



**Рисунок 1** – Зависимость между касательным напряжением и градиентом скорости (морская вода и растворы с концентрацией 1 г/л)

Рисунок 1(б) показывает зависимость касательного напряжения от градиента скорости для раствора каррагена в морской воде с концентрацией, равной 1 г/л. Тут зависимость является очень комплексной и не может быть описана моделью Гершеля-Балкли. Это связано с тем, что, как видно, при малых градиентах скорости наблюдается псевдопластичное поведение, а после определенной точки, начинается дилатантное поведение, то есть  $n$  становится больше единицы.



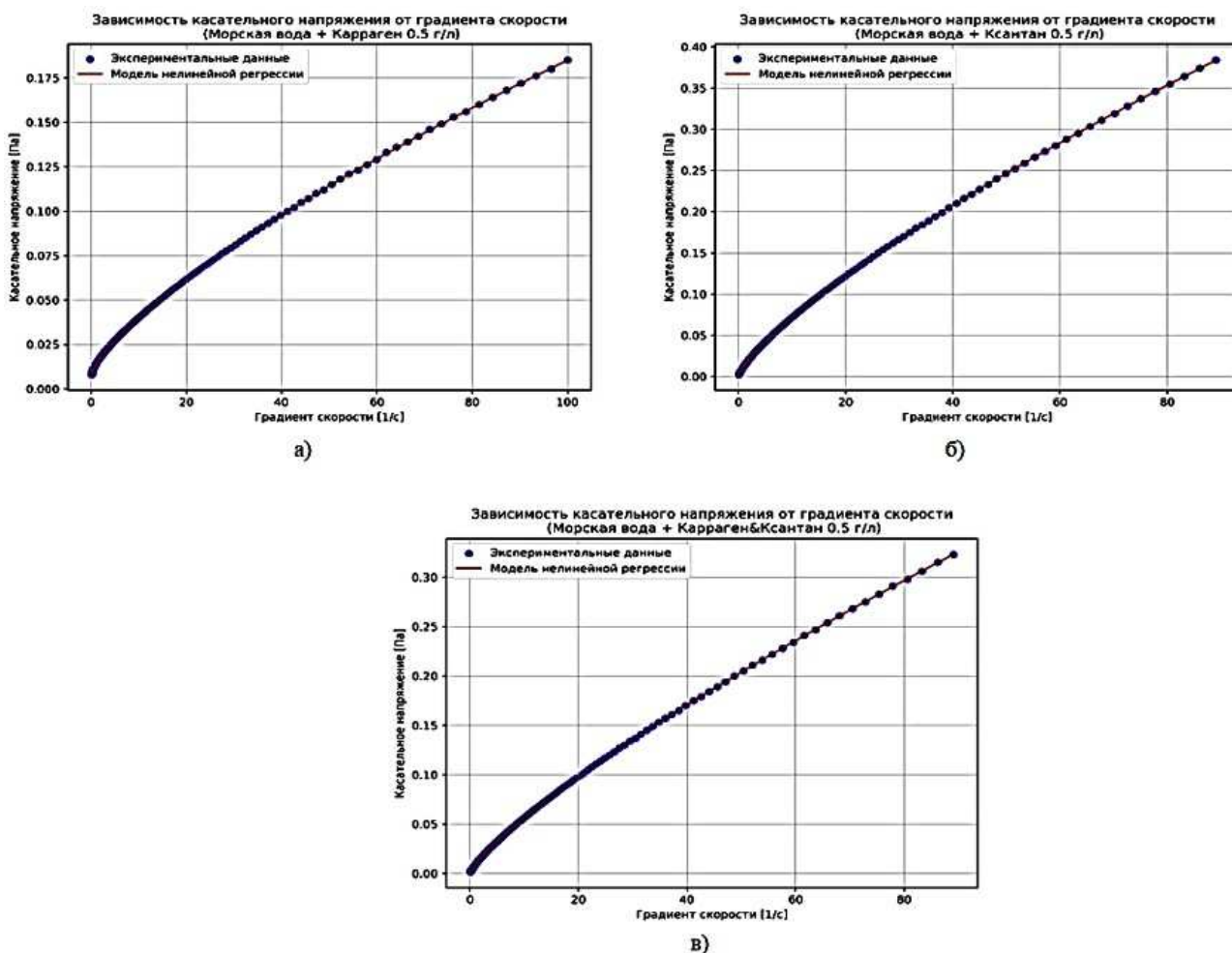
Такое же поведение было обнаружено в экспериментах, проведенных в работе [17] для растворов каррагена в воде. Поэтому, нами была применена следующая модификация модели Гершеля-Балкли:

$$\tau = \tau_0 + K_1 \dot{\gamma}^{n_1} e^{-B\dot{\gamma}^C} + K_2 \dot{\gamma}^{n_2} (1 - e^{-B\dot{\gamma}^C}), \tag{3}$$

где  $K_1, K_2$  – псевдопластичный и дилатантный коэффициенты консистенции,  $n_1, n_2$  – псевдопластичный и дилатантный степенные индексы,  $B$  и  $C$  – некоторые константы, зависящие от свойств жидкости.

Как видно из уравнения (3), данная формула учитывает усиление дилатантного поведения при больших градиентах скорости. Методом нелинейной регрессии были выведены следующие значения параметров уравнения (3):

$$\tau = 0.01 + 0.0114\dot{\gamma}^{0.59} e^{-0.00000004\dot{\gamma}^{4.2}} + 0.0017\dot{\gamma}^{1.17} (1 - e^{-0.00000004\dot{\gamma}^{4.2}}). \tag{4}$$



**Рисунок 2** – Зависимость между касательным напряжением и градиентом скорости (растворы с концентрацией 0,5 г/л)

Можно заметить, что увеличение концентрации каррагена привело к еще большему увеличению начального напряжения сдвига.

Рисунок 1(в) показывает зависимость касательного напряжения от градиента скорости для раствора ксантана в морской воде с концентрацией, равной 1 г/л. Данную жидкость можно классифицировать как жидкость Оствальда-де Ваала. Методом нелинейной регрессии были выведены следующие значения параметров модели Гершеля-Балкли:

$$\tau = 0.00000026 + 0.0388\dot{\gamma}^{0.7}. \tag{5}$$

Тут начальное касательное напряжение сдвига крайне мало и его можно игнорировать. Можно заметить, что в данном случае, коэффициент консистенции увеличился примерно в 45 раз по сравне-



нию с морской водой. Можно также сделать вывод о том, что добавление ксантана сильно увеличивает псевдопластичные свойства жидкости, поскольку в данном случае степенной индекс стал равен 0.7.

Рисунок 1(г) показывает зависимость касательного напряжения от градиента скорости для смеси каррагена и ксантана в морской воде с концентрацией смеси, равной 1 г/л (в равных пропорциях). Данную жидкость также можно классифицировать как жидкость Оствальда-де Ваале. Методом нелинейной регрессии были выведены следующие значения параметров модели Гершеля-Балкли:

$$\tau = 0.000054 + 0.031\dot{\gamma}^{0.66}. \quad (6)$$

Значение 0.000054 можно игнорировать в связи с незначительностью. Анализируя формулу (6) и ранее приведенные формулы, можно сделать вывод о том, что добавление каррагена приводит к меньшим значениям коэффициента консистенции и степенного индекса, в сравнении с ксантаном.

Рисунок 2(а) показывает зависимость касательного напряжения от градиента скорости для раствора каррагена в морской воде с концентрацией, равной 0.5 г/л. Принципиальным отличием данной жидкости от остальных является наличие начального напряжения сдвига, откуда следует, что данная жидкость является классическим примером жидкости Гершеля-Балкли, а не модели Оствальда-де Ваале. Также можно сделать вывод о том, что добавление каррагена увеличивает начальное напряжение сдвига в жидкости, а добавление ксантана, напротив, уменьшает его. Методом нелинейной регрессии были выведены следующие значения параметров модели Гершеля-Балкли:

$$\tau = 0.0076 + 0.006\dot{\gamma}^{0.73}. \quad (7)$$

В данном случае значение начального напряжения сдвига - 0.0076, и оно довольно значительно в сравнении с предыдущими случаями. Сравнение с зависимостью, которую показывает Рисунок 2(в), также подтверждает тот факт, что добавление ксантана приводит к большему увеличению коэффициента консистенции и степенного индекса, в сравнении с каррагеном.

Рисунок 2(б) показывает зависимость касательного напряжения от градиента скорости для раствора ксантана в морской воде с концентрацией, равной 0.5 г/л. График показывает, что данная жидкость является жидкостью Оствальда-де Ваале. Методом нелинейной регрессии были выведены следующие значения параметров модели Гершеля-Балкли:

$$\tau = 0.000027 + 0.012\dot{\gamma}^{0.77}. \quad (8)$$

Значение начального напряжения сдвига 0.000027 очень мало, и его можно игнорировать. Как видно, для раствора ксантана с концентрацией 0.5 г/л характерен коэффициент консистенции, в 2 раза превышающий коэффициент консистенции, полученный для раствора каррагена с той же концентрацией.

Рисунок 2(в) показывает зависимость касательного напряжения от градиента скорости для смеси каррагена и ксантана в морской воде с концентрацией смеси, равной 0.5 г/л (в равных пропорциях). Судя по графику экспериментальных данных, можно охарактеризовать данную жидкость как жидкость Оствальда-де Ваале. Методом нелинейной регрессии были получены следующие значения параметров модели Гершеля-Балкли:

$$\tau = 0.00001 + 0.009\dot{\gamma}^{0.8}. \quad (9)$$

В данном случае значение 0.00001 можно также игнорировать в связи с незначительностью. Можно заметить, что наличие смеси каррагена и ксантана с указанной концентрацией увеличивает вязкость примерно в 10 раз. Значение  $n = 0.8$  говорит о том, что данная жидкость является псевдопластиком, поскольку  $n < 1$  [18].

#### Выводы

1. Добавление каррагена к морской воде приводит к увеличению начального касательного напряжения сдвига ( $\tau_0$ ), коэффициента консистенции ( $K$ ), но при этом снижает степенной индекс ( $n$ ), что указывает на усиление псевдопластичных свойств.

2. Добавление ксантана также делает жидкость неньютоновской, но по сравнению с каррагеном снижает начальное напряжение сдвига, сильнее увеличивает коэффициент консистенции, значительно уменьшает степенной индекс, усиливая псевдопластичность.

3. При одновременном добавлении ксантана и каррагена наблюдается комбинированное влияние: вязкость повышается, но поведение жидкости в основном остается псевдопластичным, с параметрами, промежуточными между случаями добавления только одного из компонентов.

4. Повышение концентрации полимеров усиливает неньютоновские свойства, особенно в случае с каррагеном, который при концентрации 1 г/л демонстрирует сложное поведение, сочетающее псевдопластичность при малых скоростях сдвига и дилатантность при больших.

5. Применение метода нелинейной регрессии позволило определить параметры моделей и описать реологическое поведение жидкостей, что может быть полезно для инженерных расчетов в нефтегазовой и других отраслях.

**Список литературы / List of references:**

1. Advancement in heavy oil upgrading and sustainable exploration emerging technologies / Y. Yatimi // *Arabian Journal of Chemistry*. – 2024.
2. Sochi T. Single-Phase Flow of Non-Newtonian Fluids in Porous Media. – University College London: Department of Physics & Astronomy, 2009. – 120 p.
3. Ghassemi M. Nano and Bio Heat Transfer and Fluid Flow / M. Ghassemi, A. Shahidian. – Elsevier, 2017. – 350 p.
4. Liu G. Applied Well Cementing Engineering. – Elsevier, 2021. – 410 p.
5. Rapp E. Microfluidics: Modeling, Mechanics and Mathematics. – Elsevier, 2017. – 280 p.
6. Coussot P. Bingham's heritage // *Rheologica Acta*. – 2017. – Vol. 56, № 8. – P. 789-799.
7. Bragg R. Fluid Flow for Chemical Engineers / R. Bragg, F.A. Holland. – Elsevier, 1995. – 340 p.
8. Linear instability of pressure-driven channel flow of a Newtonian and a Herschel-Bulkley fluid / K.C. Sahu [et al.] // *Physics of Fluids*. – 2007. – Vol. 19. – № 122101. – P. 1–10.
9. Stepwise mathematical derivation of the Herschel–Bulkley laminar fluid flow equations—in pipes / R. Ashena [et al.] // *Journal of Petroleum Exploration and Production Technology*. – 2023. – Vol. 13. – № 2. – P. 345–358.
10. Carreau P.J. Rheology of Polymeric Systems / P.J. Carreau, D. Kee, R.P. Chhabra. – Hanser Publishers, 1997. – 390 p.
11. Darcy's law for yield stress fluid flowing through a porous medium / T. Chevalier [et al.] // *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*. – 2013. – Vol. 200. – P. 57–66.
12. Ouyang L. Theoretical and numerical simulation of non-newtonian fluid flow in propped fractures. – Texas A&M University, 2013. – 160 c.
13. Danov D.K. On the viscosity of dilute emulsions // *Journal of Colloid and Interface Science*. – 2001. – Vol. 240. – P. 144–149.
14. Argillier J.F. Heavy oil rheology as a function of asphaltene and resin content and temperature / J.F. Argillier, C. Coustet, I. Henau // *SPE*. – 2002. – № 77524.
15. Mrokowska M.M. Laboratory data on dynamics of microplastic particles sinking in seawater with dispersed xanthan gum and kappa-carrageenan and rheological properties of these dispersions / M.M. Mrokowska, A. Krztoń-Maziopa // *Data in Brief*. – 2024. – Vol. 53. – № 108770.
16. Van Canneyt K. Comprehensive Biomedical Physics – Mechanics of Biofluids in Living Body / K. Van Canneyt, P. Verdonck. – Elsevier, 2014. – 420 p.
17. Gładkowska-Balewicz I. Effect of process conditions and component concentrations on the viscosity of  $\kappa$ -carrageenan and pregelatinised cross-linked waxy maize starch mixed fluid gels / I. Gładkowska-Balewicz, I. Norton, I. Hamilton // *Food Hydrocolloids*. – 2014. – Vol. 39. – P. 22–30.
18. Mezger T. The rheology handbook: for users of rotational and oscillatory rheometers. – 2nd edition, revised. – Hannover : Vincentz Network, 2006. – 320 p.