



УДК 621.314.21

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОДНОФАЗНОГО ТРАНСФОРМАТОРА

MATHEMATICAL MODEL OF A SINGLE-PHASE TRANSFORMER

Автайкин Илья Николаевич

кандидат технических наук, доцент,
доцент кафедры электротехники и электрических машин,
Кубанский государственный технологический университет
glubokovodnik@yandex.ru

Квон Алексей Михайлович

кандидат технических наук, доцент,
доцент кафедры электротехники и электрических машин,
Кубанский государственный технологический университет
alexndinasofi@yandex.ru

Шестаков Фёдор Алексеевич

студент,
Кубанский государственный технологический университет
mr.fedor2002@mail.ru

Бесчастный Иван Андреевич

студент,
Кубанский государственный технологический университет
ivan10x800@gmail.com

Аннотация. В работе представлена математическая модель однофазного двухобмоточного трансформатора с учетом магнитных потерь в сердечнике. Представленная имитационная модель позволяет получить динамические характеристики трансформатора в переходных и установившихся режимах.

Ключевые слова: simulink модель, модель трансформатора, динамические звенья, уравнения равновесия, схема замещения, передаточная функция, имитационная модель.

Avtaykin Ilya Nikolaevich

Candidate of technical Sciences,
Associate Professor, Department of electrical
engineering and electrical machines,
Kuban State Technological University
glubokovodnik@yandex.ru

Kvon Aleksei Mikhailovich

Candidate of technical Sciences,
Associate Professor, Department of electrical
engineering and electrical machines,
Kuban State Technological University
alexndinasofi@yandex.ru

Shestakov Fedor Alekseevich

Student,
Kuban State Technological University,
mr.fedor2002@mail.ru

Beschastny Ivan Andreevich

Student,
Kuban State Technological University
ivan10x800@gmail.com

Annotation. The paper presents a mathematical model of a single-phase two-winding transformer taking into account magnetic losses in the core. The presented simulation model allows us to obtain the dynamic characteristics of the transformer in transient and steady-state modes.

Keywords: simulink model, transformer model, dynamic links, equilibrium equations, substitution scheme, transfer function, simulation model.

Общий подход к разработке математических моделей трансформаторов различных конструкций можно представить на примере однофазного двухобмоточного трансформатора. Из общего курса электрических машин [1, 2] известно, что процесс преобразования энергии в трансформаторе описывается уравнениями равновесия напряжений и токов:

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= r_1 i_1 + L_{\sigma 1} \frac{di_1}{dt} + M \frac{d(i_1 + i_2')}{dt} \\ 0 &= u_2' + r_2' i_2' + L_{\sigma 2}' \frac{di_2'}{dt} + M \frac{d(i_1 + i_2')}{dt} \\ i_{01} &= i_1 + i_2' \end{aligned} \right\}, \tag{1}$$

где $i_1, i_2', u_1, u_2', r_1, r_2', L_{\sigma 1}, L_{\sigma 2}'$ – токи, напряжения, сопротивления, индуктивности от потоков рассеяния первичной и приведенной вторичной обмоток; M – коэффициент взаимной индуктивности.

Для построения имитационной модели трансформатора представим уравнения равновесия напряжений в операторной форме и учтем, что ЭДС в первичной и приведенной вторичной обмотках равны

$$e_1 = e_2' = M \frac{d(i_1 + i_2')}{dt}.$$

Тогда операторной форме будут соответствовать схема замещения (рис. 1) и система равновесия напряжений (2)

$$\left. \begin{aligned} U_1(p) &= r_1 \dot{I}_1(p) + pL_{\sigma 1} \dot{I}_1(p) - \dot{E}(p) \\ 0 &= \dot{U}_2'(p) + r_2' \dot{I}_2'(p) + pL_{\sigma 2}' \dot{I}_2'(p) - \dot{E}(p) \\ \dot{I}_{01}(p) &= \dot{I}_1(p) + \dot{I}_2'(p) \end{aligned} \right\}. \tag{2}$$

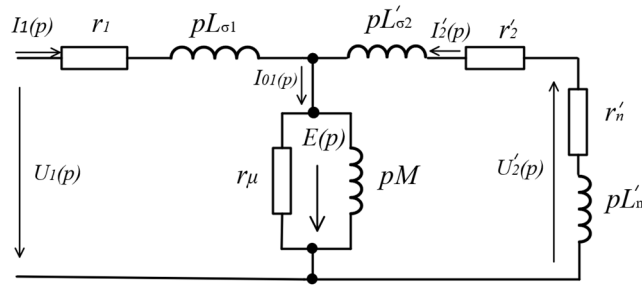


Рисунок 1 – Т-образная схема замещения трансформатора в операторной форме

Для реализации системы (2) в Matlab Simulink составим имитационную модель. Разрешим первую строку из (2) относительно тока $I_1(p)$

$$I_1(p) = \frac{U_1(p) + \dot{E}(p)}{pL_{\sigma 1} + r_1} = (U_1(p) + \dot{E}(p)) \cdot \frac{1}{pL_{\sigma 1} + r_1}. \tag{3}$$

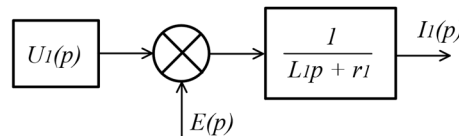


Рисунок 2 – Блок-схема реализации уравнения 3

Электродвижущая сила, возникающая в основной индуктивности обмотки, может быть получена из закона Ома на участке контура намагничивания от действия тока холостого хода. Фазовое отставания ЭДС от тока холостого хода обеспечивается отрицательным знаком.

$$\dot{E}(p) = -I_{01}(p) \frac{M \cdot r_{\mu} p}{Mp + r_{\mu}}. \tag{4}$$

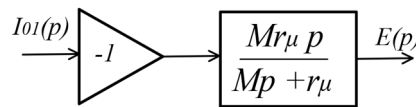


Рисунок 3 – Блок-схема реализации уравнения 4

Выведем напряжение на потребителе вторичной цепи. Из второй строки (2) и закона Ома для участка цепи потребителя $\dot{U}_2'(p) = (r_n' + pL_n')I_2'(p)$

$$\begin{cases} \dot{U}_2'(p) = \dot{E}(p) - r_2' I_2'(p) - pL_{\sigma 2}' I_2'(p); \\ \dot{U}_2'(p) = (r_n' + pL_n') I_2'(p). \end{cases}$$

$$\dot{E}(p) - r_2' I_2'(p) - pL_{\sigma 2}' I_2'(p) = (r_n' + pL_n') I_2'(p)$$

$$I_2'(p) = \frac{\dot{E}(p)}{(L_{\sigma 2}' + L_n')p + r_2' + r_n'};$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_2'(p) &= I_2'(p) \cdot (r_n' + pL_n') = \frac{\dot{E}(p)}{(L_{\sigma 2}' + L_n')p + r_2' + r_n'} \cdot (r_n' + pL_n') = \\ &= \dot{E}(p) \frac{(r_n' + pL_n')}{(L_{\sigma 2}' + L_n')p + r_2' + r_n'} \end{aligned} \tag{5}$$

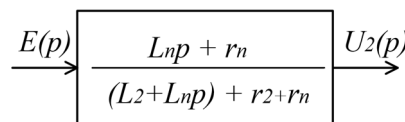


Рисунок 4 – Блок-схема реализации уравнения 5



Уравнение равновесия токов

$$i_{01}(p) = i_1(p) + i_2'(p). \tag{6}$$

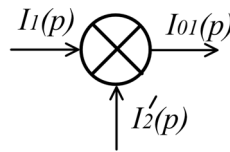


Рисунок 5 – Блок-схема реализации уравнения 6

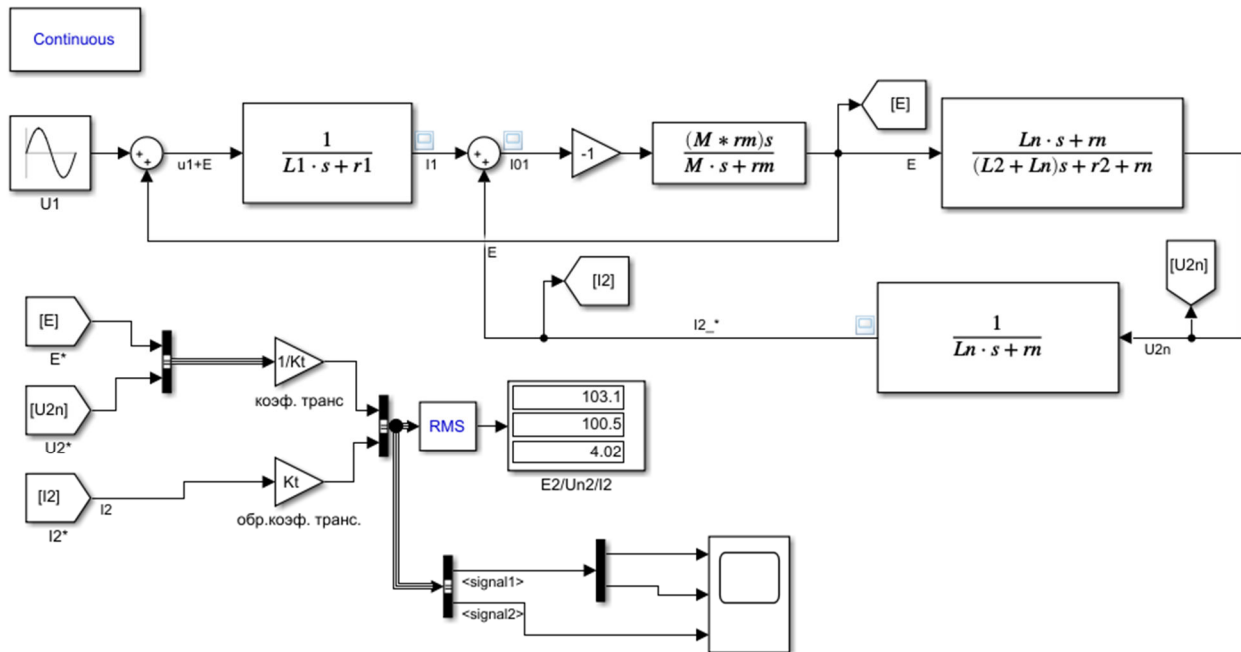


Рисунок 6 – Имитационная модель однофазного двухобмоточного трансформатора

Список литературы:

1. Лейтес Л.В., Пинцов А.М. Схемы замещения многообмоточных трансформаторов. – М. : Энергия, 1974.
2. Основы теории цепей: учебник для вузов / Г.В. Зевеке [и др.]. – 5-е изд. перераб. – М. : Энергоатомиздат, 1989. – 528 с.

List of references:

1. Leytes L.V., Pintsov A.M. Multiwinding transformer substitution diagrams. – М. : Energia, 1974.
2. Fundamentals of circuit theory: a textbook for universities / G.V. Zeeveke [et al.]. – 5-th edition revised. – М. : Energoatomizdat, 1989. – 528 p.