



УДК 621.315

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ ПАРАМЕТРОВ ОБМОТОЧНЫХ ПРОВОДОВ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ЧАСТОТЫ ТОКА

APPLICATION OF THE ELECTROMAGNETIC FIELD THEORY IN DETERMINING THE PARAMETERS OF WINDING WIRES DEPENDING ON THE FREQUENCY OF THE CURRENT

Квон Алексей Михайлович

канд. техн. наук, доцент, доцент
кафедры электротехники и электрических машин,
Кубанский государственный технологический университет
alexndinasofi@yandex.ru

Автайкин Илья Николаевич

канд. техн. наук, доцент, доцент
кафедры электротехники и электрических машин,
Кубанский государственный технологический университет
glubokovodnik@yandex.ru

Аннотация. В работе определяются активные и индуктивные сопротивления медных проводов с применением теории электромагнитного поля для широкого диапазона частот. Расчеты проводятся на основе теоремы Умова-Пойнтинга в комплексной форме записи.

Ключевые слова: активные и индуктивные сопротивления; медные обмоточные провода; теорема Умова-Пойнтинга; MathCAD.

Kvon Aleksei Mikhailovich

Candidate of technical Sciences,
Associate Professor,
Department of Electrical Engineering
and Electrical Machines,
Kuban State Technological University
alexndinasofi@yandex.ru

Avtaykin Ilya Nikolaevich

Candidate of Technical Sciences,
Associate Professor,
Department of Electrical Engineering
and Electrical Machines,
Kuban State Technological University
glubokovodnik@yandex.ru

Annotation. The work determines the active and inductive resistances of copper wires using the electromagnetic field theory for a wide frequency range. The calculations are based on the Umov-Poynting theorem in the complex form of a record.

Keywords: active and inductive resistances; copper winding wires; Umov-Poynting theorem; MathCAD.

Медный провод марок ПЭВ или ПЭЛ активно применяется в конструкции электрических машин, индуктивных катушек различного назначения. Теория электромагнитного поля позволяет провести уточненный расчет параметров медных проводов. Чтобы, с высокой степенью точности, ответить каково будет активное и индуктивное сопротивление для данного соотношения материала, размеров и частоты необходимо воспользоваться теоремой Умова-Пойнтинга

$$-\oint \vec{\Pi} d\vec{S} = P + jQ = I^2 r + jI^2 x = I^2 \underline{Z}.$$

Для проводящей среды в цилиндрической системе координат получено соотношение для полного комплексного сопротивления

$$\underline{Z} = \frac{b_0 \sqrt{2\pi f \gamma \mu_a}}{2\pi r \gamma b_1} e^{j(\beta_0 - \beta_1 - 45^\circ)}.$$

На базе теоремы Умова-Пойнтинга можно записать следующие соотношения

$$R = \frac{B_R}{r} \sqrt{\frac{f \mu_a}{2\pi \gamma}},$$

$$B_R = \frac{b_0}{b_1} \cos(\beta_0 - \beta_1 - 45^\circ),$$

$$X = \frac{B_X}{r} \sqrt{\frac{f \mu_a}{2\pi \gamma}},$$



$$B_X = \frac{b_0}{b_1} \sin(\beta_0 - \beta_1 - 45^\circ),$$

где R, X – активное и индуктивное сопротивления цилиндрических проводников;
 B_R, B_X – коэффициенты, определяемые значением функции Бесселя;
 r – радиус цилиндрического проводника;
 f – частота тока;
 μ_a – абсолютная магнитная проницаемость проводника;
 γ – проводимость материала проводника.

В выражениях используются составляющие функций Бесселя нулевого и первого порядков первого рода вида

$$J_0(qr) = b_0 e^{j\beta_0},$$

$$J_1(qr) = b_1 e^{j\beta_1},$$

где $J_0(qr)$ – функция Бесселя нулевого порядка первого рода с комплексным аргументом (qr);
 $J_1(qr)$ – функция Бесселя первого порядка первого рода с комплексным аргументом (qr).
 b_0, b_1 – модули функций Бесселя;
 β_0, β_1 – аргументы функций Бесселя.

Для расчетов использовался пакет *Mathcad*. Для определения функции Бесселя воспользуемся материалами [1]. Данные в виде матрицы [2] для аргумента qr от 0,2 до 2,2 с шагом 0,2 использовались в системе *Mathcad* для дальнейшей интерполяции при помощи встроенной функции *interp*.

В качестве отправной точки выбраны медные провода марок ПЭЛ, ПЭВ, для которых построены зависимости $R(f), X(f), X/R(f)$ при фиксированном значении радиуса. На всех графиках $r = 0,5$ мм.

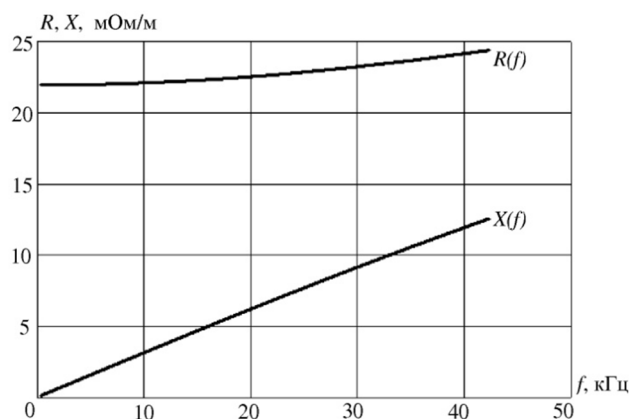


Рисунок 1 – Активное и индуктивное сопротивление

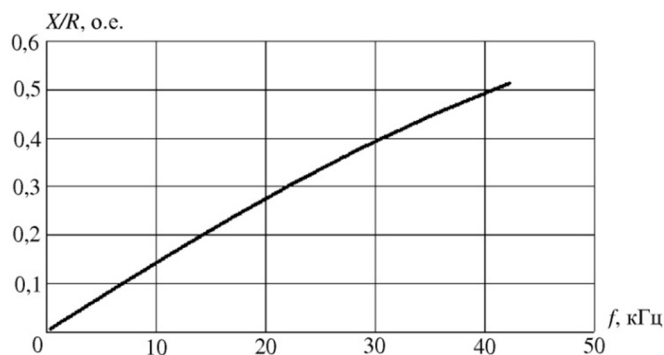


Рисунок 2 – Относительное индуктивное сопротивление

В диапазоне частот 0–42000 Гц активное сопротивление медного провода ПЭЛ, ПЭВ для взятого диаметра увеличивается на 10 % по отношению к омическому при 39780 Гц, Индуктивное – изменяется от 0 до 0,012474 Ом/м. Индуктивная составляющая растет намного быстрее активной. Соотношение индуктивного сопротивления к активному 10 % составляет на 7030 Гц, 50 % при 40760 Гц.



По отношению к другим значениям радиусов можно утверждать, что чем больше исследуемый диаметр, тем при меньших частотах будут достигнуты аналогичные соотношения сопротивлений. Справедливо и обратное утверждение. Исходя из свойств функций Бесселя, при дальнейшем увеличении частоты скорость увеличения индуктивного сопротивления будет снижаться, а активного – расти. Приведенная методика определения параметров проводов позволяет производить уточненный расчет для инженерных или научных целей.

Литература:

1. Янке Е., Эмде Ф., Лёш Ф. Специальные функции. – М. : Наука, 1977. – 344 с.
2. Квон А. М., Автайкин И.Н., Артеян К.З. Анализ параметров медных обмоточных проводов на основе теоремы Умова-Пойнтинга // Булатовские чтения. – 2019. – Т. 5. – С. 91–93.

References:

1. Janke E., Emde F., Lesh F. Special functions. – M. : Science, 1977. – 344 p.
2. Kvon A.M., Avtaykin I.N., Artyan K.Z. Analiz parametrov mednykh obmotochnykh provodov na osnove teoremy Umova-Poyntinga // Bulatov Readings. – 2019. – Vol. 5. – P. 91–93.