УДК 519.876.330

ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ПРОЦЕССОМ ПОЛУЧЕНИЯ ПОЛИЭТИЛЕНА

THE OPTIMAL MANAGEMENT PROBLEM FOR THE PROCESS OF OBTAINING POLYETHYLENE

Меликов Эльчин Адиль оглы
кандидат технических наук,
доцент кафедры управления и инженерии систем,
Азербайджанский государственный университет нефти и промышленности
elchin03@mail.ru

Melikov Elchin Adil
Ph. D., Associate Professor of
Control and engineering systems,
Azerbaijan State University of Oil and Industry
elchin03@mail.ru

Магеррамова Тамелла Мустафа кызы
кандидат технических наук,
доцент кафедры управления и инженерии систем,
Азербайджанский государственный университет нефти и промышленности
tamellatm@gmail.com

Magarramova Tamella Mustafa
Ph. D., Associate Professor of
Control and engineering systems,
Azerbaijan State University of Oil and Industry
tamellatm@gmail.com

Аннотация. Полиэтилен является органическим соединением и имеет ковалентные связи между атомами углерода. Это самый распространенный в мире пластик, представляющий собой воскообразную массу белого цвета. На обработку поступает в виде гранул от 2-х до 5-ти мм. Полиэтилен получают полимеризацией этилена. При этом, одними из актуальных проблем в этой области является разработка математической постановки задачи оптимального управления процессом получения полиэтилена высокого давления и, на основе применения одного из эффективных методов для решения поставленной задачи, осуществить поиск оптимальных режимов работы функционирования технологического процесса полимеризации этилена.

Annotation. Polyethylene is an organic compound and has covalent bonds between carbon atoms. It is the most common plastic in the world and is a waxy white mass. For processing comes in the form of granules from 2 to 5 mm. Polyethylene is produced by polymerizing ethylene. At the same time, one of the actual problems in this area is the development of the optimal control problem mathematical formulation for the process of obtaining high-pressure polyethylene and, based on the use of one of the effective methods for solving the problem, search of optimal operating modes for the functioning of ethylene polymerization technological process.

Ключевые слова: получение полиэтилена, технологический процесс, полимеризация этилена, математическая постановка, оптимальное управление, задача оптимизации, математическая модель, нелинейное программирование, метод Лагранжа, целевая функция.

Keywords: polyethylene production, technological process, ethylene polymerization, mathematical formulation, optimal control, optimization problem, mathematical model, nonlinear programming, Lagrange method, objective function.

Как известно, получение полиэтилена высокого давления проводят радикальной полимеризацией этилена в газовой фазе при температуре 180 ÷ 300 °С и давлении 150 ÷ 300 МПа. Исследуемый процесс протекает в присутствии инициаторов (молекулярного кислорода (0,003 % об.)) или пероксида ди-трет-бутила. Реакция протекает через образование промежуточного пероксидного соединения с последующим гомолитическим распадом, при этом образующиеся радикалы инициируют реакцию полимеризации этилена вида:

$$nCH_2 = CH_2\ (\text{-}CH_2\text{-}CH_2\text{-})_n.$$

Конверсия этилена в полиэтилен и свойства полученного полимера зависят от температуры, давления, концентрации инициатора и времени проведения полимеризации.

Технологический процесс включает следующие основные стадии:

– смешение этилена с возвратным газом и кислородом;
– двухстадийное сжатие газовой смеси;
– полимеризация этилена;
– разделение полимера и непрореагировавшего этилена;
– грануляция полимера.

Исходя из вышесказанного и на основе тщательно проведенных исследований процесса получения товарного полиэтилена высокого давления, установлено, что основными технологическими параметрами, воздействующими на рассматриваемый процесс, являются температура (T) и давление (P) в трубчатом реакторе, а также скорости потока (количества) сырья (этилена) (F), поступающего в трубчатый реактор.

Учитывая, что в результате полимеризации этилена под высоким давлением, как удельный вес, так и количество получаемого товарного полиэтилена зависит прежде всего от температуры и давления в трубчатом реакторе, то физически обоснованная математическая постановка задачи оптимального управления процессом получения полиэтилена высокого давления можно сформулировать нижеследующим образом:

$$y = f(P,T,F) \to \max_{u \in U}, \tag{1}$$

$$0.9 \le G(P,T,F), \tag{2}$$

$$G(P,T,F) \le 0.939, \tag{3}$$

при следующих ограничениях, накладываемых на входные и управляющие технологические параметры:

$$\begin{cases} 150 \le P \le 250 \\ 190 \le T \le 300 . \\ 18 \le F \le 20 \end{cases} \tag{4}$$

На основе (1) ÷ (4), словесно задачу оптимального управления процессом полимеризации этилена высокого давления можно выразить следующим образом: при заданном текущем значении этилена необходимо определить соответствующую температуру, давление и количество сырья, поступающего на вход трубчатого реактора, которые соответствуют накладываемым ограничивающим условиям (4), чтобы обеспечить максимальное количество товарного полиэтилена, получаемого при соблюдении ограничивающих условий (2) и (3).

Предположим, что согласно выходным координатам технологического процесса производства полимеров высокого давления, математические модели в общем виде представляются в виде нижеследующих уравнений [1]:

$$y^* = B_0 + B_1P + B_2T + B_3F + B_{11}P^2 + B_{12}P \cdot T + B_{13}P \cdot F + B_{22}T^2 + B_{23}T \cdot F + B_{33}F^2, \tag{5}$$

$$g^* = K_0 + K_1P + K_2T + K_3F. \tag{6}$$

Здесь y^* и g^* – соответственно, количество товарного полиэтилена высокого давления и его плотность (удельный вес), вычисленные на основе математических моделей; $K_0, B_0, K_i, B_i, B_{ij}$ $(i, j = \overline{1,3})$ – соответственно, свободные, линейные и коэффициенты взаимодействия математической модели.

Основываясь на вышеприведенных выражениях (5) и (6) сформулированной математической постановки задачи оптимального управления (1) ÷ (4), видно, что по своему характеру она является классической задачей нелинейного программирования.

Для решения классической задачи нелинейного программирования существует немало хорошо зарекомендовавших себя методов решения: метод максимума Понтрягина, динамический метод Беллмана, различные градиентные методы решения, метод множителей Лагранжа и другие методы. Для решения вышепоставленной задачи, использован метод Лагранжа [2, 3]. Суть метода Лагранжа состоит в том, чтобы свести (редуцировать) его к более простому набору задач, что дает возможность решить задачу оптимизации большой математической размерности, включая условия ограничений.

Известно, что применение метода множителей Лагранжа возможно не во всех случаях. Это обстоятельство связано с тем, что поскольку выбранный метод основан на нахождении частных производных целевой функции, решение поставленной задачи с помощью данного метода сводится к нахождению координат седловой точки, то есть решение задачи нелинейного программирования (1) ÷ (4), возможно только в том случае, если функция (5), характеризующая целевую функцию, является выпуклой.

Исходя из вышесказанного, перед тем, как применить данный метод, проанализируем выпуклые условия функции многих переменных в общем виде [4]. Согласно [5], необходимое условие выпуклости функции (5) состоит в том, что ее коэффициенты квадратичного эффекта (B_{ij} $(i, j = \overline{1,n})$) должны быть одинакового знака (положительного или отрицательного).

Для решения задачи выпуклого программирования (1) ÷ (4) составим функцию Лагранжа в следующем виде:

$$L(P,T,F,\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3,\lambda_4,\lambda_5,\lambda_6) = f_1(P,T,F) + \lambda_1(g_1(P,T,F) - 0.9) +$$
$$+ \lambda_2(0.939 - g_2(P,T,F)) + \lambda_3(250 - P) + \lambda_4(P - 150) + \lambda_5(300 - T) + \lambda_6(T - 190)\,.$$

Здесь $\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3,\lambda_4,\lambda_5,\lambda_6$ – множители Лагранжа.

На основе известной теоремы Куна-Таккера [6] сформулируем необходимые и достаточные условия существования седловой точки для функции Лагранжа:

$$\frac{\partial L_0}{\partial P} \le 0\,, \tag{7}$$

$$P^0 \frac{\partial L_0}{\partial P} = 0\,, \tag{8}$$

$$\frac{\partial L_0}{\partial T} \le 0\,, \tag{9}$$

$$T^0 \frac{\partial L_0}{\partial T} = 0\,, \tag{10}$$

$$\frac{\partial L_0}{\partial \lambda_i} \ge 0 \quad (i = \overline{1,6})\,, \tag{11}$$

$$\lambda_i^0 \frac{\partial L_0}{\partial \lambda_i} = 0 \quad (i = \overline{1,6})\,, \tag{12}$$

$$\lambda_i^0 \ge 0 \ \ (i = \overline{1,6})\,. \tag{13}$$

Здесь: $\frac{\partial L_0}{\partial P}, \frac{\partial L_0}{\partial T}$ и $\frac{\partial L_0}{\partial \lambda_j}, (j = \overline{1,6})$ – вычисленные значения частных производных функции Лагранжа.

Вводя неотрицательные переменные $\sigma_j (j = \overline{1,2})$ и $\eta_i \ (i = \overline{1,6})$, преобразуем неравенства (7), (9) и (11) в нижеследующие равенства:

$$\frac{\partial L_0}{\partial P} + \sigma_1 = 0\,, \tag{14}$$

$$\frac{\partial L_0}{\partial T} + \sigma_2 = 0\,, \tag{15}$$

$$\frac{\partial L_0}{\partial \lambda_i} - \eta_i = 0 \ \ (i = \overline{1,6})\,, \tag{16}$$

$$P^0 \sigma_1 = 0\,, \tag{17}$$

$$T^0 \sigma_2 = 0\,, \tag{18}$$

$$\lambda_i^0 \eta_i = 0 \ \ (i = \overline{1,6})\,, \tag{19}$$

$$\lambda_i^0 \ge 0,\ \sigma_i \ge 0,\ \eta_j \ge 0 \ \ (i = \overline{1,2},\ j = \overline{1,6})\,. \tag{20}$$

Таким образом, для нахождения решения задачи нелинейного выпуклого программирования (1) ÷ (4), необходимо определить неотрицательное решение системы линейных уравнений (14) ÷ (16), удовлетворяющее условиям (17) ÷ (20). Это решение определим с помощью метода искусственного базиса [6].

В то же время, решение уравнений (17) ÷ (19) с учетом выражений (14) ÷ (16) и условия (20) сводятся к нахождению максимума нижеследующей функции:

$$F = -M \sum_i z_i\,,$$

где Z_i – искусственная переменная, M – достаточно большое положительное число.

Исходя из вышесказанного, можно сделать вывод, что необходимым условием выпуклости нелинейной целевой функции является то обстоятельство, что все ее коэффициенты квадратичного эффекта одинакового знака.

Таким образом, выше исследована и решена важная задача оптимизации функционирования технологического процесса производства полиэтилена высокого давления и, исходя из особенностей рассматриваемого процесса, выбран эффективный метод ее решения (метод множителей Лагранжа), в результате чего определены оптимальные режимы работы процесса полимеризации этилена.

Литература:

1. Кафаров В.В. Методы кибернетики в химии и химической технологии. – М. : Химия. – 1985. – 448 с.
2. Бертсекас Д. Условная оптимизация и методы множителей Лагранжа. – М. : Радио и связь. – 1987. – 400 с.
3. Сухарев А.Г., Тимохов А.В., Федоров В.В. Курс методов оптимизации // Учебное пособие, 2-ое издание. – М. :Физматлит. – 2005. – 368 с.
4. Tyrrell Rockafellar. Lagrange multipliers and optimality // SIAM Review. – 2003. – Vol. 35. – № 2. – P. 15–21.
5. Эфендиев И.Р., Мустафаев И.А., Магеррамова Т.М. Разработка алгоритмов оптимального управления технологическим процессом производства пропиленгликоля // Постановка задачи и математический анализ алгоритмов оптимизации. Известия высших учебных заведений Азербайджана. – Баку, 2002. – № 2. – С. 54–59.
6. Карманов В.Г. Математическое программирование // Учебное пособие. – М. : Физматлит. – 2001. – 263 с.

References:

1. Kafarov V.V. Cybernetics Methods in Chemistry and Chemical Technology. – M. : Chemistry. – 1985. – 448 p.
2. Bertsekas D. Conditional Optimization and Lagrange Multiplier Methods. – M. : Radio and Communications. – 1987. – 400 p.
3. Sukharev A.G., Timokhov A.V., Fedorov V.V. Course of optimization methods // Tutorial, 2nd edition. – M. : Fizmatlit. – 2005. – 368 p.
4. Tyrrell Rockafellar. Lagrange multipliers and optimality // SIAM Review. – 2003. – Vol. 35. – № 2. – P. 15–21.
5. Efendiyev I.R., Mustafayev I.A., Maharramova T.M. Development of optimal control algorithms of propylene glycol production technological process // Problem statement and mathematical analysis of optimization algorithms. Proceedings of high schools of Azerbaijan. – Baku, 2002. – № 2. – P. 54–59.
6. Karmanov V.G. Mathematical programming // Textbook. – M. : Fizmatlit. – 2001. – 263 p.