



УДК 622.241.58:531.62

**ВЛИЯНИЕ ТИПОРАЗМЕРА ДОЛОТА НА УСТОЙЧИВОСТЬ
ПРЯМОЛИНЕЙНОЙ ФОРМЫ РАВНОВЕСИЯ НИЖНЕЙ ЧАСТИ
БУРИЛЬНОЙ КОЛОННЫ ПРИ БУРЕНИИ
ГОРИЗОНТАЛЬНОГО УЧАСТКА СТВОЛА СКВАЖИНЫ**

**INFLUENCE OF THE BIT SIZE ON THE STABILITY
OF THE STRAIGHT-LINE BALANCE OF THE LOWER PART
OF THE DRILL STRING WHEN DRILLING
A HORIZONTAL SECTION OF THE WELLBORE**

Кузнецов Александр Борисович
ГУП РК «Черноморнефтегаз»

Григулецкий Владимир Георгиевич
доктор технических наук, профессор,
Российский государственный университет
нефти и газа (национальный исследовательский университет)
имени И.М. Губкина
gvg-tnc@mail.ru

Аннотация. В работе рассмотрена устойчивость компоновки нижней части бурильной колонны при бурении горизонтального участка ствола скважины. При исследовании принято, что КНБК представляет собой тяжёлый упругий стержень, испытывающий совместное действие сил собственного веса и осевой нагрузки на долото. Впервые учтены особенности изгиба оси нижнего конца КНБК, обусловленные конструкцией породоразрушающего инструмента (долота) и механизма разрушения горных пород при бурении горизонтального участка ствола скважины. Изогнутая ось труб в скважине определяется из решения обыкновенного линейного дифференциального уравнения четвёртого порядка с соответствующими граничными условиями. Для нахождения «критической длины» компоновки нижней части бурильной колонны при бурении горизонтального участка ствола скважины получены простые приближённые формулы, учитывающие осевую нагрузку на долото, утяжелённых бурильных труб (за счёт значения изгибной жёсткости поперечного сечения труб) и типоразмер долота. Рассмотрены примеры расчётов.

Ключевые слова: бурильная колонна; осевая нагрузка на долото; силы собственного веса труб; изгиб оси нижней части бурильной колонны; кривая изгиба; дифференциальное уравнение; граничные условия; критическая длина КНБК; долото.

Kuznetsov Alexander Borisovich
State Unitary Enterprise of the Republic of
Crimea «Chernomorneftegaz»

Griguletsky Vladimir Georgievich
Doctor of Technical Sciences, Professor,
National University of Oil and Gas
«Gubkin University»
gvg-tnc@mail.ru

Annotation. The paper considers the stability of the lower part of the drill string when drilling a horizontal section of the wellbore. In the study, it was assumed that the BHA is a heavy elastic rod experiencing the combined action of its own weight and axial load on the bit. For the first time, the features of the bending of the axis of the lower end of the BHA, caused by the design of the rock cutting tool (bit) and the mechanism of rock destruction when drilling a horizontal section of the wellbore, are taken into account. The curved axis of the pipes in the well is determined from the solution of an ordinary linear differential equation of the fourth order with the corresponding boundary conditions. To find the «critical length» of the lower part of the drill string when drilling a horizontal section of the wellbore, simple approximate formulas are obtained that take into account the axial load on the bit, heavy-weight drill pipes (due to the value of the bending stiffness of the pipe cross-section) and the bit size. Examples of calculations are considered.

Keywords: drill string; axial load on the bit; self-weight forces of pipes; bending the axis of the lower part of the drill string; bending curve; differential equation; border conditions; critical length of the bottom drill string assembly; bit.

Введение

Долото по определению представляет собой специальный инструмент для разрушения горной породы при бурении нефтяных, газовых, водяных, геологоразведочных и других скважин. Различают шарошечные долота, лопастные долота, долота PDC (polycrystalline diamond compact) и др. [1]. Именно долото определяет, в основном, тип компоновки нижней части бурильной колонны (КНБК) при бурении скважин разного назначения [2–4].

В настоящее время значительно увеличиваются объёмы бурения скважин с горизонтальным стволом. В статье [5] отмечается, что только за 2014 год в компании ОАО «Газпромнефть» пробурено 249 горизонтальных скважин и 36 многоствольных горизонтальных скважин.



Авторы статьи [5] специально отмечают, что одной из значимых проблем при бурении горизонтальных скважин является не доведение нагрузки на долото. Следствием недостаточной нагрузки на долото являются такие негативные последствия, как преждевременный износ долот, снижение скорости, прихваты и др. [5].

Нижняя часть колонны бурильных труб по существу формирует ось скважины в процессе бурения, поэтому определение условий устойчивости и/или неустойчивости форм равновесия весьма важно для практики. При разных способах бурения скважин (турбинный, роторный, с применением ВЗД) колонна бурильных труб изменяет форму движения своей оси и при потере устойчивости нижней части возникают интенсивные продольные, поперечные и крутильные колебания труб [6]. Весьма важно установить параметры режима бурения, исключаяющие потерю прямолинейной формы равновесия оси труб для проводки горизонтальных и разветвленно-многозбойных скважин, чтобы обеспечить проектный профиль ствола и, особенно, конфигурацию разветвлённых горизонтальных ответвлений при заданных геологических условиях.

В статье [7] рассмотрены некоторые вопросы выбора параметров не ориентируемых компоновок нижней части бурильной колонны, с целью увеличения бурения длины горизонтального участка скважины. Установлено, в частности, что уменьшение удельного расхода бурового раствора позволяет увеличить длину горизонтального участка скважины. Вопросы упругой устойчивости равновесия нижней части бурильной колонны в работе [7] не рассматривались.

Исследование упругой устойчивости прямолинейной формы равновесия компоновки нижней части бурильной колонны с шарошечным долотом при бурении горизонтального участка скважины

В процессе бурения скважины нижняя часть бурильной колонны испытывает совместное действие сил собственного веса труб, центробежных сил, сил инерции, сил сжатия и растяжения от перепада давления бурового раствора, скручивающего момента от ствола ротора и осевой нагрузки на долото [1–4].

Осевая нагрузка на долото при этом определяется весом нижней части бурильной колонны в буровом растворе, расположенной ниже нейтрального сечения [2].

В классической теории устойчивости упругих стержней [8, 9] рассматривается устойчивость прямолинейной формы равновесия стержней без учёта сил собственного веса стержня. В качестве «критической силы» принимается «наименьшее значение внешних нагрузок, при котором становится возможным несколько форм равновесия. Пока нагрузка меньше критической, возможна лишь одна единственная форма равновесия, и эта форма, очевидно, будет устойчивой. При нагрузках, больших критической, возможны, по крайней мере, две формы равновесия. Устойчивой формой будет та, которой соответствует минимум потенциальной энергии» ([9], с. 209).

В соответствии с общепринятыми в технической литературе по бурению [2–4] положениями, принимаем, что нижняя часть бурильной колонны испытывает совместное действие сил собственного веса труб и осевой нагрузки на долото, а в процессе бурения вращается вокруг собственной оси, поэтому не учитываем центробежные силы; материал бурильных и/или утяжелённых бурильных труб (УБТ) является упругим и изотропным; изменения линейных размеров труб от движения бурового раствора и перепада давления внутри и снаружи труб не учитываются; поперечные смещения долота, труб, УБТ, центраторов и калибраторов ограничены стенками скважины; напряжённое состояние нижней части бурильной колонны описывается уравнениями линейной теории упругости; прогибы оси труб удовлетворяют условиям «малости», внутренний изгибающий момент колонны труб определяется зависимостью, основанной на гипотезе «плоских сечений»; **осевая нагрузка на долото равна весу части бурильной колонны в буровом растворе, расположенной ниже нейтрального сечения**; скручивающий момент от ствола ротора, действующий на колонну труб при бурении скважины не учитывается. Изучению разных вопросов упругой устойчивости колонны бурильных труб в вертикальной скважине посвящены работы Л.С. Лейбензона, А.Н. Динника, С.И. Шищенко, Р.И. Шищенко, В.И. Григорьева, Н.А. Сидорова, М.П. Гулизаде, Г.М. Саркисова, А.Е. Сарояна, Л.Е. Симонянца, Н.Г. Середы, Н.А. Сесюнина, Е.В. Шеберстова, С.А. Ширин-Заде, И.М. Аметова, Н.Ф. Лебедева, В.С. Фёдорова, А.Н. Шаньгина, Н.А. Кулигина, И.Л. Барского, А. Гринхилла, Ф. Виллерса, А. Лубинского, Г. Вудса и многих других авторов, однако устойчивость форм равновесия нижней части бурильной колонны при бурении горизонтального участка ствола скважины в этих работах не исследовались [2–4].

Расчётная схема положения нижней часть бурильной колонны без центраторов на горизонтальном участке ствола скважины показана на рисунке 1.

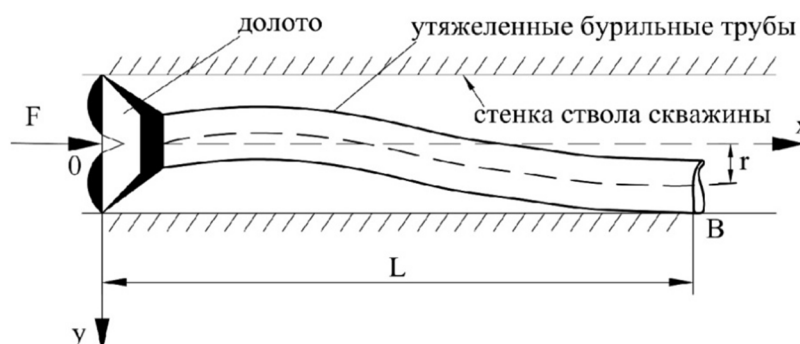


Рисунок 1 – Положение нижней части бурильной колонны с шарошечным долотом без центраторов на горизонтальном участке ствола скважины:
 F – осевая нагрузка на долото; B – первая точка контакта труб со стенками скважины

Для изогнутой оси нижней части бурильной колонны, испытывающей совместное действие сил собственного веса (qx) и осевой нагрузки на долото (F) можно записать основное линейное дифференциальное уравнение четвёртого порядка [3, 4, 8, 9] в виде:

$$EJ \frac{d^4y}{dx^4} + F \frac{d^2y}{dx^2} = q, \tag{1}$$

где EJ – жёсткость поперечного сечения труб при изгибе (E – модуль упругости материала труб; J – момент инерции поперечного сечения труб и/или УБТ); q – вес единицы длины труб и / или УБТ в буровом растворе; F – осевая нагрузка на долото.

Уравнение (1) можно записать в виде:

$$y^{IV}(x) + a^2 y''(x) = \beta, \tag{2}$$

$$F = a^2 EJ, q = \beta EJ.$$

Общее решение обыкновенного линейного дифференциального уравнения четвёртого порядка (2) можно записать в виде:

$$y(x) = C_1 + C_2x + C_3 \sin ax + C_4 \cos ax + 0,5 \left(\frac{\beta}{a^2} \right) x^2, \tag{3}$$

и найти производные:

$$y'(x) = C_2 + C_3 a \cos ax - C_4 a \sin ax + \left(\frac{\beta}{a^2} \right) x, \tag{4}$$

$$y''(x) = -C_3 a^2 \sin ax - C_4 a^2 \cos ax + \left(\frac{\beta}{a^2} \right), \tag{5}$$

C_1, C_2, C_3, C_4 – постоянные интегрирования, определяемые из граничных условий:

$$y(0) = 0; y''(0) = 0; \tag{6}$$

$$y'(L) = 0; y''(L) = 0. \tag{7}$$

Уравнения (6) отражают тот факт, что нижний конец компоновки нижней части бурильной колонны (КНБК) считается «шарнирной опорой». Если при бурении скважины используется шарошечное долото и над ним непосредственно не установлен центратор (стабилизатор или калибратор) номинального диаметра, то нижний конец бурильной колонны (долото) можно считать шарнирной опорой.

Такое допущение ранее использовалось в известных работах Л.С. Лейбензона, А.Н. Динника, Г.М. Саркисова, А.Е. Сарояна, Г. Вудса, А. Лубинского и других исследователей [2–4].

Отметим дополнительно, что конструктивно шарошечное долото представляет породоразрушающий инструмент **дробяще-скалывающего** действия. Механическое разрушение горной породы при этом происходит за счёт вращения шарошек, оснащённых зубьями или штырей из твёрдого или сверхтвёрдого материала (никель, вольфрам и др.). При вращении долота шарошки совершают сложное движение относительно собственной оси и вращательное движение вокруг оси долота.

Лабораторные испытания нагруженности венцов шарошечных буровых долот показывают, что **наибольшая доля всей осевой нагрузки, действующей на долото, приходится на средний венец первой шарошки** [10].



Относительная нагруженность этого венца при нагрузке на долото 80 кН и угловой скорости долота $3,3 \text{ с}^{-1}$ составляет 19,1 % от общей осевой нагрузки на долото.

Это значительно превосходит относительную нагруженность соседних с ним периферийного и вершинного венцов, воспринимающих соответственно 10,6 % и 13,4 % всей осевой нагрузки на долото [10].

При таком характере взаимодействия долота с горной породой действительно на долоте реализуются условия шарнирного закрепления нижнего конца КНБК. Шарошечные долота используются при бурении твёрдых и крепких горных пород (в настоящее время около 90 % объёма всех буровых работ в мире выполняется с применением шарошечных долот).

Уравнения (7) отражают тот факт, что в точке $x = L$ (L – расстояние от долота до точки касания труб со стенкой скважины) и выше, нижняя часть бурильной колонны лежит на нижней стенке скважины (рис. 1).

Используя граничные условия (6) и (7), находим значения постоянных интегрирования:

$$C_1 = -\frac{\beta}{a^4}; \quad C_2 = \frac{\beta}{a^3} \left(\frac{1 - \cos aL}{\sin aL} - aL \right);$$

$$C_3 = \frac{\beta}{a^4} \left(\frac{1 - \cos aL}{\sin aL} \right); \quad C_4 = \frac{\beta}{a^4}. \tag{8}$$

Для функции $y(x)$, определяющей кривую изгиба оси бурильных и / или утяжелённых бурильных труб можно записать соотношение:

$$y(x) = \frac{\beta}{a^4} \left[(1 - \cos aL) \frac{\sin ax}{\sin aL} - (1 - \cos ax) - 0,5a^2x(L - x) \right]. \tag{9}$$

Структура соотношения (9) показывает, что величина прогиба оси труб **неограниченно возрастает**, если выполняется условие:

$$\sin aL = 0. \tag{10}$$

Таким образом, наименьшее положительное значение ($L = L_{кр}$), получаемое из уравнения (10):

$$L_{кр} = \pi \sqrt{\frac{EJ}{F}}, \tag{11}$$

определяет «критическую» длину компоновки нижней части бурильной колонны, при которой становится возможным существование нескольких форм равновесия при заданной осевой нагрузке на долото (F) и типоразмерах утяжелённых бурильных труб (т.е. заданных значениях изгибной жёсткости – EJ) при использовании **шарошечных долот**.

Пример расчёта

Пусть компоновка нижней части бурильной колонны при бурении горизонтального участка ствола скважины состоит из **шарошечного долота** диаметром 295,3 мм ($D_d = 0,2953 \text{ м}$), утяжелённых бурильных труб с наружным диаметром 203 мм ($D_n = 0,203 \text{ м}$; $D_{вн} = 0,100 \text{ м}$; $EJ = 1659000 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, [4]), осевая нагрузка на долото равна 10 тс ($F = 10000 \text{ кг}$).

По формуле (11) находим «критическую длину» КНБК без центраторов для заданной осевой нагрузки на долото:

$$L_{кр} = \pi \sqrt{\frac{EJ}{F}} = 3,14 \sqrt{\frac{1659000}{10000}} = 40,4 \text{ м}.$$

Если осевая нагрузка на долото (F) при данной КНБК равна 20 тс ($F = 20000 \text{ кг}$), то «критическая длина» компоновки нижней части бурильной колонны без центраторов при бурении горизонтального участка ствола скважины будет равна:

$$L_{кр} = \pi \sqrt{\frac{EJ}{F}} = 3,14 \sqrt{\frac{1659000}{20000}} = 28,6 \text{ м}.$$

Исследование упругой устойчивости прямолинейной формы равновесия компоновки нижней части бурильной колонны с лопастным долотом (или долотом PDC) при бурении горизонтального участка скважины

Рассмотрим положение нижней части бурильной колонны без центраторов на горизонтальном участке ствола скважины, когда применяются лопастные и / или долота PDC (рис. 2).

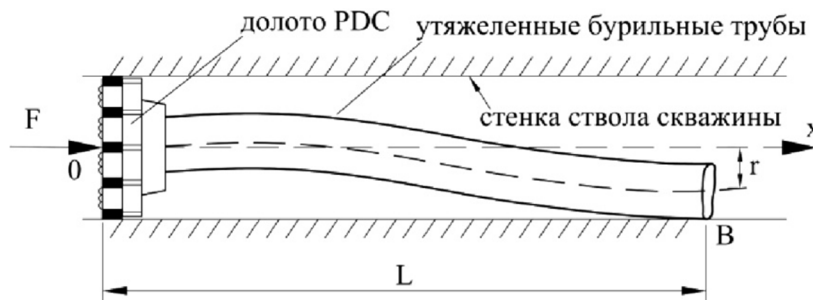


Рисунок 2 – Положение нижней части бурильной колонны с долотом PDC без центраторов на горизонтальном участке ствола скважины
 F – осевая нагрузка на долото; B – первая точка контакта труб со стенками скважины

В случае, когда при бурении скважины используются лопастные долота (алмазные долота), или долота с матричным корпусом (PDC), то существенно изменяются условия работы нижнего конца КНБК. Во-первых, изменяется механизм разрушения горной породы при бурении скважины – **разрушение горной породы происходит истирающе-режущим способом.**

Во-вторых, на практике для уменьшения поперечных колебаний низа КНБК непосредственно над долотом устанавливают наддолотный калибратор (и / или центратор) номинального диаметра.

Лопастные долота используют, как правило, при бурении горных пород низкой и средней твердости, а алмазные долота – при бурении твердых и крепких горных пород.

Долота с матричным корпусом обладают высокой износостойкостью. Как правило, долота PDC имеют на корпусе три спаренных радиальных сектора, а торцовая и калибрующие поверхности армированы природными или искусственными алмазами, и/или вольфрамовыми и никелевыми стволками. Долота PDC обладают повышенной термостойкостью, что позволяет использовать их при бурении горных пород разной твердости.

При описанных условиях взаимодействия долота и горной породы (при использовании долот PDC, лопастных и алмазных долот) можно считать, что нижний конец бурильной колонны находится в условиях «**жёсткого**» **закрепления** (или «**защемления**»), как это принято в общей теории устойчивости упругих систем [8, 9].

Изогнутая ось нижней части бурильной колонны испытывает совместное действие сил собственного веса (qx), осевой нагрузки на долото (F) и описывается, по-прежнему, линейным дифференциальным уравнением четвёртого порядка (1), поэтому его общее решение можно записать в виде:

$$y(x) = C_1 + C_2x + C_3 \sin ax + C_4 \cos ax + 0,5 \left(\frac{\beta}{a^2} \right) x^2, \tag{12}$$

C_1, C_2, C_3, C_4 – постоянные интегрирования, определяемые из граничных условий:

$$y(0) = 0; y'(0) = 0; \tag{13}$$

$$y'(L) = 0; y''(L) = 0. \tag{14}$$

Уравнения (13) отражают тот факт, что нижний конец компоновки нижней части бурильной колонны (долото) считается «защемлённой» опорой. Первое уравнение (13) отражает условие отсутствия радиального смещения долота ($y(0) = 0$) относительно оси скважины, а второе граничное условие ($y'(0) = 0$) показывает, что касательная к изогнутой оси КНБК совпадает с осью скважины.

Граничные условия (14) отражают тот факт, что в точке $x = L$ (L – расстояние от долота до точки контакта труб с нижней стенкой скважины) и выше, нижняя часть бурильной колонны лежит на нижней стенке скважины (рис. 2).

Используя граничные условия (13) и (14), находим значения постоянных интегрирования:

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{\beta}{a^4} \left(\frac{\cos aL - 1 + aL \sin aL}{\cos aL - 1} \right); \\ C_2 &= \frac{\beta}{a^3} \left(\frac{\sin aL - aL \cos aL}{\cos aL - 1} \right); \\ C_3 &= \frac{\beta}{a^4} \left(\frac{\sin aL - aL \cos aL}{1 - \cos aL} \right); \\ C_4 &= \frac{\beta}{a^4} \left(\frac{\cos aL - 1 + aL \sin aL}{1 - \cos aL} \right). \end{aligned} \tag{15}$$



Для функции $y(x)$, определяющей кривую изгиба оси бурильных и/или утяжелённых бурильных труб можно записать соотношение:

$$y(x) = \left(\frac{\beta}{a^4}\right) \left(\frac{\sin aL - aL \cos aL}{1 - \cos aL}\right) (\sin ax - ax) + 0,5 \left(\frac{\beta}{a^2}\right) x^2 + \left(\frac{\beta}{a^4}\right) \left(\frac{\cos aL - 1 + aL \sin aL}{1 - \cos aL}\right) (\cos ax - 1). \tag{16}$$

Структура соотношения (16) показывает, что величина прогиба оси труб **неограниченно возрастает**, если выполняется условие:

$$1 - \cos aL = 0. \tag{17}$$

Наименьшее положительное значение: $(L = L_{кр})$, получаемое из уравнения (17) равно:

$$L_{кр} = 2\pi \sqrt{\frac{EJ}{F}}, \tag{18}$$

определяет «критическую» длину компоновки нижней части бурильной колонны, при которой становится возможным существование нескольких форм равновесия при заданной осевой нагрузке на долото (F) и типоразмерах утяжелённых бурильных труб (значение изгибной жёсткости – EJ) при использовании **лопастных долот (долот PDC, или алмазных долот)**.

Пример расчёта

Пусть компоновка нижней части бурильной колонны при бурении горизонтального участка ствола скважины состоит из лопастного долота диаметром 295,3 мм ($D_d = 0,2953$ м), утяжелённых бурильных труб с наружным диаметром 203 мм ($D_n = 0,203$ м; $D_{вн} = 0,100$ м; $EJ = 1659000$ кг · м², [4]), осевая нагрузка на долото равна 20 тс ($F = 20000$ кг).

По формуле (18) находим «критическую длину» КНБК без центраторов для заданной осевой нагрузки на долото:

$$L_{кр} = 2\pi \sqrt{\frac{EJ}{F}} = 6,28 \sqrt{\frac{1659000}{20000}} = 57,2 \text{ м.}$$

В качестве основных **выводов** можно отметить следующие положения:

1. На основе общепринятых положений линейной теории упругости материалов и теории устойчивости упругих стержней и оболочек, сформулирована и решена приближенная задача об упругой устойчивости прямолинейной формы равновесия компоновки нижней части бурильной колонны при бурении горизонтального участка ствола скважины; принято, что КНБК представляет тяжелый упругий стержень, испытывающий совместное действие сил собственного веса и осевой нагрузки на долото.

2. Впервые учтены особенности изгиба оси нижнего конца КНБК, обусловленные конструкцией породоразрушающего инструмента (долота) и механизмом разрушения горных пород при бурении горизонтального участка ствола скважины.

3. Для нахождения «критической» длины КНБК при бурении горизонтального участка ствола скважины получены простые приближённые формулы, учитывающие осевую нагрузку, типоразмер УБТ и долота.

4. Приведены примеры расчётов.

Литература:

1. Шацов Н.И., Фёдоров В.С., Кулиев С.М. Бурение нефтяных и газовых скважин. – М. : Гостихиздат, 1961. – 666 с.
2. Вудс Г., Лубинский А. Искривление скважин при бурении // Перевод с англ. – М. : Гостехиздат, 1960. – 162 с.
3. Григулецкий В.Г. Расчёт компоновок бурильной колонны для борьбы с искривлением скважины при роторном и турбинном бурении. – М. : ВНИОЭНГ, 1982. – 57 с.
4. Григулецкий В.Г., Лукьянов В.Т. Проектирование компоновок нижней части бурильной колонны. – М. : Недра, 1990. – 302 с.
5. Хузина Л.Б., Шайхутдинова А.Ф. Технологическое решение для повышения эффективности работы долот PDC // Известия Высших учебных заведения. Нефть и газ. – 2016. – № 4. – С. 84–87.
6. Григулецкий В.Г. Оптимальное управление при бурении скважин. – М. : Недра, 1988. – 229 с.
7. Гречин Е.Г., Бастриков С.Н., Кузнецов В.Г. Неориентированные компоновки для бурения горизонтального участка скважин // Строительство нефтяных и газовых скважин на суше и на море. – 2020. – № 12 (336). – С. 5–9.
8. Тимошенко С.П. Устойчивость упругих систем. – М. : Гостехтеориздат, 1955. – 567 с.



9. Тимошенко С.П. Устойчивость стержней, пластин и оболочек. – М. : Наука, 1971. – 808 с.
10. Пальченков В.А., Долгушин В.В., Кулибин Г.А. Исследование загруженности венцов шарошек буровых долот // Известия Высших учебных заведений. Нефть и газ. – 2016. – № 4. – С. 81–84.

References:

1. Shatsov N.I., Fedorov V.S., Kuliev S.M. Drilling of oil and gas wells. – М. : Gostikhizdat, 1961. – 666 p.
2. Woods G., Lubinsky A. Wellbore curvature while drilling // Translated from English. – М. : Gostekhizdat, 1960. – 162 p.
3. Griguletsky V.G. Calculation of Drill Casing Arrangements to Control Well Warping at Rotary and Turbine Drilling. – М. : VNIIOENG, 1982. – 57 p.
4. Griguletsky V.G., Lukyanov V.T. Designing of Lower Drill Stem Components. – М. : Nedra, 1990. – 302 p.
5. Khuzina L.B., Shaikhutdinova A.F. Technological solution to improve PDC drill bit efficiency // Izvestiya Vysshey Vysshey uchebnykh obrazovaniye. Oil and gas. – 2016. – № 4. – P. 84–87.
6. Griguletsky V.G. Optimal control when drilling wells. – М. : Nedra, 1988. – 229 p.
7. Grechin E.G., Bastrikov S.N., Kuznetsov V.G. Undirected layouts for drilling horizontal section of wells // Construction of oil and gas wells onshore and offshore. – 2020. – № 12 (336). – P. 5–9.
8. Timoshenko S.P. Stability of elastic systems. – М. : Gostekhizdat, 1955. – 567 p.
9. Timoshenko S.P. Stability of Rods, Plates and Shells. – М. : Nauka, 1971. – 808 p.
10. Palchenkov V.A., Dolgushin V.V., Kulibin G.A. The study of the loading of the rotary beads of drill bits // Izvestiya Vyssikh izucheniya. Oil and gas. – 2016. – № 4. – P. 81–84.