УДК 539.3

НАЧАЛЬНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ В ЛИНЕЙНО-УПРУГИХ ПОРОДАХ

–––––––

INITIAL STRESSES IN LINEAR-ELASTIC ROCKS

Гулгазли Алескер Самед оглы
доктор технических наук AZ1010,
профессор кафедры механики,
Азербайджанского государственного университета
нефти и промышленности

Аббасов Сакит Гасан оглы
кандидат технических наук AZ1010,
доцент кафедры механики,
Азербайджанского государственного университета
нефти и промышленности
s.h.abbasov@mail.ru

Gulgazli Alesker Samed oglu
Doctor of Technical Sciences AZ1010,
Professor, Department of Mechanics,
Azerbaijan State University Oil and Industry

Abbasov Sakit Hasan oglu
Candidate of Technical Sciences AZ1010,
Associate Professor,
Department of Mechanics,
Azerbaijan State University Oil and Industry
s.h.abbasov@mail.ru

Аннотация. Известно, что при бурении нефтяных скважин в околоствольной зоне горной породы происходит изменение напряженного состояния. Эти изменения происходит за счет внутреннего давления бурильного раствора и могут быть определены как решение задачи Ламе [2]. Чтобы определить полное напряженное состояние следует определить начальные напряжения, которые имеют место до бурения скважины. В данной работе определено начальные напряжения, которые имеют место до бурения скважины в линейно-упругих породах.

Ключевые слова: перемещение, деформация, напряжение, давление, скважина, порода, задача Ламе.

Annotation. It is known that when drilling oil wells in the near-wellbore zone of the rock, a change in the stress state occurs. These changes occur due to the internal pressure of the drilling fluid and can be defined as a solution to the Lame problem [2]. To determine the full stress state, it is necessary to determine the initial stresses that occur before drilling the well. In this paper, the initial stresses are determined that occur before drilling a well in linearly elastic rocks.

Keywords: displacement, deformation, stress, pressure, well, rock, Lame problem

Известно, что породы, расположенные на больших глубинах, находятся под определенным давлением [3]. По мере увеличения глубины эти давления также увеличиваются. Возникновение фонтанов в нефтяных скважинах, пробуренных на большие глубины, также связано с этим начальным давлением. Начальные напряжения также создают определенные проблемы в процессе бурения скважин. Под действием таких напряжений диаметр пробуренных скважин может уменьшиться, что приведет к защемлению (заклепке) труб. Известно, что пластичность и схлопывание всегда начинаются изнутри, независимо от того, давление на цилиндрическую трубку внутреннее или внешнее [1]. Если моделировать нефтяные и газовые скважины в виде цилиндров с бесконечно большими внешними радиусами, то после определенной глубины внутренние стенки скважин натираются и проливаются, что, в свою очередь, приводит к изгибу (заклепке) труб. Следует отметить, что щебень (в основном песчаные породы) могут дробиться и заливаться в скважину даже при низких напряжениях. Однако при бурении, буровой раствор предотвращает их трение и разлив. На больших глубинах даже твердые породы дробятся и засыпаются в скважину, поэтому буровые растворы не могут этому помешать. Таким образом, перед бурением нефтяных и газовых скважин необходимо определить их глубину и критический диаметр, не допустить образования фонтанов и т.д. Определение начальных напряжений в горных породах имеет большое практическое значение.

Математическое моделирование проблемы. Предположим, нужно пробурить скважину до глубины H. Выберем декартову систему координат так, чтобы начало координат находилось на дне скважины, ось z направлена вертикально вверх, а горизонтальные оси x и y перпендикулярны к оси скважины. Поскольку радиус Земли намного больше, чем длина скважины, можно предположить, что слой земли толщиной H имеет форму пластины между двумя параллельными плоскостями. Предположим, что деформации в породах упругие до тех пор, пока не пробурены скважины. Мы также будем учитывать, что породы однородны и изотропны, а поперечные размеры слоя бесконечно велики.

Поскольку поперечные размеры бесконечно велики, а породы однородны и изотропны, составляющие вектора смещения до бурения имеют следующий вид:

$$u_X = u_Y = 0\,;\; u_Z = u_Z(z)\,. \tag{1}$$

Учитывая уравнение (1) для компонент тензора деформации, получаем следующие выражения:

$$\begin{cases}\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u_x}{\partial x} = 0;\ \varepsilon_{yy} = \frac{\partial u_y}{\partial y} = 0;\ \varepsilon_{xy} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x}\right) = 0 \\ \varepsilon_{yz} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y}\right) = 0, \varepsilon_{xz} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x}\right) = 0 \\ \varepsilon_{zz} = \frac{\partial u_z}{\partial z} = u'_z \end{cases} \quad (2)$$

Если обозначить относительное изменение объема через θ,

$$\theta = \varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz} = u'_z \quad (3)$$

Предположим, что порода толщиной H ведет себя как линейное упругое тело, тогда из закона Гука для компонентов напряжения имеем [1].

$$\begin{cases}\sigma_{xx} = \lambda\theta + z\mu\varepsilon_{xx} = \lambda u'_z; \sigma_{yy} = \lambda\theta + z\mu\varepsilon_{yy} = \lambda u'_z \\ \sigma_{xy} = 2\mu\varepsilon_{xy} = 0;\ \sigma_{xz} = 2\mu\varepsilon_{xz} = 0 \\ \sigma_{yz} = 2\mu\varepsilon_{yz} = 0;\ \sigma_{zz} = \lambda\theta + 2\mu\varepsilon_{zz} = (\lambda + 2\mu)u'_z \end{cases} \quad (4)$$

где λ, μ – коэффициенты Lame.

Известно, что уравнения равновесия при бесконечно малых деформаций имеют вид [1].

$$\begin{cases}\frac{\partial\sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial\sigma_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial\sigma_{xz}}{\partial z} + \rho F_x = 0 \\ \frac{\partial\sigma_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial\sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial\sigma_{yz}}{\partial z} + \rho F_y = 0 \\ \frac{\partial\sigma_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial\sigma_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial\sigma_{zz}}{\partial z} + \rho F_z = 0 \end{cases} \quad (5)$$

Здесь ρ – плотность породы, $\rho F_x, \rho F_y$, ρF_z – составляющие массовых сил. Для горных пород

$$\rho F_x = \rho F_y = 0;\ \rho F_z = -\rho g \quad (6)$$

g-ускорение свободного падения. Из уравнений (4), видно, что в этом случае первое и второе уравнения системы (5) выполняются тождественно. Третье уравнение выглядит следующим образом

$$(\lambda + 2\mu\mu)_z'' - \rho g = 0 \quad (7)$$

Из (7)

$$u''_z = \frac{\rho g}{\lambda + 2\mu} \quad (8)$$

Если проинтегрировать (8) по z:

$$u'_z = \frac{\rho g z}{\lambda + 2\mu} + C_1 \quad (9)$$

где C_1 – произвольная постоянная интегрирования.

Если проинтегрировать (9) по *z*

$$u_z = \frac{\rho g z^2}{2(\lambda + 2\mu\mu)} + C_1 z + C_2 \quad (10)$$

где C_2 – произвольная постоянная интегрирования.

Воспользуемся следующими граничными условиями для нахождения постоянных интегрирования C_1 и C_2

$$uz(0)=0: \sigma_{zz}(H) = -P_\alpha \quad (11)$$

где P_α – атмосферное давление. Учитывая (10) в первом уравнении (11), получаем $C_2 = 0$; тогда

$$u_z = \frac{\rho g}{2(\lambda + 2\mu\mu)} \cdot z^2 + c_1 z \quad (12)$$

Учитывая (9) в последнем уравнении (4) имеем:

$$\sigma_{zz} = \rho g z + (\lambda + 2\mu \cdot c_1) \quad (13)$$

Учитывая (13) во втором условии (11) получим:

$$\rho g H + (\lambda + 2\mu\mu)_1 = -P_a$$

Откуда

$$c_1 = -\frac{P_0 + \rho g H}{\lambda + 2\mu} \quad (14)$$

Если подставить (14) в (9)

$$u'_z = \frac{1}{\lambda+2\mu}[\rho g(z-H)P_f] \tag{15}$$

Если подставить (15) в (4)

$$\begin{cases} \sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \lambda \cdot u_z = \frac{\lambda}{\lambda+2\mu}[\rho g(Z-H) - P_a] \\ \sigma_{zz} = \rho g(Z-H) - P_a;\ \sigma_{xy} = \sigma_{xz} = \sigma_{yz} = 0 \end{cases} \tag{16}$$

Как видно из (16):

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \frac{\lambda}{\lambda+2\mu} \cdot \sigma_{zz} \tag{17}$$

Известно, что [1]

$$\lambda = \frac{Ev}{(1+v)(1-2v)};\ \mu = \frac{E}{2(1+v)} \tag{18}$$

Здесь E – модуль Юнга породы, v – коэффициент Пуассона. Если мы подставимм (18) в (17), то получим:

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \frac{v}{1-v}\sigma_{zz} \tag{19}$$

Известно, что материал течет как жидкость при растяжении под постоянном натяжении $\sigma_{xx} = \sigma_T$. Где σ_T – предел текучести. Учитывая это в (19).

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \sigma_{zz} \tag{20}$$

Уравнения (20) дают нам известный из физики закон Паскаля: ***давление, оказываемое на несжимаемую идеальную жидкость, равномерно передается во всех направлениях без изменений.***

Подставляя (18) в (16) получим:

$$\begin{cases} \sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \frac{v}{1-v}[\rho g(Z-H) - P_a] \\ \sigma_{xy} = \sigma_{xz} = \sigma_{yz} = 0 \\ \sigma_{zz} = \rho g(Z-H) - P_a \end{cases} \tag{21}$$

Уравнения (16) и (21) дают нам начальные напряжения в горных породах. Как видно из (21), начальные напряжения в горных породах не зависят от модуля Юнга. Учитывая это атмосферное давление $P_a \approx 100000$ Па $= 0{,}1$ МПа; и $1\text{МПа} = 1\text{кГ/см}^2$ можно пренебрегать P_a в уравнениях (16) и (21). Тогда выражение начальных напряжений в горных породах выглядит следующим образом:

$$\begin{cases} \sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \frac{\lambda}{\lambda+2\mu} \cdot \rho g(Z-H) \\ \sigma_{xy} = \sigma_{xz} = \sigma_{yz} = 0 \\ \sigma_{zz} = \rho g(Z-H) \end{cases} \tag{22}$$

Или

$$\begin{cases} \sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \frac{v}{1-v} \cdot \rho g(Z-H) \\ \sigma_{xy} = \sigma_{xz} = \sigma_{yz} = 0 \\ \sigma_{zz} = \rho g(Z-H) \end{cases} \tag{23}$$

Выражения (22) и (23) используются для определения напряжений в горных породах при бурении нефтяных и газовых скважин.

Литература:

1. Амензаде Ю.А. Теория упругости. – М. : Высшая школа. – 1976. – 271 с.
2. Ягубов Н.И., Гулгазли А.С., Аббасов С.Г. О применимости теоремы Мориса Леви задачам вязко упругости. – Изв. ВУЗ-ов Нефть и газ. – 1994. – № 2. – С. 87–90.
3. Ягубов Н.И. Расчет обсадных колонн на прочность. – М. : Недра,1982. – 184 с.

References:

1. Amenzadeh Y.A. Theory of Elasticity. – M. : High School. – 1976. – 271 p.
2. Yagubov N.I., Gulgazli A.S., Abbasov S.G. About applicability of Maurice Levy theorem to visco-elasticity problems. – Izv. of Vuzov Oil and Gas. – 1994. – № 2. – P. 87–90.
3. Yagubov N.I. Calculation of Casing on Strength. – M. : Nedra, 1982. – 184 p.