



УДК 622.276.5+622.297.5(072.8)

## ГИДРОДИНАМИКА СИСТЕМЫ ТЕРМАЛЬНЫХ СКВАЖИН В ГЕТЕРОГЕННОМ ОГРАНИЧЕННОМ ПЛАСТЕ

### HYDRODYNAMICS OF THE THERMAL WELL SYSTEM IN A HETEROGENEOUS CONFINED FORMATION

**Шарнов Александр Иванович**

кандидат технических наук, доцент,  
доцент кафедры машин и оборудования  
нефтяных и газовых промыслов  
Армавирского механико-технологического  
института (филиал),  
Кубанский государственный  
технологический университет  
a.i.sharnov@mail.ru

**Sharnov Alexander Ivanovich**

Candidate of Technical Sciences,  
Associate Professor of the Department of  
Machinery and Equipment of  
Oil and Gas Fields,  
Armavir Institute of Mechanics and  
Technology (Branch),  
Kuban State University Technology  
a.i.sharnov@mail.ru

**Аннотация.** Исследована гидродинамика циркуляционной тепловой системы, состоящей из двух скважин эксплуатационной и нагнетательной в условиях конечного гетерогенного пласта. Получены аналитические зависимости для определения полей давления, дебитов скважин, скоростей фильтрации, утечек теплоносителя из системы.

**Annotation.** The hydrodynamics of a circulating heat system consisting of two wells, the production and injection wells, under conditions of a finite heterogeneous formation is studied. Analytical dependences for determining pressure fields, well flow rates, filtration rates, and coolant leaks from the system are obtained.

**Ключевые слова:** фильтрация, жидкость, ограниченный, пласт, гетерогенный, скважина, дебит, гидродинамика, система, циркуляция.

**Keywords:** filtration, liquid, limited, formation, heterogeneous, well, flow rate, hydrodynamics, system, circulation.

**Р**ассмотрим задачу нестационарной фильтрации теплоносителя для системы, состоящей из двух скважин, в ограниченной области гетерогенного пласта с расходом  $Q_0$  на внешней границе.

Решение задачи в аналогичной постановке для неограниченного гетерогенного пласта представлено автором в работе [1]. В данном случае в постановке задачи условие на бесконечности заменится условием на внешней границе:

$$\left. \frac{\partial P}{\partial r} \right|_{r=b} = 0 \tag{1}$$

Введя безразмерные переменные и новую неизвестную функцию  $u = \frac{P - P_{пл}}{P_3}$  ( $P_3 = P_{пл}$ ,  $u_3 = 0$ ) и применив преобразование Лапласа по переменной  $F_0$  получим краевую задачу для изображения в виде:

$$\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{u}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \theta^2} - \delta^2 \bar{u} = 0, \quad 1 \leq r \leq b; \tag{2}$$

$$\bar{u}|_{r=1} = \frac{u_3}{\sigma(1 + \xi\sigma)}, \tag{3}$$

$$\left. \frac{\partial \bar{u}}{\partial r} \right|_{r=b} = 0 \tag{4}$$

$$\lim_{r_1 \rightarrow 0} r_1 \cdot \frac{\partial \bar{u}}{\partial r_1} = -\frac{\bar{q}}{\sigma(1 + \xi\sigma)}, \quad \bar{q} = \frac{Q_0 \mu}{2\pi \tau_0 h P_{пл}}. \tag{5}$$

Используя теорему сложения для функций Бесселя, фундаментальное решение уравнения (2) с учетом условия (5) представим в виде:



$$V = \begin{cases} \frac{\bar{q}}{\sigma(1+\xi\sigma)} \sum_{k=0}^{\infty} \varepsilon_k I_k(r\delta) K_k(R\delta) \cos k\theta, & r \leq R; \\ \frac{\bar{q}}{\sigma(1+\xi\sigma)} \sum_{k=0}^{\infty} \varepsilon_k I_k(R\delta) K_k(r\delta) \cos k\theta & r > R, \end{cases} \quad (6)$$

где  $\varepsilon_k = \begin{cases} 1, & k = 0; \\ 2, & k \neq 0 \end{cases}$ ,  $I_k(x)$ ,  $K_k(x)$  – модифицированные функции Бесселя I и II рода соответственно.

Определяя функцию W по методу разделения переменных, имеем ( $u = V + W$ ):

$$u = \begin{cases} \frac{\bar{q}}{\sigma(1+\xi\sigma)} \sum_{k=0}^{\infty} [\varepsilon_k I_k(r\delta) K_k(R\delta) + a_k I_k(r\delta) + c_k K_k(r\delta)] \cos k\theta, & r \leq R; \\ \frac{\bar{q}}{\sigma(1+\xi\sigma)} \sum_{k=0}^{\infty} [\varepsilon_k I_k(R\delta) K_k(r\delta) + a_k I_k(r\delta) + c_k K_k(r\delta)] \cos k\theta & r > R, \end{cases} \quad (7)$$

Удовлетворяя решение (7) условиям (3) (4), получим систему уравнений для определения коэффициентов  $a_k$  и  $c_k$

$$\begin{cases} \varepsilon_k I_k(\delta) K_k(R\delta) + a_k I_k(\delta) + c_k K_k(\delta) = 0, \\ \varepsilon_k I_k(R\delta) K_k'(b\delta) + a_k I_k'(b\delta) + c_k K_k'(b\delta) = 0. \end{cases} \quad (8)$$

Определив  $a_k$  и  $c_k$  из (8), получим:

$$u = \begin{cases} \frac{\bar{q}}{\sigma(1+\xi\sigma)} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\varepsilon_k A_k(r\delta, \delta) B_k(R\delta, b\delta)}{B_k(\delta, b\delta)} \cos k\theta, & r \leq R; \\ \frac{\bar{q}}{\sigma(1+\xi\sigma)} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\varepsilon_k A_k(R\delta, \delta)(r\delta, b\delta)}{B_k(\delta, b\delta)} \cos k\theta, & r > R, \end{cases} \quad (9)$$

где  $A_k(\alpha, \beta) = I_k(\alpha) K_k(\beta) - K_k(\alpha) I_k(\beta)$ ,  
 $B_k(\alpha, \beta) = I_k(\alpha) K_k'(\beta) - K_k(\alpha) I_k'(\beta)$ .

Так как подынтегральная функция интеграла Фурье-Меллина от изображения (10) однозначна относительно  $\beta$ , используя для определения оригинала теорему разложения, будем иметь

$$u_i = \begin{cases} \frac{\bar{q}}{2} \ln c_1 + \pi^2 \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \varepsilon_k D_{k,m} \Phi_i(\lambda_{k,m}^2 F_0) \cos k\theta, & 1 \leq r < R, \\ \frac{\bar{q}}{2} \ln c_2 + \pi^2 \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \varepsilon_k E_{k,m} \Phi_i(\lambda_{k,m}^2 F_0) \cos k\theta, & R \leq r \leq b, \end{cases} \quad (10)$$

$$D_{k,m} = L_{k,m} \cdot F_{k,m}(r) \cdot M_{k,m}(R),$$

$$E_{k,m} = L_{k,m} \cdot F_{k,m}(R) \cdot M_{k,m}(r),$$

$$L_{k,m} = \frac{J_k(\lambda_{k,m}) J_k'(b, \lambda_{k,m})}{[J_k'(b, \lambda_{k,m})]^2 - J_k^2(\lambda_{k,m}) \left(1 - \frac{k^2}{b^2 \lambda_{k,m}^2}\right)}.$$

$$F_{k,m}(\alpha) = J_k(\alpha \lambda_{k,m}) Y_k(\alpha \lambda_{k,m}) - J_k(\lambda_{k,m}) Y_k(b \lambda_{k,m}),$$

$$M_{k,m}(\alpha) = J_k'(b \lambda_{k,m}) Y_k(\alpha \lambda_{k,m}) - J_k(\alpha \lambda_{k,m}) Y_k'(b \lambda_{k,m}),$$

$$c_1 = \frac{r^2 f\left(\frac{R}{rb^2}\right) f\left(\frac{1}{rR}\right)}{f\left(\frac{rR}{b^2}\right) f\left(\frac{r}{R}\right)}, \quad c_2 = \frac{R^2 f\left(\frac{r}{Rb^2}\right) f\left(\frac{1}{rR}\right)}{f\left(\frac{rR}{b^2}\right) f\left(\frac{R}{r}\right)};$$

$$f(\alpha) = 1 + 2\alpha \cos \theta + \alpha^2,$$



$$\Phi_1(\lambda_{k,m}^2, Fo) = \frac{\exp\left(-\frac{\lambda_{k,m}^2 Fo}{1 + \xi \lambda_{k,m}^2}\right)}{1 + \xi \lambda_{k,m}^2},$$

$$\Phi_2(\lambda_{k,m}^2, Fo) = \exp\left(-\frac{\lambda_{k,m}^2 Fo}{1 + \xi \lambda_{k,m}^2}\right),$$

где  $\lambda_{k,m}$  – корни трансцендентного уравнения

$$J_k(\lambda)Y_k'(\lambda b) - Y_k'(\lambda)J_k(\lambda b) = 0, \tag{11}$$

$J_k(x), Y_k(x)$  – функции Бесселя I и II рода соответственно.

Первые корни уравнения (2) приведены в таблице:

R	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\alpha_5$
$3 \cdot 10^3$	$1,75 \cdot 10^{-4}$	$1,36 \cdot 10^{-3}$	$2,42 \cdot 10^{-3}$	$3,48 \cdot 10^{-3}$	$4,5 \cdot 10^{-3}$
$2,5 \cdot 10^3$	$2,12 \cdot 10^{-4}$	$1,63 \cdot 10^{-3}$	$2,91 \cdot 10^{-3}$	$4,18 \cdot 10^{-3}$	$5,44 \cdot 10^{-3}$

Определим дебит эксплуатационной скважины циркуляционной тепловой системы. Используя введенные ранее безразмерные переменные, будем иметь:

$$Q_э = \frac{2hk_0P_э}{\mu} \int_0^\pi \frac{\partial u_1}{\partial r} \Big|_{r=1} d\theta$$

Дифференцируя (9) при  $r = 1$ , получим

$$\frac{\partial u_1}{\partial r} \Big|_{r=1} = \frac{q}{\sigma(1 + \xi\sigma)} \sum_{k=0}^\infty \varepsilon_k \frac{B_k(R\delta, b\delta)}{B_k(\delta, b\delta)} \cos k\theta. \tag{12}$$

Из (12), выполнив обратное преобразование, получим формулу для утечек в условиях конечного пласта в горизонтальном направлении.

$$\delta_y = \pi \sum_{m=1}^\infty L_{0,m} M_{0,m}(R) \frac{\exp\left(-\frac{\lambda_{0,m}^2 Fo}{1 + \xi \lambda_{0,m}^2}\right)}{1 + \xi \lambda_{0,m}^2} \tag{13}$$

где  $\delta_y = \frac{Q_H - Q_э}{Q_H}$ .

Из полученных формул при  $\xi = 0$  следуют формулы, описывающие гидродинамику циркуляционной тепловой системы, образованных в пористых пластах, полученные автором ранее [2].

На рисунках 1, 2 представлено изменение утечек теплоносителя из циркуляционной тепловой системы в зависимости от времени закачки, коллекторских свойств пород и геометрических параметров системы.

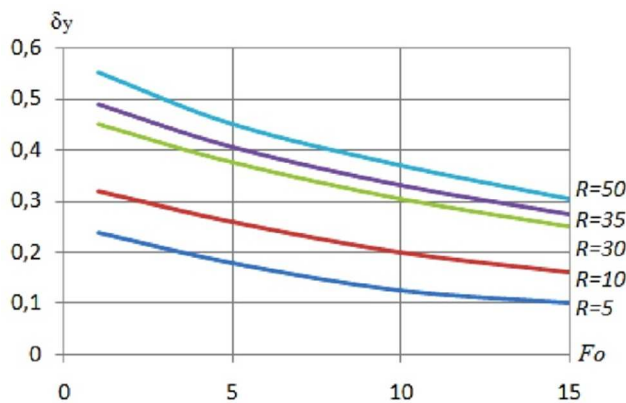
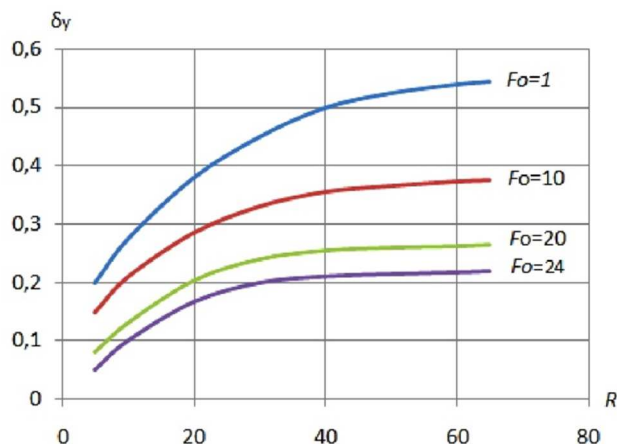


Рисунок 1 – Изменение утечек теплоносителя из циркуляционной тепловой системы в зависимости от времени закачки



**Рисунок 2** – Изменение утечек теплоносителя из циркуляционной тепловой системы в зависимости от геометрии системы

### Литература:

1. Шарнов А.И. Гидродинамика системы термальных скважин в гетерогенном неограниченном пласте // Булатовские чтения : материалы IV Международной научно-практической конференции (31 марта 2020 г.) : в 7 т. : сборник статей / Под общ. ред. д-ра техн. наук, проф. О.В. Савенок. Разработка нефтяных и газовых месторождений. – Краснодар : Издательский Дом – Юг. – 2020. – Т. 2. – С. 424–429.

2. Шарнов А.И. Фильтрация к скважине в гетерогенном пласте двойной пористости // Булатовские чтения : материалы II Международной научно-практической конференции (31 марта 2018 г.) : в 7 т. : сборник статей / Под общ. ред. д-ра техн. наук, проф. О.В. Савенок. Разработка нефтяных и газовых месторождений. – Краснодар : Издательский Дом – Юг. – 2018. – Т. 2. – Ч. 2. – С. 222–231.

### References:

1. Sharnov A.I. Hydrodynamics of thermal well system in heterogeneous unconfined reservoir // Bulatov readings : proceedings of IV International Scientific-Practical Conference (March 31, 2020) : in 7 vol. Collection of articles / Under general ed. of Doctor of Technical Sciences, professor O.V. Savenok. Development of oil and gas fields. – Krasnodar : Publishing House – South. – 2020. – Vol. 2. – P. 424–429.

2. Sharnov A.I. Filtration to the well in a heterogeneous layer of double porosity // Bulatov Readings : Proceedings of II International Scientific and Practical Conference (March 31, 2018) : in 7 vol. Collection of articles / Under general ed. of Doctor of Technical Sciences, professor O.V. Savenok. Development of oil and gas fields. – Krasnodar : Publishing House – South. – 2018. – Vol. 2. – Part 2. – P. 222–231.