



УДК 622.323

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ОДНОФАЗНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ В РАДИАЛЬНОЙ СИСТЕМЕ КООРДИНАТ



NUMERICAL SOLUTION OF ONE PHASE DYNAMIC FLOW PROBLEM IN RADIAL COORDINATE SYSTEM

Хабибуллин Радмир Альфисович

магистрант,
Альметьевский государственный
нефтяной институт
radmir-1996d@mail.ru

Ибрагимов Ильдар Ильясович

кандидат технических наук, доцент,
доцент кафедры геологии,
Альметьевский государственный
нефтяной институт
ildaribragimov5@gmail.com

Аннотация. В работе приведен вариант решения уравнения пьезопроводности на квазиравномерной сетке. Представлена конечно-разностная схема решения уравнения пьезопроводности и проведен расчет распределения давления на тестовой модели.

Ключевые слова: Уравнение пьезопроводности, конечно-разностная схема, квазиравномерная сетка, радиальная система координат, MatLab.

Khabibullin Radmir Alfisovich

Magister,
Almetyevsk State Oil Institute
radmir-1996d@mail.ru

Ibragimov Ildar Ilyasovich

Ph.D., Associate Professor of geology,
Almetyevsk State Oil Institute
ildaribragimov5@gmail.com

Annotation. The paper presents a variant of solving the piezoelectric conductivity equation on a quasi-uniform grid. A finite-difference scheme for solving the piezoelectric conductivity equation is presented, and the pressure distribution is calculated on a test model.

Keywords: Piezoelectricity equation, finite-difference scheme, quasi-uniform scheme, radial coordinate system, MatLab.

Успешная разработка месторождений углеводородов на сегодняшний день требует вовлечения большого объема знаний и опыта, накопленных за годы проведенных исследований и практики [1].

Одним из важных инструментов для обоснованного принятия управленческих решений при разработке месторождений углеводородов является моделирование процессов извлечения нефти и газа.

На рынке представлено множество гидродинамических симуляторов для решения поставленных задач, которые постоянно совершенствуются и дополняются новыми опциями. В их основе лежат одни и те же уравнения, описывающие фильтрационные процессы. Для понимания особенностей работы программных продуктов и целесообразности их применения для решения конкретных задач необходимо знать эти основы.

Одним из основополагающих уравнений которое решают программных продуктов, применяемых в разработке нефтяных и газовых месторождений, является уравнение пьезопроводности [2]. В данной работе рассматривается уравнение для однофазного потока в радиальной системе координат:

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{\alpha}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial P}{\partial r} \right), \quad (1)$$

где α – коэффициент пьезопроводности пласта.

Для решения уравнения (1) применяются конечно-разностные аппроксимации. Конечно-разностная аппроксимация левой части по времени имеет вид:

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{P_i^{t+1} - P_i^t}{\Delta t}, \quad (2)$$

где Δt – шаг по временной координате.



По неявной схеме дискретизации правая часть уравнения имеет вид:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial P}{\partial r} \right) = \frac{1}{r_i} \frac{r_{i+1}^{i+\frac{1}{2}} \frac{P_{i+1} - P_i}{r_{i+1} - r_i} - r_{i-1}^{i-\frac{1}{2}} \frac{P_i - P_{i-1}}{r_i - r_{i-1}}}{r_{i+\frac{1}{2}} - r_{i-\frac{1}{2}}}, \tag{3}$$

где $r_{i\pm 1} = \frac{r_i + r_{i\pm 1}}{2}$ – псевдорadiусы квазиравномерной сетки в радиальной системе координат.

Представим круговой пласт радиусом $R_k = 3000$ м и скважину радиусом $r_c = 0.1$ м, для которого необходимо просчитать распределение давления. Остальные параметры системы необходимые для расчета приведены в таблице 1.

Таблица 1 – Параметры системы для расчета

Параметр	Обозначение	Значение	ед. измерения
Проницаемость	к	500	мД
Пористость	Ø	20	%
Вязкость флюида	μ	5	МПа·с
Коэффициент пьезопроводности	α	0,033	м ² /с
Начальное пластовое давление	P0	20	МПа

При решении задачи используется квазиравномерная сетка с множителем $q = N \sqrt{\frac{R_N}{r_c}}$, где N – количество узлов [3]. Узел с номером 1 будет соответствовать стенке скважины, а узел с номером N контуру.

Соотношения (2) и (3) в рамках неявной разностной схемы приводится к виду:

$$A_i P_{i-1}^{t+1} - B_i P_i^{t+1} + C_i P_{i+1}^{t+1} = D_i, \tag{5}$$

где коэффициенты вычисляются по формулам:

$$\begin{aligned} A_i &= \frac{\alpha \cdot \Delta t}{r_i (h_i + h_{i+1})} \left(\frac{2r_i}{h_i} - 1 \right) \\ B_i &= \frac{\alpha \cdot \Delta t}{r_i (h_i + h_{i+1})} \left(\frac{2r_i}{h_{i+1}} + \frac{2r_i}{h_i} \right) + 1, \\ C_i &= \frac{\alpha \cdot \Delta t}{r_i (h_i + h_{i+1})} \left(\frac{2r_i}{h_{i+1}} + 1 \right) \\ D_i &= -P_i^t \end{aligned} \tag{6}$$

где h_i – шаг пространственной сетки.

Уравнение (5) решается методом прогонки. Схема системы представлена на рисунке 1.

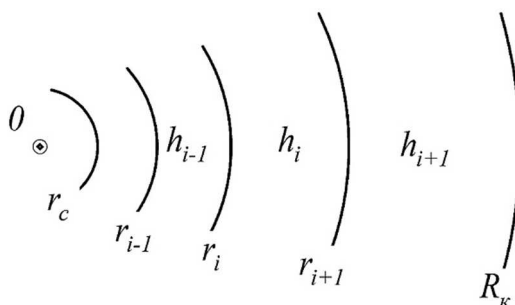


Рисунок 1 – Схема квазиравномерной сетки

Программная реализация решения уравнения (5) в частных производных была проведена на языке MATLAB. Результат расчета за время $t = 365$ сут представлено на рисунке 2.

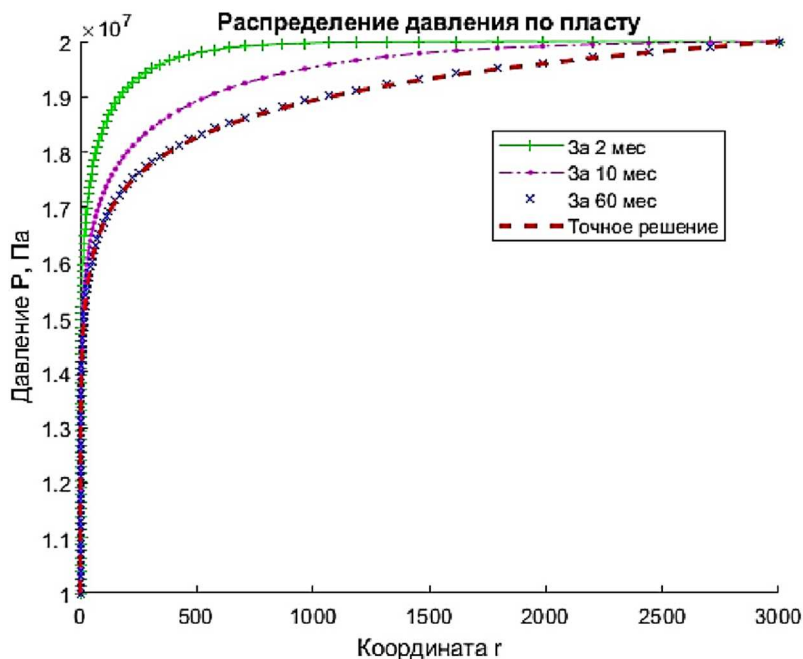


Рисунок 2 – Распределение давления по квазиравномерной сетке

Параметры пластовой системы, такие как давление и насыщенности, меняются резко в приквацинной зоне. Из-за чего при использовании расчетной сетки с крупными шагами может привести к плохой сходимости результатов. Учитывая, что характер течения в приквацинной зоне в большинстве случаев близок к радиальному, наиболее оптимальным для решения данной проблемы является применение квазиравномерной радиальной сетки. Знание того каким образом происходят вычисления в готовых программных продуктах позволяет инженерам подбирать при моделировании оптимальные параметры для обеспечения точности и снижения времени расчета.

Литература

1. Каневская Р.Д. Математическое моделирование гидродинамических процессов разработки месторождений углеводородов. – Москва-Ижевск : Институт компьютерных исследований, 2002. – 140 с.
2. Азиз Х. Математическое моделирование пластовых систем / Х. Азиз, Э. Сеттари. – Москва-Ижевск : Институт компьютерных исследований, 2004. – 416 с.
3. Ибрагимов И.И. Математическое моделирование геологии и разработки нефтяных месторождений. Методическое пособие для студентов. – Альметьевск : Альметьевский государственный нефтяной институт, 2016. – 61 с.

References

1. Kanevskaya R.D. Mathematical modeling of hydrodynamic processes of hydrocarbon field development. – Moscow-Izhevsk : Institute of Computer Research, 2002. – 140 p.
2. Aziz H. Mathematical modeling of reservoir systems / X. Aziz, E. Settari. – Moscow-Izhevsk : Institute for Computer Research, 2004. – 416 p.
3. Ibragimov I.I. Mathematical modeling of geology and development of oil fields. Methodical manual for students. – Almeteyevsk : Almeteyevsk State Oil Institute, 2016. – 61 p.