



УДК 621.315

АНАЛИЗ ПАРАМЕТРОВ МЕДНЫХ ОБМОТОЧНЫХ ПРОВОДОВ НА ОСНОВЕ ТЕОРЕМЫ УМОВА-ПОЙНТИНГА

ANALYSIS OF THE PARAMETERS OF COPPER WINDING WIRES BASED ON THEOREM UMUV-POYNTING

Квон Алексей Михайлович

кандидат технических наук, доцент,
доцент кафедры
электротехники и электрических машин,
Кубанский государственный
технологический университет
alexquinasofi@yandex.ru

Автайкин Илья Николаевич

кандидат технических наук, доцент,
доцент кафедры
электротехники и электрических машин,
Кубанский государственный
технологический университет
glubokovodnik@yandex.ru

Артенян Корян Завенович

студент,
Кубанский государственный
технологический университет
zevs4998@mail.ru

Аннотация. В работе определяются активные и индуктивные сопротивления медных проводов с применением теории электромагнитного поля для широкого диапазона сечений. Расчеты проводятся на основе теоремы Умова-Пойнтинга в комплексной форме записи.

Ключевые слова: активные и индуктивные сопротивления; медные обмоточные провода; теорема Умова-Пойнтинга; MathCAD.

Kvon Aleksei Mikhailovich

Candidate of technical Sciences,
Associate Professor,
Department of electrical engineering
and electrical machines,
Kuban state technological university
alexquinasofi@yandex.ru

Avtaykin Ilya Nikolaevich

Candidate of technical Sciences,
Associate Professor,
Department of electrical engineering
and electrical machines,
Kuban state technological university
glubokovodnik@yandex.ru

Artenyan Koryun Zavenovich

Student,
Kuban state technological university
zevs4998@mail.ru

Annotation. In the work determined by the active and inductive resistance of copper wires with application of the theory of the electromagnetic field for a broad range of sections. The calculations are based on the Umov-Poynting theorem in the complex form of a record.

Keywords: active and inductive resistances; copper winding wires; Umov-Poynting theorem; MathCAD.

Теория электромагнитного поля позволяет провести уточненный расчет параметров медных проводов, который обычно приводится либо на основе экспериментальных данных, либо по эмпирическим формулам. В работах [1, 2] рассматривалось влияние частоты на параметры проводников, и лишь предполагался характер зависимости от геометрических размеров. То, что при увеличении длины проводника его сопротивление растёт, а при увеличении площади сечения активное сопротивление падает – это общеизвестно. Данное соотношение не учитывает ряд явлений, которые порождает переменное электромагнитное поле. Чтобы, с высокой степенью точности, ответить каково будет активное и индуктивное сопротивление для данного соотношения материала, размеров и частоты необходимо воспользоваться теоремой Умова-Пойнтинга:

$$-\oint \bar{\Pi} d\bar{S} = P + jQ = I^2 r + jI^2 x = I^2 \underline{Z}. \tag{1}$$

Для проводящей среды в цилиндрической системе координат получено соотношение для полного комплексного сопротивления:

$$\underline{Z} = \frac{b_0 \sqrt{2\pi f \gamma \mu_a}}{2\pi r b_1} e^{j(\beta_0 - \beta_1 - 45^\circ)}. \tag{2}$$

Для определения составляющих полного сопротивления необходимо определить функцию Бесселя:

$$J_0(qr) = b_0 e^{j\beta_0}, \tag{3}$$

$$J_1(qr) = b_1 e^{j\beta_1}. \tag{4}$$



Расчеты проводились в MathCAD 13, поэтому функция Бесселя введена в виде матрицы data, так как встроенной функции для расчета функций Бесселя первого рода от комплексного аргумента в MathCAD 13 не предусмотрено. Данные для составления матрицы взяты из [3]. Первый столбец соответствует параметру qr , второй и третий определены на основе выражений

$$\frac{b_0}{b_1} \sin(\beta_0 - \beta_1 - 45^\circ), \tag{5}$$

$$\frac{b_0}{b_1} \cos(\beta_0 - \beta_1 - 45^\circ). \tag{6}$$

$$\text{data} = \begin{bmatrix} 0.2 & 10.0008719 & 0.050619393 \\ 0.4 & 5.00099249 & 0.100389833 \\ 0.6 & 3.335641583 & 0.1497205 \\ 0.8 & 2.505045413 & 0.199791094 \\ 1 & 2.010595348 & 0.24936388 \\ 1.2 & 1.684746145 & 0.298582363 \\ 1.4 & 1.456366501 & 0.346418264 \\ 1.6 & 1.291424043 & 0.393349641 \\ 1.8 & 1.169521408 & 0.438429786 \\ 2 & 1.078181402 & 0.48488319 \\ 2.2 & 1.010284607 & 0.519661642 \end{bmatrix} \tag{7}$$

Пределы изменения радиусов по оси абсцисс определяются содержащимися в матрице data крайними значениями параметра qr функции Бесселя. Именно по этой причине искомые зависимости не определены в начальной части и ограничены определенными максимальными значениями.

На рисунке 1 приведен график $R(r)$, полученный с применением линейной интерполяции. Начальные значения $r = 0,00132$ м, $R = 0,00314$ Ом/м. Конечные $r = 0,0145$ м, $R = 2,88 \cdot 10^{-5}$ Ом/м. Зависимость наглядно обосновывает выпуск одножильных медных проводов диаметром до 8,5 мм, так как дальнейшее увеличение сечения не приводит к существенному уменьшению сопротивления.

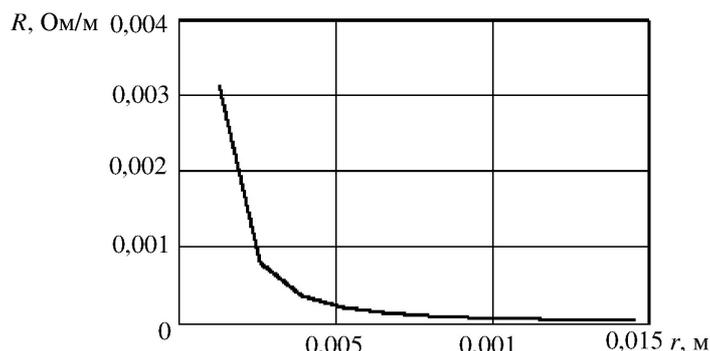


Рисунок 1 – Активное сопротивление медных проводов при 50 Гц

Из рисунка 2 следует, что индуктивное сопротивление уменьшается медленнее активного с ростом сечения проводника для радиусов от 0 до 15 мм. Дополнительный изгиб-вогнутость объясняется тем, что одновременно с линейным ростом радиуса обратно пропорциональному индуктивному сопротивлению происходит нелинейное увеличение функции Бесселя. Не гладкая форма вогнутости определяется применением линейной интерполяции и большим интервалом между табличными значениями аргумента qr функции Бесселя.

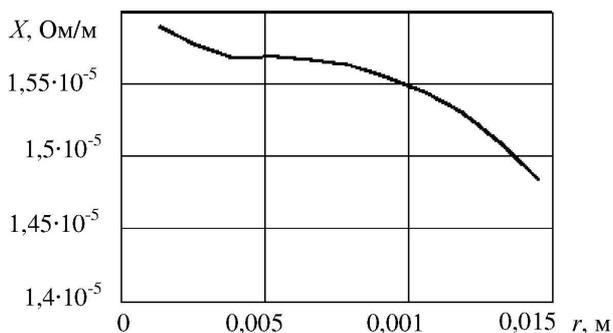


Рисунок 2 – Индуктивное сопротивление медных проводов при 50 Гц



На рассматриваемом интервале изменения радиусов (рис. 3) относительное индуктивное сопротивление составляет от 0 до 0,514 активного. Для одножильных медных проводов круглого сечения диаметром до 30 мм этот показатель составляет от 0 до 0,0524. Таким образом, учет индуктивного сопротивления медных одножильных проводов диаметром до 8 мм в инженерных расчетах не обязателен, так как оно составляет менее 5 % от активного. При расчете проводов большего диаметра на частоте 50 Гц рекомендуется учитывать индуктивную составляющую полного сопротивления.

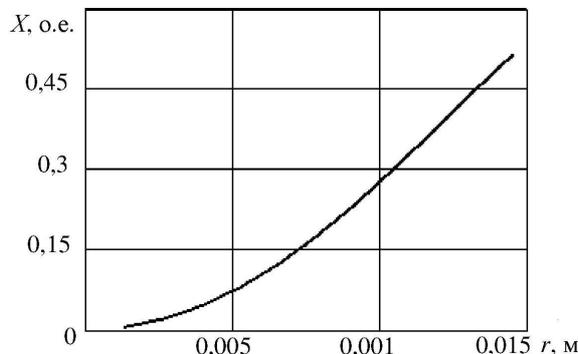


Рисунок 3 – Относительное индуктивное сопротивление медных проводов при 50 Гц

Применение теории электромагнитного поля, а именно теоремы Умова-Пойнтинга, описывающей энергетические соотношения электромагнитной системы позволяет теоретически получить параметры электрических и магнитных сред. Полученные в работе результаты позволят уточнить каталожные данные медных обмоточных проводов, рассчитывать и анализировать параметрические соотношения и адекватность тех или иных допущений в процессе исследований электротехнических комплексов и систем.

Литература:

1. Квон А.М. Уточнение параметров однородных изотропных проводящих сред цилиндрической формы : Электромеханические преобразователи энергии // Материалы третьей межвузовской научной конференции : Сборник материалов. – Краснодар : КВАИ, 2004. – Т. II. – С. 147–151.
2. Квон А.М., Автайкин И.Н. Учет влияния частоты на активную и индуктивную составляющие меди : Энерго- и ресурсосберегающие технологии и установки // Материалы четвертой южнороссийской научной конференции : Сборник материалов. – Краснодар : КВВАУЛ, 2005. – Т. I. – С. 192–195.
3. Янке Е., Эмде Ф., Лёш Ф. Специальные функции. – М. : Наука, 1977. – 344 с.

References:

1. Kvon A.M. Specification of parameters of homogeneous isotropic conducting media of cylindrical shape : Electromechanical energy converters // Materials of the third interuniversity scientific conference : Collection of materials. – Krasnodar : Krasnodar Military Aviation Institute, 2004. – Vol. II. – P. 147–151.
2. Kvon A.M., Avtaykin I.N. Taking into account the influence of frequency on the active and inductive components of copper : Energy and resource saving technologies and installations // Proceedings of the fourth southern conference : Collection of materials. – Krasnodar : Krasnodar Higher Military Aviation School, 2005. – Vol. I. – P. 192–195.
3. Janke E., Emde F., Lesh F. Special functions. – M. : Science, 1977. – 344 p.