



УДК 622.276.5+622.297.5 (072.8)

## ФИЛЬТРАЦИЯ В ГОРИЗОНТАЛЬНОМ ГЕТЕРОГЕННОМ ПО ПРОНИЦАЕМОСТИ ПЛАСТЕ К НЕСОВЕРШЕННОЙ СКВАЖИНЕ С ПОСТОЯННЫМ ДЕБИТОМ

### FILTERING IN HORIZONTAL HETEROGENEOUS PERMEABILITY RESERVOIR TO AN IMPERFECT BOREHOLE WITH CONSTANT YIELD

**Шарнов Александр Иванович**

кандидат технических наук, доцент,  
доцент кафедры машин  
и оборудования нефтяных  
и газовых промыслов,  
Армавирский  
механико-технологического институт,  
Кубанский государственный  
технологический университет  
a.i.sharnov@mail.ru

**Sharnov Alexander Ivanovich**

Candidate of Technical Sciences,  
Associate professor of the Department  
of machinery and equipment  
of oil and gas fields,  
Armavir Institute  
of mechanics and technology,  
Kuban State University of Technology  
a.i.sharnov@mail.ru

**Аннотация.** Приведено точное решение задачи линейной фильтрации в полособразном пласте с гетерогенной проницаемостью к несовершенной по характеру вскрытия скважине с постоянным дебитом.

**Annotation.** The exact solution of the problem of linear filtration in a strip-shaped reservoir with heterogeneous permeability to a well with constant flow rate, which is not perfect by the nature of opening, is given.

**Ключевые слова:** фильтрация, жидкость, горизонтальный, гетерогенный, проницаемость, пласт, несовершенная, скважина, дебит.

**Keywords:** filtration, liquids, horizontal, heterogeneous, permeability, reservoir, imperfect, well, flow rate.

Рассмотрим горизонтальный гетерогенный по проницаемости пласт, заключенный между непроницаемыми кровлей и подошвой. Считаем, что главные оси гетерогенности взаимно перпендикулярны и направлены горизонтально и вертикально, образуя систему координат  $(rOz)$ . Коэффициент проницаемости вдоль оси абсцисс  $Ox$  является переменной вида:

$$k_r(r) = k_0 \left( \frac{\bar{r}}{r_0} \right)^n, \tag{1}$$

а в направлении оси ординат  $Oz$  – постоянной величиной  $k_z$ .

Составляющие скорости фильтрации вдоль главных направлений будут

$$v_r = -\frac{k_r}{\mu} \frac{\partial P}{\partial r}, \quad v_z = -\frac{k_z}{\mu} \frac{\partial P}{\partial z}, \tag{2}$$

Скважина, вскрывающая пласт, имеет радиус  $r_0 = 1$  и проницаемую часть длиной  $l = l_2 - l_1 < h$  (рис.1).

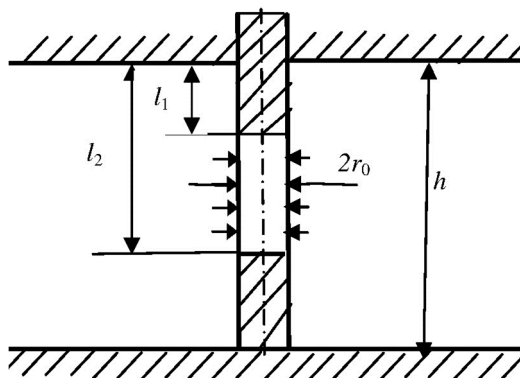


Рисунок 1



До начала работы скважины давление во всех точках пласта одинаково, его можно свести к нулевому линейным преобразованием  $P = P_{nn} + u_q$ .

Скважина начинает работать с постоянным расходом  $Q$ .

При таких условиях для функции давления  $u(r, z, t)$  нужно решить задачу, которая в безразмерных переменных имеет вид:

$$\frac{\partial u}{\partial F_0} = \xi \frac{\partial}{\partial F_0} \left[ r^n \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + (1+n)r^{n-1} \frac{\partial u}{\partial r} + k_z \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right] = r^n \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + (1+n)r^{n+1} \frac{\partial u}{\partial r} + k_z \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}, \quad (3)$$

$$u(r, z, 0) = 0, \quad 1 \leq r < \infty, \quad 0 \leq z \leq h.$$

$$u(\infty, z, F_0) = 0, \quad F_0 > 0, \quad 0 \leq z \leq h. \quad (4)$$

$$\left. \frac{\partial u(r, z, F_0)}{\partial z} \right|_{z=0}^{z=h} = 0, \quad F_0 > 0, \quad 1 \leq r < \infty, \quad (5)$$

$$r^{n+1} \frac{\partial u}{\partial r} \Big|_{r=1} = \begin{cases} - \left[ 1 - \exp\left(-\frac{1}{\xi} F_0\right) \right], & z \in [l_1, l_2], \\ 0, & z \notin [l_1, l_2]. \end{cases} \quad (6)$$

Применяя преобразование Лапласа по переменной  $F_0$  из уравнения (3) получим:

$$r^n \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial r^2} + (1+n) \cdot r^{n-1} \frac{\partial \bar{u}}{\partial r} + k_z \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} - \delta^2 \bar{u} = 0, \quad 1 \leq r < \infty, \quad 0 \leq z \leq h. \quad (7)$$

Граничные условия (4)-(6) преобразуются соответственно в условия:

$$\bar{u}(\infty, z, \sigma) = 0, \quad 0 \leq z \leq h; \quad (8)$$

$$\left. \frac{\partial \bar{u}(r, z, \sigma)}{\partial z} \right|_{z=0}^{z=h} = 0, \quad 1 \leq r < \infty, \quad 0 \leq z \leq h. \quad (9)$$

$$r^{n+1} \frac{\partial \bar{u}}{\partial r} \Big|_{r=1} = \begin{cases} -\frac{1}{\sigma(1+\xi\sigma)}, & z \in [l_1, l_2]; \\ 0, & z \notin [l_1, l_2]. \end{cases} \quad (10)$$

Задачу (7)–(10) будем решать методом разделения переменных:  $u(r, z, \sigma) = Z(z)R(r, \sigma)$ .

Из уравнения (7) получаем соотношение:

$$\frac{z'}{z} = \frac{\delta^2 R - r^n R'' - (1+n)r^{n-1} R'}{k_z R} = -\lambda^2. \quad (11)$$

Из соотношения (11) и граничного условия (9) получаем краевую задачу типа Штурма-Лиувилля для функций  $Z_m(z)$  и параметра  $\lambda$ :  $z'' + \lambda^2 z = 0$ ,  $z'(0) = z'(h) = 0$ .

Ее решениями будут собственные функции:

$$Z_m(z) = \cos \lambda_m z \quad (12)$$

и собственные значения:

$$\lambda_m = \frac{m\pi}{h}.$$

Функции  $R(r, \sigma)$  определяем из уравнений:

$$r^n R''_m + (1+n)r^{n-1} R'_m - (\delta^2 + \lambda_m^2 k_z) R_m = 0, \quad m = 0, 1, 2, \dots, \quad (13)$$

которые также получаются из соотношения (11).

При этом из условия (8) следует:

$$R(\infty, \sigma) = 0. \quad (14)$$



Уравнение (13) является частным случаем уравнения Ломмеля, решением которого, при условии (14), будут:

$$R_m(r, \sigma) = B_m r^{-\frac{n}{2}} K_\nu \left( \frac{2}{2-n} r^{\frac{2-n}{2}} S_m \right), \tag{15}$$

где  $B_m$  – произвольная постоянная.

На основании (12) и (15) составляем решения уравнения (7), удовлетворяющее граничным условиям (8) и (10):  $\bar{u}_m(r, z, \sigma) = B_m r^{-\frac{n}{2}} K_\nu(x \cdot S_m) \cdot \cos \lambda_m z$ ,  $x = \frac{2}{2-n} r^{\frac{2-n}{2}}$ .

Покажем теперь, что найдутся такие  $B_m$ , при которых решением задачи (7)–(10) будет сумма ряда:

$$\bar{u}(r, z, \sigma) = \sum_{m=0}^{\infty} \bar{u}_m(r, z, \sigma). \tag{16}$$

Для этого рассмотрим ряд производных:

$$f(r, z, \sigma) = \sum_{m=0}^{\infty} r^{n+1} \frac{\partial u_m}{\partial r} = - \sum_{m=0}^{\infty} B_m r S_m K_{\nu-1}(x \cdot \delta_m) \cdot \cos \lambda_m z \tag{17}$$

и запишем для него краевое условие (10) при  $r = 1$ . Тогда для искомым коэффициентов  $B_m$  получаем:

$$- B_m S_m K_{\nu-1}(x_0 \cdot \delta_m) = \frac{2}{h} \int_0^h f(r, z, \sigma) \cdot \cos \lambda_m z dz = \frac{2}{h} \int_{l_1}^{l_2} \frac{\cos \lambda_m z}{\sigma(1 + \xi \sigma)} dz. \tag{18}$$

Вычисляя интеграл справа в (18), окончательно получим для  $m = 0, 1, 2, \dots$ :

$$B_0 = \frac{l}{S_0 K_{\nu-1}(x_0 \cdot S_0) h \sigma (1 + \xi \sigma)}, \tag{19}$$

$$B_m = \frac{4 \sin \frac{1}{2} \lambda_m l \cdot \cos \frac{1}{2} \lambda_m (l_1 + l_2)}{S_m K_{\nu-1}(x_0 \cdot S_m) m \pi \sigma (1 + \xi \sigma)}.$$

Исследуем сходимость ряда (16) при найденных значениях (19) коэффициентов  $B_m$ . Для этого достаточно исследовать сходимость ряда:

$$\sum_{m=1}^{\infty} \frac{r^{-\frac{n}{2}} \Lambda_m(z) K_\nu(x \cdot S_m)}{m S_m K_{\nu-1}(x_0 \cdot S_m)} < \sum_{m=1}^{\infty} \left| \frac{K_\nu(x_0 \cdot S_m)}{S_m \cdot m \cdot K_{\nu-1}(x_0 \cdot S_m)} \right|, \tag{20}$$

где  $\Lambda_m(z) = 4 \sin \frac{1}{2} \lambda_m l \cdot \cos \frac{1}{2} \lambda_m (l_1 + l_2) \cdot \cos \lambda_m z$ .

Ряд (20) при любых значениях  $z$  и при  $r \geq r_0 = 1$ , мажорируется рядом

$$\sum_{m=1}^{\infty} \left| \frac{K_\nu(x_0 \cdot S_m)}{m S_m K_{\nu-1}(x_0 \cdot S_m)} \right|. \tag{21}$$

Докажем сходимость ряда (21). Для этого составим для него варианту Бертрана:

$$\beta_n = \ln n \cdot \left[ n \left( \frac{a_n}{a_{n+1}} - 1 \right) - 1 \right]. \tag{22}$$

Если  $\beta = \lim_{n \rightarrow \infty} \beta_n$  то при  $\beta > 1$  ряд сходится,  $\beta < 1$  ряд расходится.

Используя асимптотические формулы для функций  $K_\nu(x)$  от бесконечно большой переменной,

которые имеют вид:  $K_\nu(x) = \left( \frac{\pi}{2x} \right)^{\frac{1}{2}} \exp(-x)$  для модифицированных функций Бесселя II рода, получаем, что варианта Бертрана стремится к бесконечности, следовательно, ряд (16) сходится абсолютно и равномерно в области, определяемой неравенствами:



$$\begin{cases} r_0 \leq r < \infty, \\ 0 \leq z < \infty. \end{cases}$$

Аналогичным образом доказываем, что ряд (16), дважды дифференцируемый по  $r$  и  $z$  в указанной области, также будет сходящимся, таким образом, сумма этого ряда  $\bar{u}(r, z, \sigma)$  будет решением уравнения (7), удовлетворяющим граничным условиям (8)–(10):

$$\bar{u}(r, z, \sigma) = \frac{l \cdot r^{-\frac{n}{2}} K_\nu(x \cdot S_0)}{S_0 h \sigma (1 + \xi \sigma) K_{\nu-1}(x_0 \cdot S_0)} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\Lambda_m(z) r^{-\frac{n}{2}} K_\nu(x \cdot S_m)}{\pi m S_m \sigma (1 + \xi \sigma) K_{\nu-1}(x_0 \cdot S_m)}. \tag{23}$$

Функцию давления  $u(r, z, F_0)$  находим по формуле Фурье-Меллина:

$$u(r, z, F_0) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} \bar{u}(r, z, \sigma) \exp(\sigma \cdot F_0) d\sigma, \quad \gamma > 0.$$

На прямой  $Re\sigma$  ряд (23) будет по модулю мажорироваться сходящимся числовым рядом:

$\frac{l}{h\gamma\sqrt{\gamma(1+\xi\sigma)}} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2}{\pi m \gamma \sqrt{(1+\xi\gamma)(\lambda_m^2 + (1+\xi\lambda_m^2)\gamma)}}$  следовательно, его можно почленно интегрировать вдоль этой прямой.

Введем обозначения:  $b^2 = \frac{1}{\xi}$ ,  $a^2 = \frac{\lambda_m^2}{1+\xi\lambda_m^2}$ ,  $F_m(\sigma) = \frac{K_\nu(x \cdot S_m)}{S_m K_{\nu-1}(x_0 \cdot S_m) (1+\xi\sigma)}$  и представим ряд

$$(23) \text{ в виде: } \bar{u}(r, z, \sigma) = \frac{b^2 \cdot l \cdot r^{-\frac{n}{2}}}{h \cdot \sigma} F_0(\sigma) + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{b^2 \Lambda_m(z) r^{-\frac{n}{2}}}{\pi m \sigma} F_m(\sigma).$$

Непосредственно по формуле обратного преобразования найдем сначала оригиналы функций  $F_m(\sigma)$ . Каждая из этих функций имеет точки ветвления  $\sigma_1 = -b^2$  и  $\sigma_2 = -a_m^2$ . Других особенностей функции  $F_m(\sigma)$  не имеют, поэтому для интегрирования возьмем при  $n = 0$  контур, изображенный на рисунке 2.

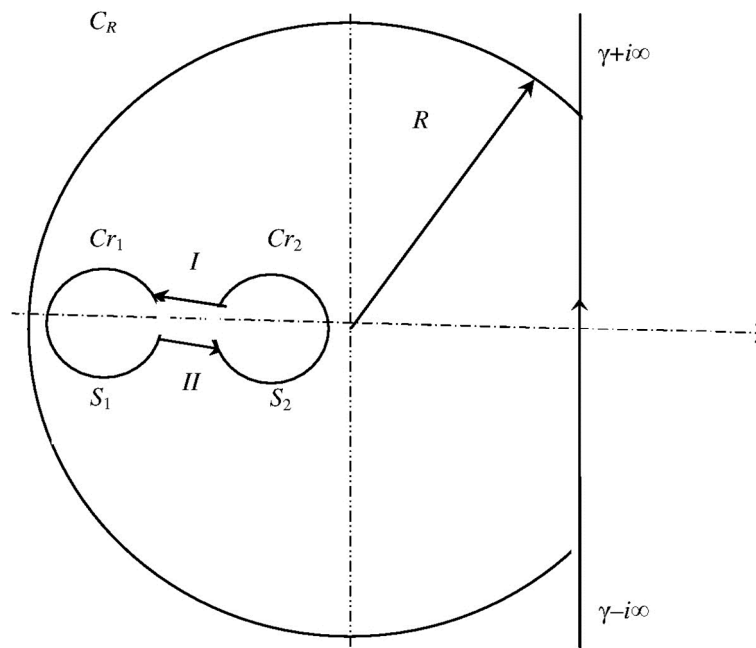


Рисунок 2

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} F(\sigma) \exp(\sigma \cdot F_0) d\sigma = -\frac{1}{2\pi i} [S_C], \tag{24}$$

где  $S_C = \lim_{R \rightarrow \infty} \int_{C_R} F_m(\sigma) \exp(\sigma \cdot F_0) d\sigma + \lim_{r_1 \rightarrow 0} \int_{C_{r1}} F_m(\sigma) \exp(\sigma \cdot F_0) d\sigma + \lim_{r_2 \rightarrow 0} \int_{C_{r2}} F_m(\sigma) \exp(\sigma \cdot F_0) d\sigma + \int_I F(\sigma) \exp(\sigma \cdot F_0) d\sigma + \int_{II} F(\sigma) \exp(\sigma \cdot F_0) d\sigma.$



Очевидно, что на дуге  $C_R$  при  $R \rightarrow \infty$  функции  $F_m(\sigma)$  стремятся к нулю равномерно относительно аргумента  $\sigma$ , тогда по лемме Жордана:  $\lim_{R \rightarrow \infty} \int_{C_R} F_m(\sigma) \exp(\sigma \cdot Fo) d\sigma = 0$ .

Исследуем интеграл по контуру  $C$ .

На этом контуре:  $\sigma = r_1 \exp(i\varphi) - b^2$ ,  $\exp(\sigma \cdot Fo) = \exp(r_1 \exp(i\varphi) - b^2) \cdot Fo$ ,  $F_m(\sigma) d\sigma = \frac{K_\nu(x_0 \cdot S_m) i d\varphi}{S_m K_{\nu-1}(x_0 \cdot S_m)}$ .

Если  $r_1 \rightarrow 0$ , то  $S_m \rightarrow \infty$ . При этом  $\exp(\sigma \cdot Fo)$  будет величиной ограниченной:  $|\exp(\sigma \cdot Fo)| \leq M - \text{const}$ .

Используя асимптотические формулы для функций  $K_\nu(x)$  от бесконечно большой переменной [1, 2],

получим, что:  $\lim_{r_1 \rightarrow 0} \frac{K_\nu(x \cdot S_m)}{S_m K_{\nu-1}(x \cdot S_m)} = 0$ .

Следовательно, при достаточно малом радиусе  $r_1$ :

$$\left| \int_{C_{r1}} F_m(\sigma) \exp(\sigma \cdot Fo) d\sigma \right| \leq 2\pi M_0 \alpha,$$

где  $\alpha$  – бесконечно малая, то есть  $\lim_{r_1 \rightarrow 0} \int_{C_{r1}} F_m(\sigma) \exp(\sigma \cdot Fo) d\sigma = 0$ .

На контуре  $C_{r2}$  имеем:  $\sigma = r_2 \exp(i\varphi) - a_m^2$ ,  $\exp(\sigma \cdot Fo) = \exp(r_2 \exp(i\varphi) - a_m^2) \cdot Fo$ ,

$$F_m(\sigma) d\sigma = \frac{(\sigma + a_m^2) \cdot K_\nu(x \cdot S_m) i d\varphi}{\sqrt{(\sigma + b^2) \cdot (\sigma + a_m^2)} \cdot K_{\nu-1}(x_0 \cdot S_m)}$$

При этом  $\exp(\sigma \cdot Fo)$  будет ограничена на окружности  $C_{r2}$ , а  $S_m \rightarrow 0$  при  $r_2 \rightarrow 0$ . Используя формулы:

$$K_\nu(x) = \begin{cases} \frac{2^{\nu-1} \Gamma(\nu)}{x^\nu}, & \nu > 0, \\ \ln \frac{2}{x}, & \nu = 0. \end{cases}$$

для функций  $K_\nu(x)$  при  $x \rightarrow 0$ , получим:  $\frac{K_\nu(x) \cdot (\sigma + a_m^2)}{S_m K_{\nu-1}(x_0 \cdot S_m) \cdot (\sigma + b^2)} \rightarrow 0, S_m \rightarrow 0$ .

Следовательно, на контуре  $C$  также:  $\lim_{r_2 \rightarrow 0} \int_{C_{r2}} F_m(\sigma) \exp(\sigma \cdot Fo) d\sigma = 0$ .

Таким образом, интеграл (24) равен сумме интегралов по верхнему (I) и нижнему (II) берегам разрезов. На верхнем берегу разреза  $\arg S_m = \pi/2$ , на нижнем берегу разреза  $\arg S_m = -\pi/2$ . Обозначив

$|\sigma| = \rho, |S_m| = \beta_m$ , получим, что на обоих берегах разрезов:  $d\sigma = -d\rho, \beta_m = \sqrt{\frac{1 + \xi \lambda_m^2}{\xi} \cdot \frac{\rho - a_m^2}{b^2 - \rho}}$ .

В соответствии с этим по формуле обратного преобразования (24) получим:

$$F_m(Fo) = \frac{1}{2\pi} \int_{a_m^2}^{b^2} \frac{K_\nu(ix \cdot \beta_m) K_{\nu-1}(-ix_0 \cdot \beta_m) + K_\nu(-ix \cdot \beta_m) K_{\nu-1}(ix_0 \cdot \beta_m)}{(b^2 - \rho) \beta_m K_{\nu-1}(ix_0 \cdot \beta_m) K_{\nu-1}(-ix_0 \cdot \beta_m)} \exp(\rho Fo) d\rho$$

Используя известное представление для модифицированных функций Бесселя аргумента  $z \cdot \exp\left(\pm \frac{\pi}{2} i\right)$  через функции Бесселя I и II рода, получаем:

$$F_m(Fo) = \frac{1}{\pi} \int_{a_m^2}^{b^2} \frac{J_\nu(x \cdot \beta_m) Y_{\nu-1}(x_0 \cdot \beta_m) - J_{\nu-1}(x_0 \cdot \beta_m) Y_\nu(x \cdot \beta_m)}{\beta_m (b^2 - \rho) \cdot [J_{\nu-1}^2(x_0 \cdot \beta_m) + Y_{\nu-1}^2(x_0 \cdot \beta_m)]} \cdot \exp(-\rho Fo) d\rho$$

Затем, используя теорему о свертке, находим оригинал функции  $\frac{1}{\sigma} F_m(\sigma)$ :

$$\frac{1}{\pi} \int_{a_m^2}^{b^2} \frac{J_\nu(x \cdot \beta_m) Y_{\nu-1}(x_0 \cdot \beta_m) - J_{\nu-1}(x_0 \cdot \beta_m) Y_\nu(x \cdot \beta_m)}{\beta_m (b^2 - \rho) \cdot [J_{\nu-1}^2(x_0 \cdot \beta_m) + Y_{\nu-1}^2(x_0 \cdot \beta_m)]} \cdot [1 - \exp(-\rho Fo)] d\rho$$

В силу линейности преобразования Лапласа и равномерной сходимости ряда (21) получим для давления в блоках формул:



$$u(r, z, Fo) = \frac{b^2 r \frac{n}{2}}{\pi h} \int_0^{b^2} \frac{J_\nu(x \cdot \beta_0) Y_{\nu-1}(x_0 \cdot \beta_0) - J_{\nu-1}(x_0 \cdot \beta_0) Y_\nu(x \cdot \beta_0)}{\rho(b^2 - \rho) \cdot \beta_0 [J_{\nu-1}^2(x_0 \cdot \beta_0) + Y_{\nu-1}^2(x_0 \cdot \beta_0)]} \cdot [1 - \exp(-\rho Fo)] d\rho +$$

$$+ \frac{b^2 r \frac{n}{2}}{\pi^2} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\Lambda_m}{m} \int_{a_m^2}^{b^2} \frac{J_\nu(x \cdot \beta_m) Y_{\nu-1}(x_0 \cdot \beta_m) - J_{\nu-1}(x_0 \cdot \beta_m) Y_\nu(x \cdot \beta_m)}{\rho(b^2 - \rho) \cdot \beta_m [J_{\nu-1}^2(x_0 \cdot \beta_m) + Y_{\nu-1}^2(x_0 \cdot \beta_m)]} \cdot [1 - \exp(-\rho Fo)] d\rho,$$

$$\Lambda_m(z) = 4 \sin \frac{1}{2} \lambda_m l \cdot \cos \frac{1}{2} \lambda_m (l_1 + l_2) \cdot \cos \lambda_m z.$$

Формулу для давления в трещинах находим из (25) и соотношения:  $u_1 = u_2 + \xi \frac{\partial u_2}{\partial Fo}$ .

Введя обозначения:

$$\Phi_1(\rho, Fo) = 1 - (1 - \xi \rho) \exp(-\rho Fo),$$

$$\Phi_2(\rho, Fo) = 1 - \exp(-\rho Fo),$$

запишем формулу, которая при  $i = 1$  дает распределение давления в трещинах, а при  $i = 2$  – распределение давления в блоках:

$$u_i = \frac{b^2 r \frac{n}{2}}{\pi h} \int_0^{b^2} \frac{J_\nu(x \cdot \beta_0) Y_{\nu-1}(x_0 \cdot \beta_0) - J_{\nu-1}(x_0 \cdot \beta_0) Y_\nu(x \cdot \beta_0)}{\rho(b^2 - \rho) \cdot \beta_0 [J_{\nu-1}^2(x_0 \cdot \beta_0) + Y_{\nu-1}^2(x_0 \cdot \beta_0)]} \Phi_i(\rho, Fo) d\rho +$$

$$+ \frac{b^2 r \frac{n}{2}}{\pi^2} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\Lambda_m}{m} \int_{a_m^2}^{b^2} \frac{J_\nu(x \cdot \beta_m) Y_{\nu-1}(x_0 \cdot \beta_m) - J_{\nu-1}(x_0 \cdot \beta_m) Y_\nu(x \cdot \beta_m)}{\rho(b^2 - \rho) \cdot \beta_m [J_{\nu-1}^2(x_0 \cdot \beta_m) + Y_{\nu-1}^2(x_0 \cdot \beta_m)]} \Phi_i(\rho, Fo) d\rho.$$

Если скважина проницаема по всей длине, но вскрывает пласт на глубину  $l < h$  (рис. 1) и не имеет донного притока, то в формуле (27) нужно будет изменить лишь  $\Lambda_m(z)$ , которое в этом случае будет:  $\Lambda_m(z) = 2 \sin \lambda_m l \cdot \cos \lambda_m z$ .

При  $\xi = 0$  из формулы (27) получаем закон распределения давления для совершенной скважины, что совпадает с результатами, ранее полученными автором в [3, 4]. При  $\xi = 0$  из формулы (27) получаем распределение давления для неоднородной пористой среды, которое совпадает с результатами работы [5]. Следует также отметить, что при  $n = 0$  задача (7)–(10) описывает нестационарную осесимметричную фильтрацию в однородной трещиновато-пористой среде. Решение этой задачи также следует из (27) и совпадает с известным [6].

По формуле (27) были проведены численные расчеты. Результаты представлены графически (рис. 3, 4).

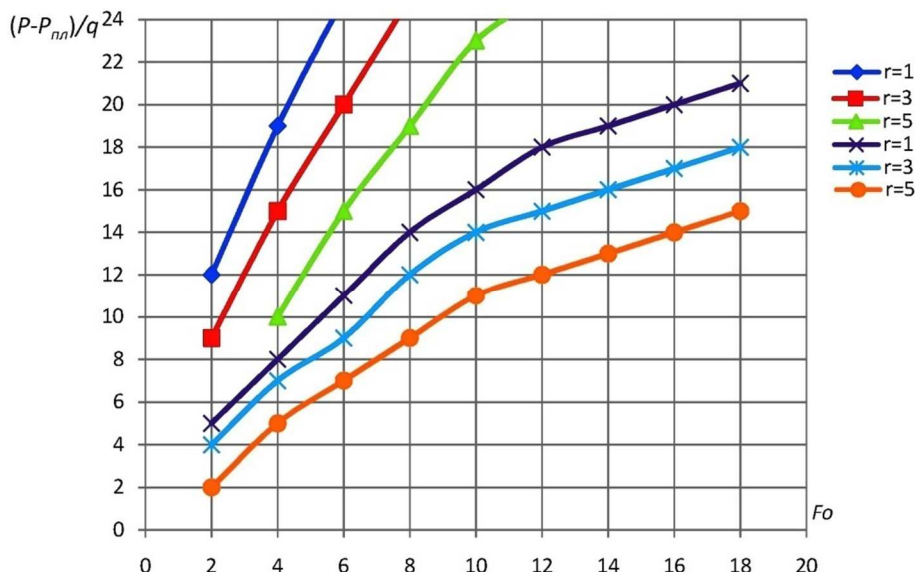


Рисунок 3

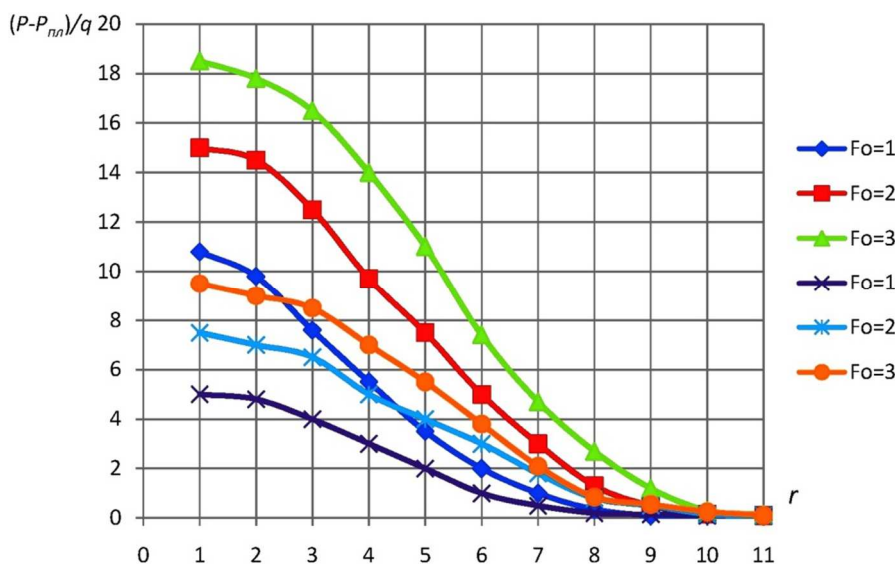


Рисунок 4

Анализ проведенных расчетов показал, что с возрастанием несовершенства скважины ( $h$  уменьшается) погрешность в расчетах возрастает по сравнению с расчетами для совершенной скважины. Погрешность уменьшается при увеличении расстояния от скважины  $r$  и с увеличением времени  $t$  (а следовательно, и параметра  $Fo$ ).

Таким образом, влияние несовершенства скважины наиболее существенно сказывается при малых  $r$  и  $t$ . Поэтому при исследовании нестационарных процессов в црискважинной зоне пласта учет несовершенства существенен.

В црискважинной зоне важен также учет неоднородности среды. Все это указывает на необходимость выделения как прискважинной зоны, в которой учитывается несовершенство скважины и неоднородности пласта по проницаемости, так и внешней зоны, где коэффициент проницаемости можно считать постоянной величиной.

**Литература:**

1. Наказная Л.Г. Фильтрация жидкости и газа в трещиноватых коллекторах. – М. : Недра, 1972. – 183 с.
2. Николаевский В.Н. Механика пористых и трещиноватых сред. – М. : Недра, 1984. – 232 с.
3. Аладьев А.П., Шарнов А.И. Фильтрация жидкости в неоднородном по проницаемости бесконечном пласте к скважине с постоянным дебитом // в сборнике: Прикладные вопросы точных наук. Материалы I Международной научно-практической конференции студентов, аспирантов, преподавателей. – 2017. – С. 114–117.
4. Шарнов А.И. Фильтрация к скважине в гетерогенном пласте двойной пористости // Булатовские чтения. – 2018. – Т. 2. – Ч. 2. – С. 222–231.
5. Райченко Л.М. О притоке жидкости к несовершенной скважине в слое трещиновато-пористых пород // Прикл. мех. – 1976. – № 11. – С. 133–137.
6. Антонова А.М., Моисейкина И.И. Некоторые задачи нестационарной фильтрации в неоднородной трещиновато-пористой среде // в сборнике: Современные проблемы и математические методы теории фильтрации. Тезисы докл. Всесоюзного семинара (Москва, 14–17 мая 1984 г.). – М., 1984. – С. 122–123.

**Literature:**

1. Nakaznaya L.G. Filtration of liquid and gas in fractured number of lecturers. – М. : Nedra, 1972. – 183 p.
2. Nikolaevskiy V.N. Mechanics of porous and fractured media. – М. : Nedra, 1984. – 232 p.
3. Aladjev A.P. Sharnov A.I. fluid Filtration in nonuniform permeability is infinite aquifer to the well with a constant flow rate // In the collection: Applied questions of exact Sciences. Materials I International scientific-practical conference of students, postgraduates, teachers. – 2017. – P. 114–117.
4. Sharnov A.I. Filtration to a well in a heterogeneous formation of double porosity // Bulatov's reading. – 2018. – Vol. 2. – Part 2. – P. 222–231.
5. Raichenko L.M. On the inflow to an imperfect borehole in the layer of fractured-porous rocks // Prick. fur. – 1976. – № 11. – P. 133–137.
6. Antonova A.M., Moiseikina I.I. Some tasks unsteady-state flow in heterogeneous fractured porous medium / In the collection: Modern problems and mathematical methods of the theory of filtration. Abstracts. All-Union seminar (Moscow, may 14–17, 1984). – М., 1984. – P. 122–123.