



УДК 681.527.7

## РАЗРАБОТКА ОСНОВНЫХ ПОЛОЖЕНИЙ РАСЧЁТА ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СХЕМ ЧАСТОТНЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ

### DEVELOPMENT OF THE BASIC POSITIONS OF CALCULATION OF ELECTRICAL SCHEMES OF FREQUENCY CONVERTERS

**Тихонов Давид Александрович**

бакалавр,  
Кубанский государственный технологический университет  
termodinamik777@mail.ru

**Попов Борис Клавдиевич**

кандидат технических наук, доцент,  
Кубанский государственный технологический университет  
pbk47@mail.ru

**Tikhonov David Aleksandrovich**

Bachelor,  
Kuban state technological university  
termodinamik777@mail.ru

**Popov Boris Klavdiyevich**

Candidate of Technical Sciences,  
Associate Professor,  
Kuban state technological university  
pbk47@mail.ru

**Аннотация.** В статье представлен метод расчёта нелинейных задач электроники (расчёт схем управляемых и неуправляемых выпрямителей, частотных преобразователей). Приведены результаты работы индивидуальной программы составленной в среде DELPHI. Показаны результаты совмещения аналитического решения и численного решения расчётов поставленных задач.

**Ключевые слова:** дифференциальное уравнение, ряд Фурье, мгновенные значения тока, переходный процесс, катушка индуктивности.

**Annotation.** In this article submitted the method of calculation of non-linear problems of electronics (calculation of circuits of controlled and uncontrolled rectifiers, frequency converters). The results of the work of the individual program compiled in the DELPHI environment are presented. The results of combining the analytical solution and the numerical solution of the computed tasks are shown.

**Keywords:** differential equation, Fourier series, instantaneous current values, transient process, inductor.

Известно [1, 2], что процессы в простой электрической цепи, подключённой к периодически изменяемому источнику напряжения, и состоящей, например, из активного сопротивления и индуктивности, соединённых последовательно, описываются простым дифференциальным уравнением

$$u = iR + L \frac{di}{dt}. \quad (1)$$

В случае линейной цепи для решения подобного уравнения используется комплексный метод [1]. В случае нелинейных цепей или несинусоидальных источников напряжения применяется замена несинусоидальных величин эквивалентными синусоидами [2]. Применяются также различные графо-аналитические методы и ряды Фурье [1, 2]. Применение этих методов, к сожалению, требует использование различных согласующих расчётов, понижающих точность вычислений.

Применение для нелинейных цепей переменного тока вышеуказанных методов сводится, в конечном счёте, к получению решения в виде ряда Фурье (суммы гармоник). Чтобы определить мгновенное значение тока в любой момент времени необходимо суммировать значения этих гармоник, в заданный момент времени. То есть помимо решения самого дифференциального уравнения, следует ещё делать дополнительные вычисления для получения конкретного тока. Для упрощения вычислительного процесса и повышения точности расчётов возникает идея сразу, непосредственно из начального дифференциального уравнения, приведённого выше, получить решение этого уравнения в виде набора чисел. Этот набор чисел будет изображать последовательные мгновенные значения тока на протяжении периода источника напряжения.

Исходя из предложенной идеи, решение исходного уравнения будет заключаться в решении системы из  $n$  алгебраических уравнений относительно  $i(k)$

$$U_m \sin kh = i(k)R + \omega L \frac{1}{2h} [i(k+1) - i(k-1)], \quad (2)$$

где  $h = \frac{2\pi}{n}$ , а  $k = 0, 1, 2, \dots, n$ .

В этой системе производная заменяется трёхточечным шаблоном. Как показала вычислительная практика авторов, такая замена точного значения производной допустима, так как согласуется с точным значением производной до шестого знака после запятой.



Применяя такой подход можно находить значение стационарного тока в данной схеме. Для этого решается краевая задача, заключающаяся в том, что значения тока в начале периода и в конце периода считаются равными. Для вычисления переходного процесса достаточно указать начальное значение тока в начале периода, оставив значение тока в конце периода свободным. Решая последовательно период за периодом, можно вычислить весь переходный процесс.

Для реализации и проверки достоверности предложенного алгоритма была составлена программа в среде DELPHI. Программа состоит из двух команд. Это «Вычислить аналитическое решение» и «Вычислить численное решение». Ниже представлен результат работы данной программы. На рисунке 1 показан результат аналитического решения уравнения (1).

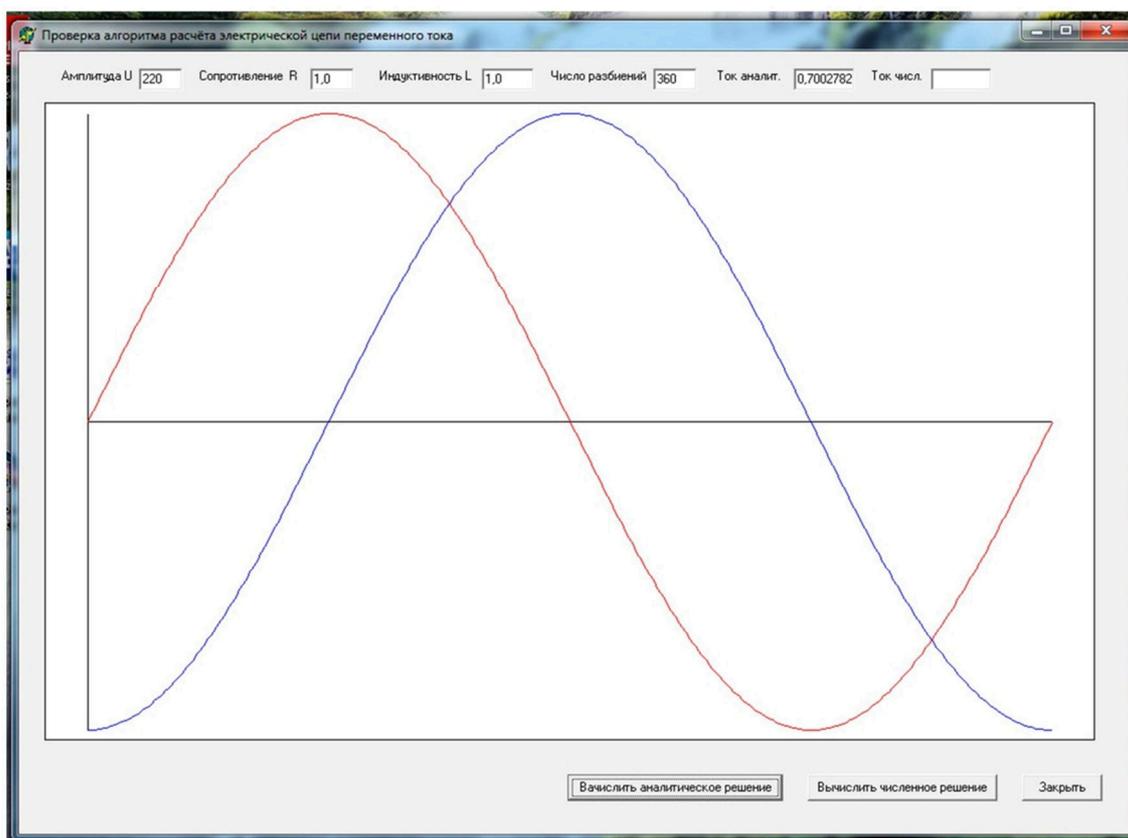


Рисунок 1 – Результат аналитического решения

На рисунке 2 показан совмещение результата аналитического решения уравнения (1) и численного решения системы уравнений (2).

Как видно из представленных рисунков результаты расчёта, полученные численно, идеально совпали с аналитическим решением указанного выше уравнения. Единственным отличием численного решения от аналитического – это незначительная ступенчатость полученных кривых. Как показали наши дальнейшие исследования, данный алгоритм перспективен для решения нелинейных задач электроники (расчёт схем неуправляемых и управляемых выпрямителей, частотных преобразователей и т.д.).

Чтобы проверить применимость данного алгоритма для расчёта частотных преобразователей, применим его для расчёта импульсных схем.

Рассмотрим расчёт схем при питании катушки индуктивности импульсами напряжения, которые периодически изменяют свою полярность. Такие задачи имеют место при исследовании различных импульсных схем. Применение разложения в ряд Фурье в этом случае носит проблематичный характер, так как при разложении в ряд Фурье импульсных функций имеет место явление Дж. Гиббса. Это явление значительно искажает кривую тока. Для уменьшения подобных искажений следует увеличивать количество членов ряда Фурье, что ведёт к усложнению и увеличению длительности расчётов.

Для того, чтобы исследовать применимость рассмотренного выше численного метода расчёта нелинейных схем разработаем контрольный пример. Для этого примера нами предложен метод расчёта подобных схем, основанный на расчёте переходных процессов классическим методом. Для полного понимания процесса расчёта приведена электрическая схема, реализующая питание катушки индуктивности знакопеременными импульсами (рис. 3).

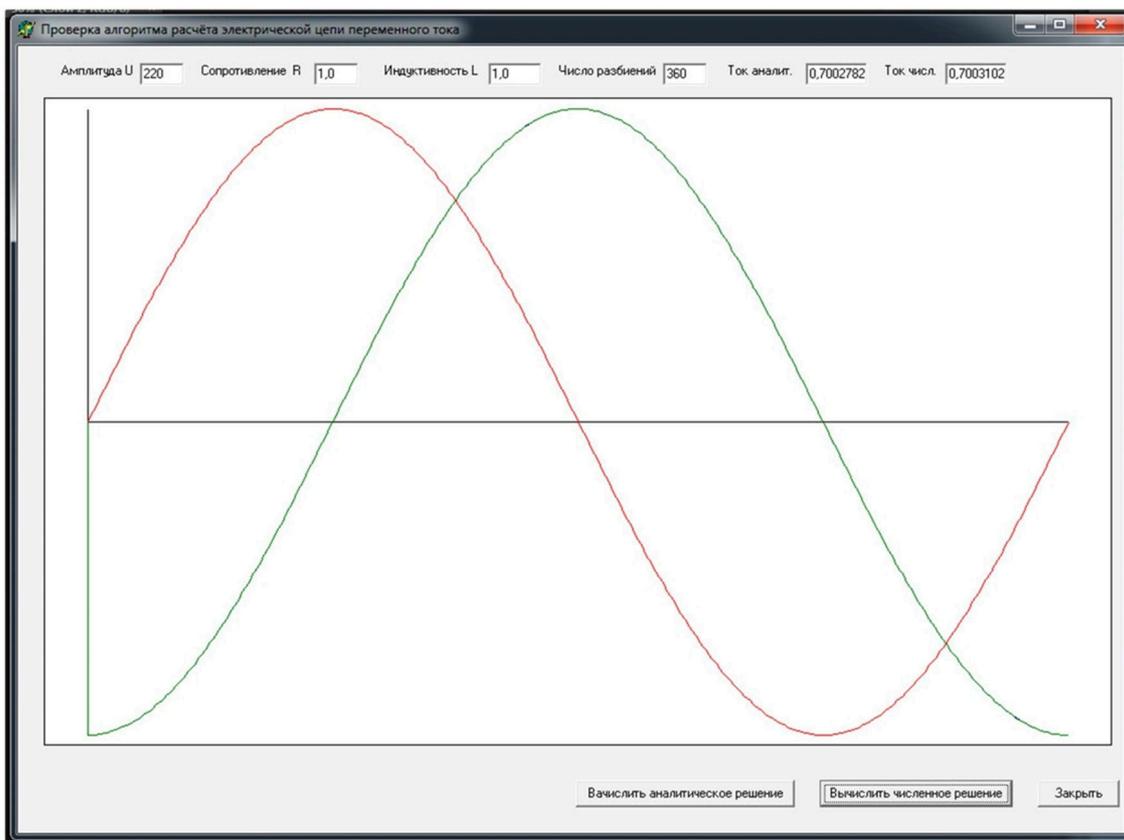


Рисунок 2 – Совместное аналитическое и численное решения

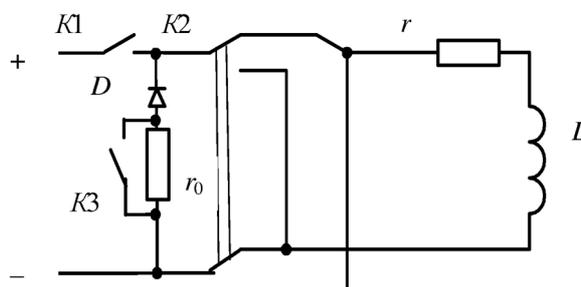


Рисунок 3 – Исследуемая схема

В этой схеме катушка индуктивности представлена её индуктивностью  $L$  и активным сопротивлением  $r$ . Контакт  $K1$  осуществляет подачу импульса напряжения на катушку индуктивности. Контакт  $K2$  осуществляет изменение полярности импульса подаваемого напряжения. Цепь, содержащая диод  $D$ , резистор  $r_0$  и  $K3$  моделирует процесс разряда катушки в период паузы напряжения.

Схема работает следующим образом. С помощью  $K2$  устанавливаем полярность импульса. Включая  $K1$ , подаём импульс напряжения соответствующей полярности на цепь, содержащую катушку индуктивности. При отключении  $K1$  катушка разряжается на цепь, содержащую диод  $D$  и резистор  $r_0$ . Далее с помощью  $K2$  изменяем полярность импульса и повторяем предыдущие действия.

Если рассматривать изложенный выше процесс включения схемы в периодическом режиме, то применение классического метода расчёта переходных процессов известным способом невозможно. Это вызвано тем, что при расчёте переходного процесса необходимо знать начальные условия. А в рассматриваемом случае эти начальные условия как раз и неизвестны. Поэтому нами предложен следующий метод решения подобных задач, который изложен ниже.

Зададимся произвольным значением начального тока. Далее разобьём периодический процесс на ряд переходных процессов, а именно. Первый процесс – подача на катушку положительного импульса напряжения. Второй процесс – отключение катушки и разряд её на активное сопротивление. Третий процесс – подача на катушку отрицательного импульса напряжения. Четвёртый процесс – отключение катушки и разряд её на активное сопротивление. Значение тока в конце четвёртого процесса должно быть равно начальному току в начале первого процесса. При таком подходе к вычислениям, мы рассчитываем пе-



риодический процесс при питании катушки индуктивности знакопеременными импульсами. Подобный подход можно распространить на схемы любой степени сложности и с любым набором элементов.

Рассмотрим первый процесс. При подаче напряжения на катушку индуктивности ток будет изменяться по известной зависимости

$$i = \frac{U}{r} + Ae^{-\frac{r}{L}t} \tag{3}$$

Ток перед включением  $i(+0) = i(-0) = i_H = \frac{U}{r} + A$ .

Следовательно,

$$A = i_H - \frac{U}{r}$$

Отсюда выражение (3) примет вид

$$i = \frac{U}{r} + \left( i_H - \frac{U}{r} \right) e^{-\frac{r}{L}t} \tag{4}$$

Длительность импульса напряжения  $t_u$ . Через время  $t_u$  наступит второй процесс, то есть произойдёт отключение по закону

$$i = Ae^{-\frac{r+r_0}{L}t} \tag{5}$$

Ток в момент отключения в соответствии с выражением (4)

$$i_{откл+} = \frac{U}{r} + \left( i_H - \frac{U}{r} \right) e^{-\frac{r}{L}t_u} \tag{6}$$

Учитывая (6) найдём  $A$  в выражении (5)

$$\frac{U}{r} + \left( i_H - \frac{U}{r} \right) e^{-\frac{r}{L}t_u} = A \tag{7}$$

Окончательно (5) примет вид

$$i = \left[ \frac{U}{r} + \left( i_H - \frac{U}{r} \right) e^{-\frac{r}{L}t_u} \right] e^{-\frac{r+r_0}{L}t} \tag{8}$$

Далее наступит третий процесс. В соответствии с выражением (8) через время  $t_n$  (длительность паузы напряжения) ток будет равен

$$i_{вкл} = \left[ \frac{U}{r} + \left( i_H - \frac{U}{r} \right) e^{-\frac{r}{L}t_u} \right] e^{-\frac{r+r_0}{L}t_n} \tag{9}$$

Ток в третьем переходном процессе с учётом (9) будет описываться формулой

$$i = -\frac{U}{r} + \left\{ \left[ \frac{U}{r} + \left( i_H - \frac{U}{r} \right) e^{-\frac{r}{L}t_u} \right] e^{-\frac{r+r_0}{L}t_n} + \frac{U}{r} \right\} e^{-\frac{r}{L}t} \tag{10}$$

Исходя из (10), ток в момент отключения отрицательного импульса, то есть в начале четвёртого процесса

$$i_{откл-} = -\frac{U}{r} + \left\{ \left[ \frac{U}{r} + \left( i_H - \frac{U}{r} \right) e^{-\frac{r}{L}t_u} \right] e^{-\frac{r+r_0}{L}t_n} + \frac{U}{r} \right\} e^{-\frac{r}{L}t_u} \tag{11}$$

Переходный процесс отключения после окончания отрицательного импульса

$$i = \left\{ -\frac{U}{r} + \left[ \frac{U}{r} + \left( i_H - \frac{U}{r} \right) e^{-\frac{r}{L}t_u} \right] e^{-\frac{r+r_0}{L}t_n} + \frac{U}{r} \right\} e^{-\frac{r}{L}t_u} e^{-\frac{r+r_0}{L}t} \tag{12}$$

Конечный ток четвёртого процесса через время  $t_n$ , который равен начальному току первого процесса, будет



$$i_k = i_H = \left\{ -\frac{U}{r} + \left[ \frac{U}{r} + \left( i_H - \frac{U}{r} \right) e^{-\frac{r}{L}t_u} \right] e^{-\frac{r+r_0}{L}t_n} + \frac{U}{r} \right\} e^{-\frac{r}{L}t_u} e^{-\frac{r+r_0}{L}t_n} \quad (13)$$

Выразим из (13)  $i_H$  – 
$$i_H = \frac{1 - e^{-\left(2\frac{r}{L}t_u + 2\frac{r+r_0}{L}t_n\right)}}{\frac{U}{r} e^{-\frac{r+r_0}{L}t_n} \left\{ e^{-\frac{r}{L}t_u} \left[ e^{-\frac{r+r_0}{L}t_n} - e^{-\left(\frac{r}{L}t_u + \frac{r+r_0}{L}t_n\right)} + 1 \right] - 1 \right\}} \quad (14)$$

Получив выражение (14), мы замкнули переходный процесс в конце периода на его начало и, тем самым, решили поставленную задачу.

Изложенный алгоритм расчёта импульсных схем был реализован в виде программы для ЭВМ [4]. С помощью указанной программы были проведены расчёты схем при разных значениях разрядного сопротивления  $r_0$ . На рисунке 4 представлен качественный результат расчёта при сопротивлении  $r_0 = \infty$ . Из графика видно, что при отключении катушки ток практически мгновенно падает до нуля. Это обстоятельство может привести к перенапряжению на катушке. При сопротивлении  $r_0 = 0$  (рис. 5) кривая тока принимает трапецеидальный характер. Перенапряжения в этом случае маловероятны.

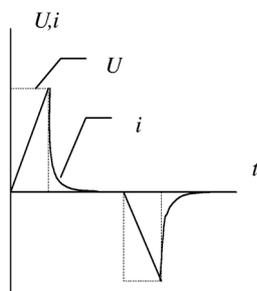


Рисунок 4 – Кривая тока при  $r_0$  равном бесконечности

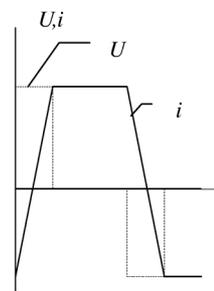


Рисунок 5 – Кривая тока при  $r_0 = 0$

На рисунке 6 представлен результат работы программы по получению аналитического решения. Красным цветом показаны импульсы напряжения, а синим цветом – импульсы тока.

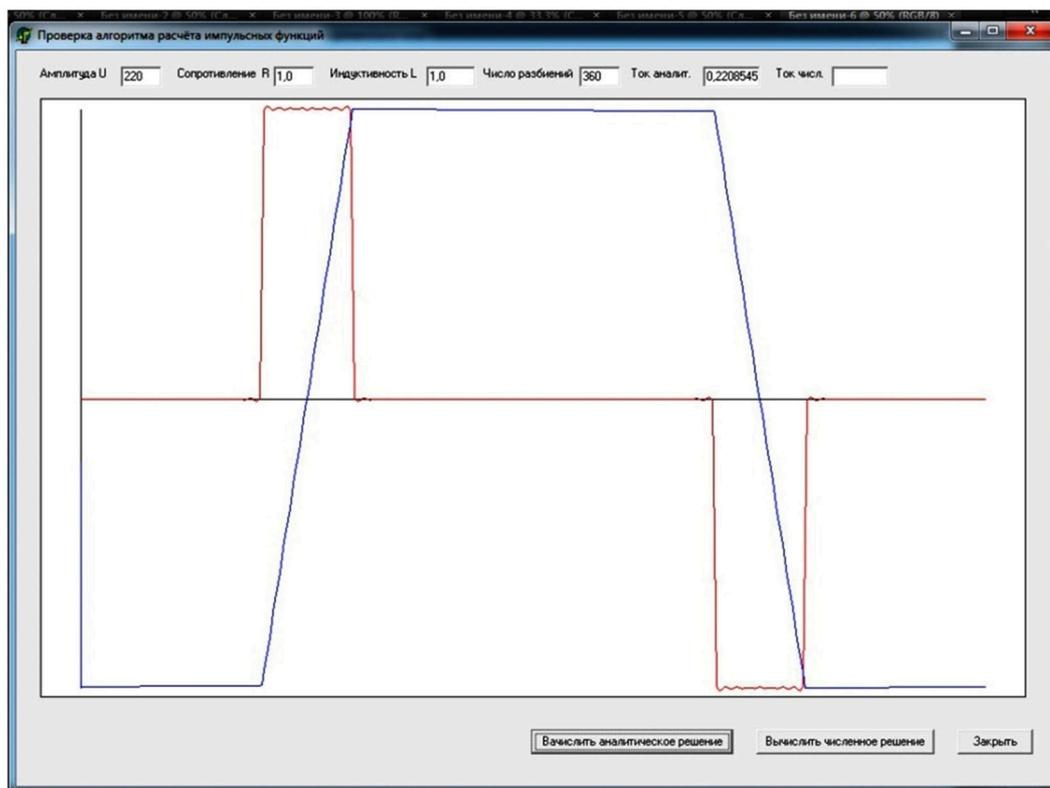


Рисунок 6 – График аналитического решения



Данная задача была решена и численным методом, предложенным нами для расчёта нелинейных схем.

На рисунке 7 представлен график численного решения поставленной в контрольном примере задачи. Здесь видно, что на изломах имеется явление, напоминающее явление Гиббса. В принципе данную проблему можно будет ликвидировать применяя сглаженные на углах импульсы напряжения, что имеет место в реальных импульсных схемах.

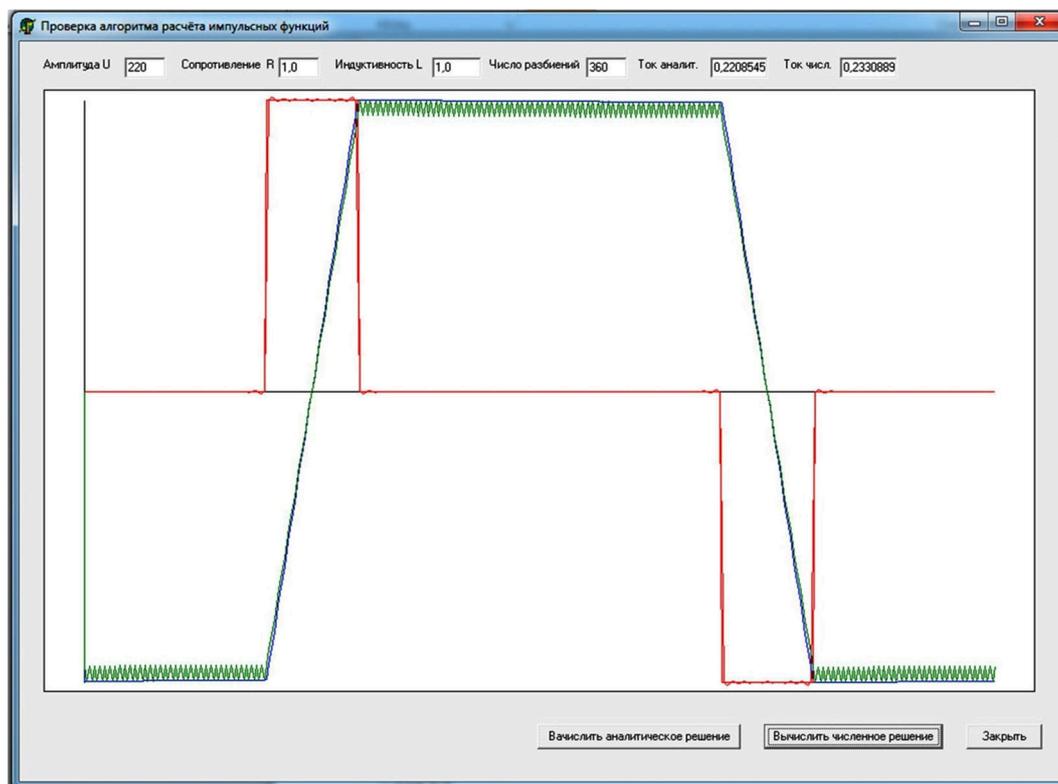


Рисунок 7 – График численного решения

#### Литература:

1. Нейман Л.Р., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники. Т. 1. – М.-Л. : Энергия, 1966. – 562 с.
2. Филиппов Е. Нелинейная электротехника. – М. : Энергия, 1968. – 503 с.
3. Попов Б.К., Попова О.Б., Мищенко С.Н. Алгоритм расчёта электрических цепей переменного тока // Технические и технологические системы. Материалы Третьей международной научной конференции «ТТС-11». Сборник материалов. – Краснодар : филиал ВУНЦ ВВС «ВВА», 2011. – 312 с.
4. Попов Б.К. Тестирование численного алгоритма расчёта электрических цепей переменного тока. Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ №2011616560, 23.08.11.
5. Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ 2012610916, 20.01.12. Расчёт переходного процесса от импульсной функции / Б.К. Попов. – 5 с.

#### References:

1. Neumann L.R., Demirchyan K.S. Theoretical bases of electrical equipment. V. 1. – M.-L. : Energy, 1966. – 562 p.
2. Filippov E. Nonlinear electrical equipment. – M. : Energy, 1968. – 503 p.
3. Popov B.K., Popova O.B., Mishchenko S.N. Algorithm of calculation of electric chains of alternating current // Technical and technological systems. Materials of the Third international scientific TTS-11 conference. Collection of materials. – Krasnodar : branch of VUNTs Air Force, 2011. – 312 p.
4. Popov B.K. Testing of a numerical algorithm of calculation of electric chains of alternating current. Certificate on official registration of the computer program № 2011616560, 23.08.11.
5. Certificate on official registration of the computer program 2012610916, 20.01.12. Calculation of transition process from pulse function / B.K. Popov. – 5 p.