УДК 622.831

ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАЧАЛЬНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В ЛИНЕЙНО-УПРУГИХ ГОРНЫХ ПОРОДАХ

DETERMINATION OF INITIAL TENSION IN LINEARLY-ELASTIC ROCKS

Гулгезли А.С.
доктор технических наук, доцент кафедры механики,
Азербайджанский государственный университет
нефти и промышленности
alesker.gulgezli@mail.ru

Алиев К.Н.
магистрант кафедры механики,
Азербайджанский государственный университет
нефти и промышленности
kabi-333@mail.ru

Аннотация. В работе обоснована роль, которую играют начальные напряжения, имеющие места в горных породах при бурении нефтяных и газовых скважин. Получены аналитические выражения для компонентов начальных напряжений. Горная порода моделирована как линейно-упругое тело.

Ключевые слова: горная порода, пористое тело, давление, напряжение, деформация, линейная упругость, перемещение, скважина.

Gulgezli A.S.
Dr.Sci.Tech., Associate Professor,
Azerbaijani State University of
Oil and Industry
alesker.gulgezli@mail.ru

Aliyev K.N.
Undergraduate,
Azerbaijani State University of
Oil and Industry
kabi-333@mail.ru

Annotation. In work the role which is played by the initial tension having places in rocks when drilling oil and gas wells is proved. Analytical expressions for components of initial tension are received. Rock of a modelirovan as linearly – an elastic body.

Keywords: rock, porous body, pressure, tension, deformation, linear elasticity, movement, well.

Известно, что на горные породы, находяшихся в больщих глубинах действуют больщие давления. Добыча нефти с помощью фонтанов связана именно этими давлениями. Начальные напряжения создают проблемы и при бурении скважин. Под действием таких давлений сужаются поперечные сечения скважин, что приводит к захвату бурильных труб. Известно, что независимо от того, давление внутреннее или внешнее, в цилиндрах пластичность всегда начинается с внутренней стороны [2]. Если скважину моделировать как цилиндр с бесконечным внешним радиусом, то после некоторой глубины внутренные стены теряют свою прочность под действием горного давления и начинается разрушения горных пород с внутренней стороны скважины, в результате чего захватываются бурильные трубы. Следует отметить, что в песчаных породах разрушения начинаются даже при малых глубинах. Глинистые буровые растворы, как штукатура накрывают внутренние стены скважины и не дают обваливаться им. При больших же глубинах даже твёрдые породы на внутренней стенке скважины начинают разрушаться и глинистые буровые растворы оказываются бессильными, чтобы предотвратить обвал стены скважины.

Таким образом, для определения критической глубины и диаметра, предотврашения фонтана до начала экплуотации скважины, изучение начальных напряжений в горных породах имеет большое практическое значение.

Математическое моделирование поставленной задачи. Глубину скважины обозначим через *H*. Прямоугольную, декартовую систему координат выберём так, чтобы начало координат находилось на дне скважины, ось *z* направлялась вертикально вверх, оси *x, y* находились в горизонтальной плоскости. Учитывая, что радиус земного шара намного больще глубины скважины, можно считать, что слой земного шара тольщиной *H* находится между двумя паралелными плоскостями. Будем так же считать, что до начала бурения скважины деформации в горных породах упругие и поперечные размеры слоя с высотой *H* земного шара бесконечно большие. В пределах принятых допущений компоненты вектора перемещения должны иметь вид:

$$u_X = u_Y = 0 \quad u_Z = u_Z(z). \tag{1}$$

С учетом равенства (1) для компонентов тензора деформации получим следующие выражения [3].

$$\begin{cases} \varepsilon_{xx} = \dfrac{\partial u_x}{\partial x} = 0 \quad \varepsilon_{yy} = \dfrac{\partial u_y}{\partial y} = 0 \quad \varepsilon_{xy} = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial u_x}{\partial y} + \dfrac{\partial u_y}{\partial x}\right) = 0 \\ \varepsilon_{xz} = \frac{1}{2}\left(\dfrac{\partial u_x}{\partial z} + \dfrac{\partial u_z}{\partial x}\right) = 0 \quad \varepsilon_{yz} = \frac{1}{2}\left(\dfrac{\partial u_y}{\partial z} + \dfrac{\partial u_z}{\partial_y}\right) = 0 \\ \varepsilon_{zz} = \dfrac{\partial u_z}{\partial z} = u'_z \end{cases} \tag{2}$$

Относительное объёмное изменение обозначим через θ . Тогда:

$$\theta = \varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz} = u'_z \, . \tag{3}$$

Учитывая, что в данном случае горная порода ведет себя как линйно упругое тело, из равенств (2) с помошью закона Гука для компонентов тензора напряжений получаем:

$$\begin{cases} \sigma_{xx} = \lambda\theta + 2\mu\varepsilon_{xx} = \lambda u_z{}^{/} \\ \sigma_{yy} = \lambda\theta + 2\mu\varepsilon_{yy} = \lambda u^{/}{}_z \\ \sigma_{xy} = 2\mu\varepsilon_{xy} = 0 \\ \sigma_{xz} = 2\mu\varepsilon_{xz} = 0 \\ \sigma_{yz} = 2\mu\varepsilon_{yz} = 0 \\ \sigma_{zz} = \lambda\theta + 2\mu\varepsilon_{zz} = (\lambda + 2\mu) u^{/}{}_z \end{cases} \tag{4}$$

где $\lambda,\ \mu$ – коэффициенты Ламе.

Известно, что в случае малых деформаций уравнения равновесия имеют вид: [1]

$$\begin{cases} \dfrac{\partial\sigma_{xx}}{\partial x} + \dfrac{\partial\sigma_{xy}}{\partial y} + \dfrac{\partial\sigma_{xz}}{\partial z} + \rho F_x = 0 \\ \dfrac{\partial\sigma_{yx}}{\partial x} + \dfrac{\partial\sigma_{yy}}{\partial y} + \dfrac{\partial\sigma_{yz}}{\partial z} + \rho F_y = 0 \\ \dfrac{\partial\sigma_{zx}}{\partial x} + \dfrac{\partial\sigma_{zy}}{\partial y} + \dfrac{\partial\sigma_{zz}}{\partial z} + \rho F_z = 0 \end{cases} \tag{5}$$

В уравнениях (5) ρ – плотность породы, $\rho F_x, \rho F_y$, ρF_z – компоненты силы тяжести единицы объёма породы, причем

$$\rho F_x = \rho F_y = 0 \, ; \; \rho F_z = -\rho g \, , \tag{6}$$

g – ускорение свободного падения. Не трудно видеть, что с учетом (4) первое и второе уравнения системы (5) удовлетворяются тождественно, а третье уравнение получает вид:

$$(\lambda + 2\mu) u_z{}'' - \rho g = 0 \, . \tag{7}$$

Из равенства (7)

$$u_z{}'' = \frac{\rho g}{(\lambda + 2\mu)} \, . \tag{8}$$

Интегрируя равенство (8) по z получаем:

$$u{}' = \frac{\rho g z}{\lambda + 2\mu} + C_1 \, . \tag{9}$$

Здесь C_1 – произвольная постоянная интегрирования.

Интегрируя равенство (9) по z получаем:

$$u_z = \frac{\rho g z^2}{2(\lambda+2\mu)} + C_1 z + C_2 . \tag{10}$$

Здесь C_2 – произвольная постоянная интегрирования. Чтобы найти произвольные постоянные интегрирования C_1 и C_2 воспользуемся следующими граничными условиями:

$$u_z(0) = 0:\ \sigma_{zz}(H) = -P_\alpha , \tag{11}$$

где P_α – атмосферное давление. Подставляя равенство (10) в первом уравнении (11) получаем $C_2 = 0$; тогда

$$u_z = \frac{\rho g}{2(\lambda+2\mu)} \cdot z^2 + c_1 z . \tag{12}$$

Из равенства (12)

$$u_z' = \frac{\rho g z}{(\lambda+2\mu)} + c_1 . \tag{13}$$

Подставив (13) в последнем уравнении (4) имеем:

$$\sigma_{zz} = \rho g z + (\lambda+2\mu)\cdot c_1 . \tag{14}$$

С учетом (14) во втором условии (11) получим:

$$\rho g H + (\lambda+2\mu) c_1 = -P_a ,$$

откуда

$$c_1 = -\frac{P_0 + \rho g H}{\lambda+2\mu} . \tag{15}$$

Подставим (15) в (13). Тогда

$$u_z' = \frac{1}{\lambda+2\mu}\left[\rho g (Z-H) - P_a\right]. \tag{16}$$

Учитывая (6) в (4) имеем:

$$\begin{cases} \sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \lambda \cdot u_z' = \frac{\lambda}{\lambda+2\mu}\left[\rho g (Z-H) - P_a\right] \\ \sigma_{zz} = \rho g (z-H) - P_a ;\ \sigma_{xy} = \sigma_{xz} = \sigma_{yz} = 0 \end{cases} \tag{17}$$

Как видно из (17):

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \frac{\lambda}{\lambda+2\mu}\cdot \sigma_{zz} . \tag{18}$$

Известно, что [1]

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} ;\ \mu = \frac{E}{2(1+\nu)} , \tag{19}$$

где E – модуль Юнга породы, ν – коэффициент Пуассона. Подставляя равенство (19) в (18) имеем:

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \frac{\nu}{1-\nu}\sigma_{zz} . \tag{20}$$

Известно, что при одноосном растяжении, когда возникают пластические деформации $\sigma_{xx} = \sigma_T$ и под действием постоянного давления σ_T материал течет как несжимаемая жидкость, причем в это время $\nu = 0.5$. Где σ_T – предел текучести. При $\nu = 0.5$ из равенства (20) имеем.

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \sigma_{zz} . \tag{21}$$

Равенства (21) дают нам закон Паскаля из физики: *Давление, оказываемое на идеалную несжимаемую жидкость неизменяемо передается на все направления.* Сучетом равенства (19) в (17) имеем:

$$\begin{cases} \sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \frac{\nu}{1-\nu}\left[\rho g(Z-H) - P_a\right] \\ \sigma_{xy} = \sigma_{xz} = \sigma_{yz} = 0 \\ \sigma_{zz} = \rho g(Z-H) - P_a \end{cases} \tag{22}$$

Равенства (17) и (22) дают нам началные напряжения в горных породах. Как видно из равенства (22) началные напряжения в горных породах не зависят от модуля Юнга.

Литература:

1. Амензаде Ю.А. Теория упругости. – М. : Высшая школа,1976. – 270 с.
2. Качанов Л.М. Основы теории пластичности. – М. : Наука, 1969. – 420 с.
3. Работнов Ю.Н. Механика деформируемого твердого тела. – М. : Наука, 1988. – 712 с.

References:

1. Amenzade Yu.A. Theory of elasticity. – M. : Higher School, 1976. – 270 p.
2. Kachanov L.M. Bases of the theory of plasticity. – M. : Science, 1969. – 420 p.
3. Rabotnov Yu.N. Mechanics of a deformable solid body. – M. : Science, 1988. – 712 p.