УДК 622.276.1

ГИДРАВЛИЧЕСКИЕ СОПРОТИВЛЕНИЯ ПРИ ФИЛЬТРАЦИИ ЖИДКОСТИ

HYDRAULIC RESISTANCE FOR LIQUID FILTRATION

Васильев Николай Иванович
кандидат технических наук,
доцент кафедры теплоэнергетики и теплотехники,
Кубанский государственный
технологический университет

Орлова Инна Олеговна
кандидат технических наук,
доцент кафедры нефтегазового дела
имени профессора Г.Т. Вартумяна,
Кубанский государственный
технологический университет
assoletta77@mail.ru

Даценко Елена Николаевна
кандидат технических наук,
доцент кафедры нефтегазового дела
имени профессора Г.Т. Вартумяна,
Кубанский государственный
технологический университет
aldac@mail.ru

Авакимян Наталья Николаевна
кандидат физико-математических наук, доцент,
доцент кафедры общей математики,
Кубанский государственный
технологический университет
avnatali@mail.ru

Vasilyev Nikolay Ivanovich
The candidate tehn. Sciences;
Associate Professor, Department of
Thermal engineering, heat and power,
Kuban State University of Technology

Orlova Inna Olegovna
The candidate tehn. Sciences;
Associate Professor Department of
Oil and Gas named after Professor
affairs G.T. Vartumyana,
Kuban State University of Technology
assoletta77@mail.ru

Datsenko Elena Nikolaevna
The candidate tehn. Sciences;
Associate Professor Department of
Oil and Gas named after Professor
affairs G.T. Vartumyana,
Kuban State University of Technology
aldac@mail.ru

Avakimyan Natalya Nikolaevna
Candidate of Physics and Mathematics
Science, Associate Professor;
Associate Professor, Department of
General Mathematics,
Kuban State University of Technology
avnatali@mail.ru

Аннотация. Определены гидравлические сопротивления для двухмерного и трехмерного течения. Проведен оценочный расчет и показано, что плоская и сферическая фильтрация в пористой среде может быть сведена к задачам трубной гидравлики, что позволяет решать важные задачи для повышения нефтеотдачи пластов.

Ключевые слова: течение жидкости, пористая среда, гидравлические сопротивления, эквивалентное течение, контур питания.

Annotation. Determined hydraulic resistance for two-dimensional and three-dimensional flow. Spend a rough calculation, and shows that the flat and spherical filtration in porous media can be reduced to problems of hydraulic pipe that solves critical problems for enhanced oil recovery.

Keywords: the flow of fluid, porous medium, hydraulic resistance, the equivalent current, the power circuit.

Определение сопротивления течения жидкости к забою скважины одна из важных задач подземной гидравлики. Течение жидкости в пористых средах подробно рассмотрены И.А. Чарным в [1], однако Л. Юрен, пользуясь тем, что течение жидкости к скважине можно приближенно представить плоским или сферическим, зависящим только от расстояния до скважины, т.е. одномерным, показал, что течение жидкости в пористых средах к скважине можно представить как течение жидкости в круглой трубе переменного сечения, с коэффициентом гидравлического сопротивления, зависящим от длины трубы.

Коэффициент гидравлического сопротивления в круглой трубе переменного сечения можно представить в дифференциальной форме закона Дарси-Вейсбаха [1]:

$$\lambda = \frac{4 \cdot r_{Э}(r)}{\rho \cdot V^2} \cdot \frac{dP}{dl} = \frac{4 \cdot r_{Э}}{\rho \cdot V^2} \cdot \frac{dP}{dr} \cdot \frac{dr}{dl}, \qquad (1)$$

где $r_{Э}(r)$ – текущий радиус эквивалентной трубы; V, ρ – скорость и плотность жидкости, соответственно; P – давление; l – образующая эквивалентной трубы.

В (1) не учитывается сопротивление на ускорение жидкости, так как в реальных условиях оно на много порядков меньше, чем движущий напор.

Схема эквивалентного течения в нефтяном пласте для трехмерного и двухмерного течения представлена на рисунке 1 (r – текущий радиус, $r_Э$ – радиус эквивалентной трубы, $r_К$ – радиус контура питания).

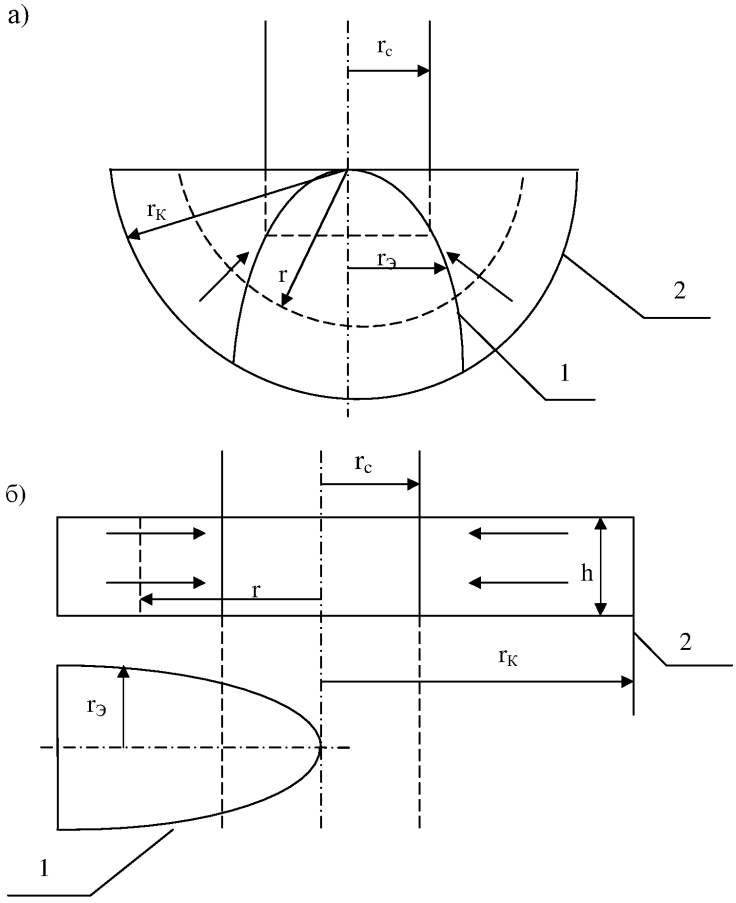

Рисунок 1 – Схема эквивалентного течения в нефтяном пласте:
а) трехмерное течение; б) двухмерное течение;
1 – стенки эквивалентной трубы переменного сечения и радиуса $r_Э$; 2 – контур питания

Для образующей:

$$dl^2 = dr^2 + dr_Э^2;$$

$$\frac{dr}{dl} = \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{dr_Э}{dr}\right)^2}}. \qquad (2)$$

Эквивалентный радиус можно определить для следующих видов течений жидкости:

а) для трехмерного течения – из условия, что площадь сечения эквивалентной трубы равна площади полусферы радиуса r среды:

$$\pi r_Э^2 = 2\pi r^2 \;\Rightarrow\; \frac{dr_Э}{dr} = \sqrt{2} \;\Rightarrow\; \frac{dr}{dl} = \frac{\sqrt{3}}{3}; \qquad (3)$$

б) для двухмерного течения – из условия, что площадь сечения эквивалентной трубы равна площади поверхности цилиндра высотой h на расстоянии r от скважины:

$$\pi r_Э^2 = 2\pi r \cdot h \;\Rightarrow\; \frac{dr_Э}{dr} = \sqrt{\frac{h}{2r}} \;\Rightarrow\; \frac{dr}{dl} = \frac{1}{\sqrt{1+\frac{h}{2r}}}. \qquad (4)$$

Подставляя (3) и (4) в (1) и (2) и учитывая, что скорости сферического и плоского течения жидкости $V_3(r)$ и $V_2(r)$, соответственно, можно определить из условия постоянства расхода скважины Q вдоль радиуса, так как предполагается, что весь расход Q проходит через контур питания:

$$\text{а)}\ V_3(r) = \frac{Q}{2\pi r^2}, \tag{5}$$

$$\text{б)}\ V_2(r) = \frac{Q}{2\pi r \cdot h}. \tag{6}$$

Градиент давления можно представить в виде закона Дарси [1]:

$$\frac{dP}{dr} = \frac{V(r)\cdot\mu}{k} = \frac{Q\cdot\mu}{2\pi\cdot r\cdot h\cdot k}, \tag{7}$$

где μ – динамическая вязкость жидкости; k – проницаемость породы.

Используя (1), (4), (6) и (7) можно найти гидравлическое сопротивление плоского (двухмерного) течения:

$$\lambda_2(r) = \frac{8\sqrt{2}\cdot\pi\cdot h\cdot\sqrt{h}\cdot r\cdot\sqrt{r}\cdot\mu}{\rho\cdot Q\sqrt{1+\frac{h}{2\cdot r}}\cdot k}. \tag{8}$$

Для сферического (трехмерного) течения из (1), (3), (5) и (7):

$$\lambda_3(r) = \frac{8\sqrt{2}\cdot\pi\cdot r^3\cdot\mu}{\rho\cdot Q\sqrt{3}\cdot k}. \tag{9}$$

Средняя величина $\overline{\lambda}_2$ и $\overline{\lambda}_3$ в пределах контура питания от r_c до $r_к$ определялась по формуле:

$$\overline{\lambda}_{2,3} = \frac{1}{r_к - r_c}\int_{r_c}^{r_к}\lambda_{2,3}(r)dr. \tag{10}$$

Отсюда для трехмерного течения:

$$\overline{\lambda}_3 = \frac{1}{r_к - r_c}\int_{r_c}^{r_к}\lambda_3(r)dr = \frac{1}{r_к - r_c}\cdot\frac{2\sqrt{2}\cdot\pi\cdot\mu}{\rho\cdot Q\cdot\sqrt{3}\cdot k}\int_{r_c}^{r_к} r^3 dr = \frac{2\sqrt{2}\cdot\pi\cdot\mu\cdot\left(r_к^4 - r_c^4\right)}{\sqrt{3}\cdot\rho\cdot Q\cdot k\cdot\left(r_к - r_c\right)}. \tag{11}$$

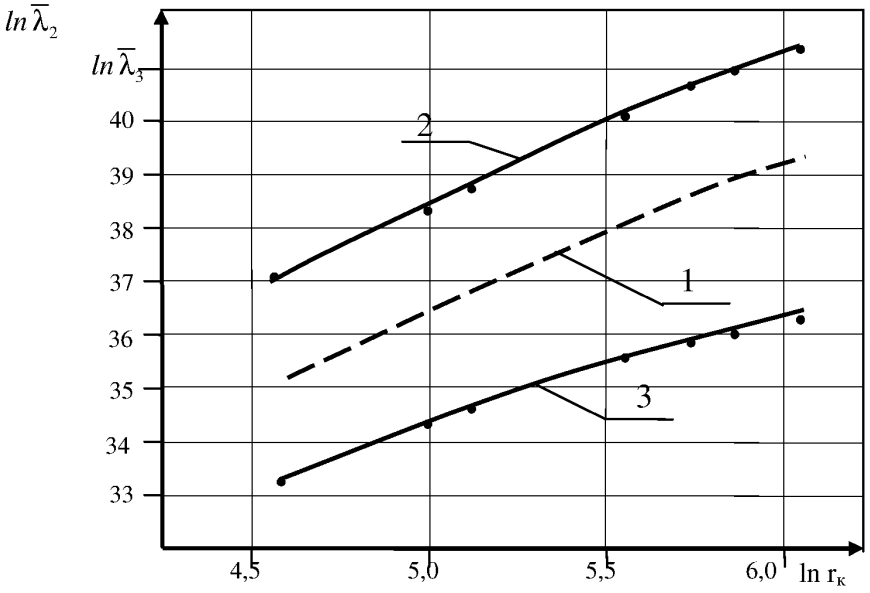

Рисунок 2 – Зависимость среднего гидравлического сопротивления при фильтрационном течении нефти от величины контура питания

Для двухмерного течения во всем диапазоне изменения радиуса r $r_c \le r \le r_к$, $\frac{h \cdot k}{2 \cdot r} << 1$, поэтому среднюю величину $\overline{\lambda}_2$ можно определить по формуле:

$$\overline{\lambda}_2 = \frac{1}{r_к - r_c} \cdot \frac{8\sqrt{2} \cdot \pi \cdot \sqrt{h} \cdot h \cdot \mu}{\rho \cdot Q \cdot k} \int_{r_c}^{r_к} r^{\frac{3}{2}} dr = \frac{16 \cdot \sqrt{2} \cdot \pi \cdot h^{\frac{3}{2}} \cdot \mu \cdot \left(r_к^{\frac{5}{2}} - r_c^{\frac{5}{2}} \right)}{5 \cdot \rho \cdot Q \cdot k \cdot (r_к - r_c)}. \quad (12)$$

Для оценочного расчета примем h = 10 м, ρ = 800 кг/м^3, k = 2·10^{-12} м^2, μ = 0,008 Па·с, Q = 0,002 м^3/с и построим зависимости $\lambda_2(r)$ и $\lambda_3(r)$ от радиуса контура питания скважины. Реальная зависимость располагается между этими линиями, поскольку питание реальной скважины не происходит по чисто плоскому или сферическому типу.

Таким образом, плоская и сферическая фильтрация в пористой среде может быть сведена к задачам трубной гидравлики, что позволяет определять гидравлические характеристики пористых сред и решать важные задачи для повышения нефтеотдачи пластов и оптимизации режимов разработки месторождений.

Литература:

1. Чарный И.А. Основы подземной гидравлики. – М. : Гостоптехиздат, 1956. – 421 с.
2. Щелкачев В.Н., Лапук Б.Б. Подземная гидравлика. – М. : Гостоптехиздат, 1949. – 522 с.
3. Вартумян Г.Т., Кошелев А.Т. Гидравлические сопротивления пористой среды // Строительство нефтяных и газовых скважин на суше и на море. – М. : ОАО «ВНИИОЭНГ», 2006. – № 2. – С. 27–28.

References:

1. Charny I.A. Basics of underground hydraulics. – M. : Gostoptekhizdat, 1956. – 421 p.
2. Shchelkachev V.N., Lapuk B.B. Underground hydraulics. – M. : Gostoptekhizdat, 1949. – 522 p.
3. Vartumyan G.T., Koshelev A.T. Hydraulic resistance of the porous medium // Construction of oil and gas wells on land and at sea. – M. : JSC «VNIIOENG», 2006. – № 2. – P. 27–28.