

Е.П. Запорожец, А.М. Гапоненко, Е.И. Захарченко

# МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

$$\begin{aligned} \frac{1}{V} \int z dV &= \frac{\pi r_1^2}{V H^2} \int_0^h z dz \\ &= \frac{\pi r_1^2}{V H^2} \int_0^h (z^2 - 2z^2 H + zH^2) dz \\ &= \frac{\pi r_1^2}{V H^2} \left[ \frac{z^3}{3} - \frac{2z^3 H}{3} + \frac{z^2 H^2}{2} \right]_0^h \\ &= \frac{\pi r_1^2}{V H^2} \left[ \frac{1}{3} - \frac{2H}{3h} + \frac{H^2}{2h^2} \right]. \end{aligned}$$

...ular cone is  $\frac{1}{3}\pi R^2 Z$ , wh  
bright. The con  
30° =

Запорожец Е.П., Гапоненко А.М., Захарченко Е.И.

# МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

## Учебное пособие

для студентов (специалистов) всех форм обучения специальностей:

130501 – «Проектирование, сооружение и эксплуатация  
газопроводов и газонефтехранилищ»;

130503 – «Разработка и эксплуатация нефтяных и газовых  
месторождений»;

130504 – «Бурение нефтяных и газовых скважин»;

130602 – «Машины и оборудование нефтяных и газовых  
промыслов»;

140100 – «Теплоэнергетика»

и студентов (бакалавров и магистров), обучающихся по направлению

140100 – «Теплоэнергетика»

Краснодар

2011

УДК 519.71(075.8)  
ББК 22.18я73  
3 33

**Рецензенты:**

*М.А. Берлин, доктор технических наук, профессор  
ООО «ИнжГео»;*  
*Г.Т. Вартумян, доктор технических наук, профессор  
ГОУ ВПО КубГТУ*

**3 33 Запорожец, Евгений Петрович.**

Математическое моделирование: учеб. пособие для студентов (специалистов) всех форм обучения специальностей: 130501 – «Проектирование, сооружение и эксплуатация газопроводов и газонефтехранилищ»; 130503 – «Разработка и эксплуатация нефтяных и газовых месторождений»; 130504 – «Бурение нефтяных и газовых скважин»; 130602 – «Машины и оборудование нефтяных и газовых промыслов»; 140100 – «Теплоэнергетика» и студентов (бакалавров и магистров), обучающихся по направлению 140100 – «Теплоэнергетика» / Е.П. Запорожец, А.М. Гапоненко, Е.И. Захарченко; ГОУ ВПО «Кубан. гос. технол. ун-т». – Краснодар: Издательский Дом-Юг, 2011. – 126 с.

ISBN 978-5-91718-113-4

В пособии изложены вопросы стандартных и традиционных методов преобразования дифференциальных уравнений при моделировании подобных явлений. Даны методы решений математических задач, основанных на фундаментальных законах природы и универсальных моделях. Рассмотрены основные методы обработки результатов экспериментальных исследований и представления их в виде обобщенных уравнений подобия.

Предназначено для инженеров нефтяных специальностей и теплоэнергетиков, аспирантов и преподавателей ВУЗов.

ББК 22.18я73  
УДК 519.71(075.8)

ISBN 978-5-91718-113-4

© Е.П. Запорожец, 2011  
А.М. Гапоненко, 2011  
Е.И. Захарченко ой, 2011  
© ООО «Издательский Дом – Юг»,  
2011

# СОДЕРЖАНИЕ

<b>ВВЕДЕНИЕ</b> .....	6
<b>1. ОСНОВНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ЭНЕРГЕТИКЕ, НЕФТЯНОЙ И ГАЗОВОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ</b> .....	7
1.1 Гидромеханические процессы .....	7
1.2 Теплообменные процессы .....	8
1.3 Массообменные (диффузионные) процессы .....	8
1.4 Химические (реакционные) процессы .....	8
1.5 Механические процессы .....	8
<b>2. ОБЩИЕ ПРИНЦИПЫ СОЗДАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МО- ДЕЛЕЙ</b> .....	10
2.1 Схема создания математических моделей .....	10
2.2 Этапы создания математической модели .....	12
<b>3. ОСНОВЫ ТЕОРИИ ПОДОБИЯ</b> .....	21
3.1 Условия подобия .....	22
3.2 Основные положения теории подобия .....	27
3.2.1 Первая теорема подобия .....	27
3.2.2 Вторая теорема подобия .....	29
3.2.3 Третья теорема подобия .....	30
3.2.4 Этапы применения теории подобия .....	30
3.3 Основные принципы метода анализа размерностей .....	30
<b>4. ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЕ ПОДОБИЕ</b> .....	34
4.1 Принципы гидродинамического подобия .....	34
4.2 Приближенное моделирование. Автомодельность .....	39
4.3 Модифицированные и производные критерии подобия .....	41
4.4 Применение анализа размерностей в гидродинамике .....	44
<b>5. ТЕПЛОВОЕ ПОДОБИЕ</b> .....	47
5.1 Основные законы теплообмена и теплопередачи .....	47
5.1.1 Основное уравнение теплопередачи .....	47
5.1.2 Передача тепла теплопроводностью .....	47
5.1.2.1 Закон Фурье .....	47

5.1.2.2	Дифференциальное уравнение теплопроводности (уравнение Фурье) .....	48
5.1.3	Уравнение охлаждения Ньютона .....	49
5.1.4	Дифференциальное уравнение конвективного Теплообмена .....	50
5.2	Подобие при теплопередаче .....	50
5.2.1	Теплоотдача при движении жидкости .....	50
5.2.2	Теплоотдача при естественной конвекции .....	53
5.2.3	Теплоотдача при пленочной конденсации пара .....	54
5.3	Подобие тепловых процессов в твердом теле .....	57
<b>6.</b>	<b>ПОДОБИЕ ПРИ МАССООБМЕНЕ</b> .....	<b>58</b>
6.1	Основные параметры диффузии .....	58
6.2	Механизм процесса массообмена .....	63
6.3	Подобие процессов переноса массы в жидких и газообразных средах .....	65
6.4	Массопередача с твердой фазой .....	71
<b>7.</b>	<b>АНАЛОГИЯ МЕЖДУ ПЕРЕНОСОМ МАССЫ, ТЕПЛА И МЕХАНИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ (КОЛИЧЕСТВА ДВИЖЕНИЯ)</b> .....	<b>75</b>
<b>8.</b>	<b>КРИТЕРИИ ПОДОБИЯ ДЛЯ ДИНАМИЧЕСКИХ И ТЕПЛОВЫХ ПРОЦЕССОВ В ПОТОКАХ С МНОГОФАЗНЫМИ СРЕДАМИ</b> .....	<b>80</b>
<b>9.</b>	<b>МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ С ПРИМЕНЕНИЕМ МЕТОДОВ ПОДОБИЯ</b> .....	<b>85</b>
9.1	Осаждение тяжелой фазы под действием гравитационной силы .....	85
9.2	Осаждение тяжелой фазы под действием центробежной силы ..	88
9.3	Модель процесса выброса больших масс жидкости из газопровода .....	89
9.4	Модели процессов теплообмена и теплопередачи .....	92
<b>10.</b>	<b>ПОНЯТИЯ О ЯЧЕЕЧНЫХ И СЕТЧАТЫХ МОДЕЛЯХ</b> .....	<b>97</b>
10.1	Пример модели ячейки .....	98

10.2	Пример сетчатой модели .....	100
<b>11.</b>	<b>ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ, ИЛЛЮСТРИРУЮЩИЕ ПРИМЕНЕНИЕ ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ ЗАКОНОВ ПРИРОДЫ .....</b>	<b>106</b>
<b>12.</b>	<b>ВАРИАЦИОННЫЕ ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ МОДЕЛЕЙ .....</b>	<b>122</b>
	<b>СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ .....</b>	<b>125</b>